第33卷 第4期 物理学报 Vol. 33, No. 4
1984年4月 ACTA PHYSICA SINICA Apr., 1984

关于辐射在双麦克斯韦等离子体中散射的结构因子

秦瑗文
(中国西南物理研究所)

1983年5月10日收到

提要

文献[1]在计算双麦克斯韦等离子体的辐射散射结构因子的时候，区分 $T_\perp \geq T_{/\!/}$ 和 $T_\perp \leq T_{/\!/}$ 两种情况，得到两个不同形式的解析表达式. 本文指出，区分这两种情况是没有必要的，可以得到具有更高精确度的统一解析表达式.

文献[1]以 BBGKY 二体关联理论讨论辐射在等离子体中的散射，对双麦克斯韦等离子体给出了如下形式的结构因子表达式：

$$\mathscr{F}(\boldsymbol{s}) = N + n^2\mathrm{Re}\iint d\boldsymbol{r}_1 d\boldsymbol{r}_2 P(\boldsymbol{r}_1, \boldsymbol{r}_2)\exp[i\boldsymbol{s}\cdot(\boldsymbol{r}_1 - \boldsymbol{r}_2)], \tag{1}$$

式中 N 为散射体系中的总电子数，$\boldsymbol{s}$ 为散射波矢与入射波矢之差，$P(\boldsymbol{r}_1, \boldsymbol{r}_2)$ 为电子-电子二体密度关联函数

$$P(\boldsymbol{r}_1, \boldsymbol{r}_2) = P(\boldsymbol{r}) = -\frac{1}{(2\pi)^3 n}\int \frac{k_l^2}{k^2 + k_\Sigma^2} e^{i\boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{r}} d\boldsymbol{k} \quad \boldsymbol{r} = \boldsymbol{r}_1 - \boldsymbol{r}_2, \tag{2}$$

$$k_l = \left(\frac{4\pi n e^2}{T(\xi)}\right)^{1/2}, \qquad k_\Sigma = \left(\sum_l \frac{4\pi n_l q_l^2}{T(\xi)}\right)^{1/2}, \tag{3}$$

$$T(\xi) = T_{/\!/}\cos^2\xi + T_\perp \sin^2\xi. \tag{4}$$

ξ 为 $\boldsymbol{k}$ 与对称轴 z 的夹角[详见文献[1]的(7),(27)—(29)式]. 为了计算关联函数 $P(\boldsymbol{r})$ 中的积分，文献[1]对 $T_\perp \geq T_{/\!/}$ 和 $T_\perp \leq T_{/\!/}$ 两种情况分别引入(实际上绝对值总小于1)参量 $\varepsilon = (T_{/\!/} - T_\perp)/T_\perp$ 和 $\bar{\varepsilon} = (T_\perp - T_{/\!/})/T_{/\!/}$，得到不同的 $\mathscr{F}(\boldsymbol{s})$ 解析表达式. 但是，不难看出，区分这两种情况加以处理是不必要的. 引入恰当的参量，可以获得统一的 $\mathscr{F}(\boldsymbol{s})$ 解析表达式.

事实上，引入参量

$$\delta = \frac{T_{/\!/} - T_\perp}{T_{/\!/} + T_\perp} \tag{5}$$

能够将(2)式中的被积因子 $k_l^2/(k^2 + k_\Sigma^2)$ 表示成

$$\frac{k_l^2}{k^2 + k_\Sigma^2} = \frac{K_l^2}{k^2 + K_\Sigma^2}\,\frac{1}{1 + \delta[k^2/(k^2 + K_\Sigma^2)]\cos 2\xi}, \tag{6}$$

式中

$$K_l^2 = \frac{8\pi n e^2}{T_{/\!/} + T_\perp}, \qquad K_\Sigma^2 = \sum_l \frac{8\pi n_l q_l^2}{T_{/\!/} + T_\perp}. \tag{7}$$

显然,除了不感兴趣的($T_{/\!/}$ 和 $T_\perp$ 中任何一个等于零或趋于无穷大的)特殊情况之外,参量 δ 的绝对值小于 1. 因此,

$$\frac{k_l^2}{k^2 + k_\Sigma^2} = \frac{K_l^2}{k^2 + K_\Sigma^2}\left\{1 - \delta \frac{k^2}{k^2 + K_\Sigma^2}\cos 2\xi + o(\delta^2)\right\}$$

$$= \frac{K_l^2}{k^2 + K_\Sigma^2}\left\{\left[1 + \frac{\delta}{3}\frac{k^2}{k^2 + K_\Sigma^2}\right]P_0(\cos\xi) - \frac{4\delta}{3}\frac{k^2}{k^2 + K_\Sigma^2}P_2(\cos\xi) + o(\delta^2)\right\}, \tag{8}$$

这里的 P_0 和 P_2 分别为零阶和二阶勒让德多项式.

将展开式 (8) 代入 (2) 式,完成 $\boldsymbol{k}$ 积分后得到密度关联函数表达式

$$P(\boldsymbol{r}) = -\frac{K_l^2}{4\pi n r}\left\{1 + \frac{\delta}{3}\left[2(K_\Sigma r + 1)P_2(\cos\alpha) - \frac{1}{2}K_\Sigma r + 1\right]\right\}\exp(-K_\Sigma r) + o(\delta^2), \tag{9}$$

式中 α 为矢量 $\boldsymbol{r}$ 与 z 轴的夹角.

现在把 (9) 式代入 (1) 式,完成 $\boldsymbol{r}_1$, $\boldsymbol{r}_2$ 积分后最终得到结构因子表达式

$$\begin{aligned}\mathscr{F}(\boldsymbol{s}) = {} & N - N\frac{K_l^2}{K_\Sigma^2 + s^2}\left\{1 + \frac{\delta}{3}\frac{s^2}{K_\Sigma^2 + s^2}\right\} \\ & + N\frac{2\delta K_l^2 K_\Sigma}{s^3}\left\{\operatorname{arc\,tg}\frac{s}{K_\Sigma} - \frac{K_\Sigma s}{3}\cdot\frac{3K_\Sigma^2 + 5s^2}{(K_\Sigma^2 + s^2)^2}\right. \\ & \left. + \frac{2s^5}{15K_\Sigma^5}F\left(2, \frac{5}{2}, \frac{7}{2}; -\frac{s^2}{K_\Sigma^2}\right)\right\}P_2(\cos\varphi) \\ & + o(\delta^2),\end{aligned} \tag{10}$$

式中 s 和 φ 分别为矢量 $\boldsymbol{s}$ 的绝对值和它与 z 轴的夹角, F 为超几何函数.

当 $T_{/\!/} = T_\perp$ 的时候 ($\delta = 0$),(10)式也和文献[1]的相应公式一样,归结为 Salpeter 公式. 但是,在一般情况下,由于赖以展开的参量不同,近似到展开式的有限项,本文的结果与文献 [1] 不一致[试比较本文的 (10) 式与文献 [1] 的 (38) 和 (39) 两式]. 因为 $|\delta| \leqslant |\varepsilon|$, $|\bar{\varepsilon}|$, 故本文的结构因子近似解析表达式具有较高的精确度. 特别是当 $T_{/\!/}$ 与 $T_\perp$ 相近的时候 $\left(|\delta| \approx \frac{1}{2}|\varepsilon|, \frac{1}{2}|\bar{\varepsilon}|\right)$, 这一点最为显著.

参　考　文　献

[1] 陆全康等,物理学报, 32(1983), 618.

ON THE FORM FACTOR OF RADIATION SCATTERING IN A BI-MAXWELLIAN PLASMA

QIN YUN-WEN

(*Southwestern Institute of Physics, Leshan, Sichuan China*)

ABSTRACT

In a recent paper[1], the form factor of radiation scattering in a bi-maxwellian plasma had been calculated, distinguishing the case $T_{\perp}\geqslant T_{/\!/}$ form the case $T_{\perp}\leqslant T_{/\!/}$. It had led to different analytic expressions for the form factor in these two cases respectively. The present note shows that it is not necessary to differentiate the cases $T_{\perp}\geqslant T_{/\!/}$ and $T_{\perp}\leqslant T_{/\!/}$, and the common analytic expression for the form factor can be obtained with better accuracy.