

N-S 多层薄膜结构的超导临界温度讨论

龚昌德 邢定钰

(南京大学固体物理研究所)

刘 楣

(南京工学院理化系)

1983年7月29日收到

提 要

本文推广了 McMillan 隧道模型,并应用于厚度小于超导相干长度的超导和正常膜组成的 N-S 多层薄膜结构.计算了它的序参量和超导临界温度.由于界面区域电声子作用的修正以及不同原子的掺杂所引起的 T_c 增强的可能性也作了讨论.

近年来,由两种晶体薄膜交替排列的多层结构材料,引起了低温工作者的兴趣^[1].人们期望这类人工合成的材料有可能对超导的临界参数给出新的结果.本文讨论由正常导体和超导体两种薄膜组成的多层结构材料的超导性质,研究这种结构的超导临界温度随膜厚度的变化,并讨论了其临界温度得到增强的可能性.

一、推广的 McMillan 隧道模型

我们考虑的系统是正常薄膜 N 和超导薄膜 S 沿垂直于膜面方向交替排列的周期结构.假定两种薄膜的厚度都小于超导相干长度,各膜中的超导性质可视为均匀的. N-S 多层结构中每一薄膜不仅要受到最近邻薄膜的邻近效应影响,还要受到远处所有 N 膜和 S 膜的影响.为此,我们把 McMillan 隧道模型^[2]处理 N-S 邻近系统的方法做了适当的推广:把 NS 之间的隧道哈密顿量作一维周期排列,其中相间嵌入 N 和 S 薄膜;再把处理一维 AB 链问题的无穷阶微扰论方法^[3]移植过来,自洽地确定 N-S 多层结构的超导序参量.

系统的电子哈密顿量由三部分组成,

$$H = \sum_n H_N(n) + \sum_{n'} H_S(n') + \sum'_{n,n'} H_T(n, n'). \quad (1)$$

这里 H_N , H_S 分别表示孤立的 N 薄膜和 S 薄膜的电子哈密顿量,包括电子动能、晶格势能和超导电子对的 BCS 相互作用部分.其中的宗量 n 和 n' 是多层结构中薄膜的编号, N 膜和 S 膜交替周期排列,故指标 n 和 n' 只能分别为奇数和偶数. H_T 表示 N-S 界面的隧道哈密顿量,式中的 Σ' 表示仅对最近邻求和,其隧道哈密顿量的具体表式为

$$H_T(n, n') = \sum_{\mathbf{k}, \mathbf{k}'} \{V_{\mathbf{k}\mathbf{k}'}(n, n')a_{\mathbf{k}}^{\dagger}(n)a_{\mathbf{k}'}(n') + V_{\mathbf{k}'\mathbf{k}}(n', n)a_{\mathbf{k}'}^{\dagger}(n')a_{\mathbf{k}}(n)\}. \quad (2)$$

它的作用是在薄膜 n 中产生(或湮灭)一个动量为 $\mathbf{k}$ 的电子, 同时在邻近薄膜 n' 中湮灭(或产生)一个动量为 $\mathbf{k}'$ 的电子, $V_{\mathbf{k}\mathbf{k}'}$ (或 $V_{\mathbf{k}'\mathbf{k}}$) 是这样一个过程的矩阵元. 进而假定 $V_{\mathbf{k}\mathbf{k}'}$ 与 $\mathbf{k}$ 和 $\mathbf{k}'$ 都无关, 或近似地用其平均值 V 代替, 则在 Nambu 表述下,

$$\hat{V}_{\mathbf{k}\mathbf{k}'}(n, n') = V\delta_{n', n\pm 1}\hat{\tau}_3.$$

这里出现的 $\hat{\tau}_3$ 以及下面电子格林函数的 Nambu 表述中的 $\hat{1}$ 和 $\hat{\tau}_1$ 都是泡利矩阵.

以某一超导薄膜 n 为出发点, 考虑电声子相互作用以及隧道哈密顿量导致的电子邻近效应(图 1), 得到 Nambu 表述下的电子自能部分

$$\begin{aligned} \sum_S (n, i\omega_l) = & \sum_S^{\text{ph}} (i\omega_l) + V^2\hat{\tau}_3 \sum_{\mathbf{k}, \mathbf{k}'} Q_N^{\pm}(n+1; \mathbf{k}, \mathbf{k}'; i\omega_l)\hat{\tau}_3 \\ & + V^2\hat{\tau}_3 \sum_{\mathbf{k}, \mathbf{k}'} Q_N^{\mp}(n-1; \mathbf{k}, \mathbf{k}'; i\omega_l)\hat{\tau}_3. \end{aligned} \quad (3)$$

这里下标 N, S 分别表示正常和超导薄膜, 括号中的 n 和 $n \pm 1$ 为薄膜的编号, $i\omega_l$ 为 Matsubara 表述中的虚频率 $\omega_l = (2l+1)\pi/\beta$ ($\beta = 1/kT$). (3) 式中 $Q_N^{\pm}(m; \mathbf{k}, \mathbf{k}'; i\omega_l)$ ($Q_N^{\mp}(m; \mathbf{k}, \mathbf{k}'; i\omega_l)$) 表示的过程为: 正常膜 m 的 $\mathbf{k}$ 电子通过隧道跃迁向 m 递增(递减)方向运动, 最终以动量 $\mathbf{k}'$ 回到薄膜 m 的所有可能路径, 包括旅途中回到膜 m 若干次, 再继续向 m 递增(递减)方向跃迁的情况. 假定隧道矩阵元与动量 $\mathbf{k}, \mathbf{k}'$ 无关, 故各薄膜动量独立, 可以各自求和. 定义以下对动量求和后的诸量:

$$\begin{aligned} Q_j^{\pm}(m; i\omega_l) & \equiv \sum_{\mathbf{k}, \mathbf{k}'} Q_j^{\pm}(m; \mathbf{k}, \mathbf{k}'; i\omega_l), \\ G_j^{\pm}(m; i\omega_l) & \equiv \sum_{\mathbf{k}} G_j^{\pm}(m; \mathbf{k}, i\omega_l), \end{aligned} \quad (4)$$

其中 $j = N, S$.

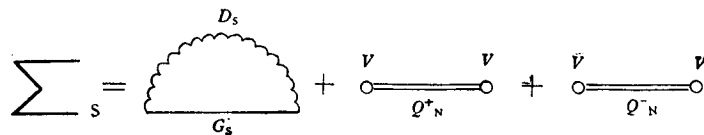


图 1 超导 S 膜的自能是电声子相互作用和隧道贡献之和, 其格林函数可以自能自洽确定

我们可用无穷级微扰论的级数求和^[3]得到 $Q_N^{\pm}$ 和 $Q_S^{\pm}$ 满足的方程

$$\begin{aligned} Q_N^{\pm}(m; i\omega_l) & = G_N(m; i\omega_l) + V^2 G_N(m; i\omega_l)\hat{\tau}_3 Q_S^{\pm}(m\pm 1; i\omega_l)\hat{\tau}_3 G_N(m; i\omega_l) \\ & \quad + V^4 G_N(m; i\omega_l)\hat{\tau}_3 Q_S^{\pm}(m\pm 1; i\omega_l)\hat{\tau}_3 G_N(m; i\omega_l)\hat{\tau}_3 Q_S^{\pm}(m\pm 1; i\omega_l) \\ & \quad \times \hat{\tau}_3 G_N(m; i\omega_l) + \cdots, \\ Q_N^{\pm}(m; i\omega_l) & = [G_N(m; i\omega_l)^{-1} - V^2\hat{\tau}_3 Q_S^{\pm}(m\pm 1; i\omega_l)\hat{\tau}_3]^{-1}, \\ Q_S^{\pm}(m; i\omega_l) & = [G_S(m; i\omega_l)^{-1} - V^2\hat{\tau}_3 Q_N^{\pm}(m\pm 1; i\omega_l)\hat{\tau}_3]^{-1}. \end{aligned} \quad (5)$$

文献[2]中的 S-N 邻近层系统是我们所讨论系统的特殊情况. 若在本文(3)式中令 $Q_N^{\mp} = 0$ 和 $Q_N^{\pm} = G_N$, 则(3)式退化为文献[2]中的自能形式. 这里的 $G_{N,S}(m; i\omega_l)$ 分别

是正常和超导薄膜中的单粒子格林函数.

我们已假定周期排列的所有 N 膜有相同厚度 d_N , 所有 S 膜也具有相同厚度 d_S , 从这一多层结构的对称性可以推断

$$Q_N^+ = Q_N^- = Q_N, \quad Q_S^+ = Q_S^- = Q_S,$$

且 $Q_{N,S}$ 和 $G_{N,S}$ 都与膜指标 n, n' 无关, 这样(5)式中的 $Q_{N,S}^{\pm}$ 可简写为

$$\begin{aligned} Q_N &= [G_N^{-1} - V^2 \hat{\tau}_3 Q_S \hat{\tau}_3]^{-1}, \\ Q_S &= [G_S^{-1} - V^2 \hat{\tau}_3 Q_N \hat{\tau}_3]^{-1}. \end{aligned} \quad (6)$$

写出 Nambu 表述下的自能矩阵

$$\Sigma_j(i\omega_l) = [1 - Z_j(i\omega_l)]i\omega_l \hat{1} + Z_j(i\omega_l)\Delta_j(i\omega_l)\hat{\tau}_1, \quad j = N, S.$$

完成 $G_{N,S}(i\omega_l)$ 中对动量 $\mathbf{k}$ 的求和, 得到

$$\sum_{\mathbf{k}} G_j(\mathbf{k}, i\omega_l) = iAd_j N_j(0) \cdot \frac{i\omega_l \hat{1} + \Delta_j \hat{\tau}_1}{[(i\omega_l)^2 - \Delta_j^2]^{1/2}}. \quad (7)$$

这里 A 为膜的面积, $N_j(0)$ 为 N 膜或 S 膜在正常态时费密面处的态密度, Δ_j 为考虑了电声子相互作用和周期的局域隧道势的作用后的超导序参量. 联立(6)式中两个方程, 并利用(7)式可解出 Q_N 和 Q_S , 对比电子自能的表达式, 可得到 Δ_j 满足的方程

$$\begin{aligned} \Delta_N(\omega_l) &= \Delta_N^{\text{ph}} - \frac{V^2}{2i\omega_l \Gamma_S} \left\{ \left[\Delta_N^2 + \omega_l^2 - 4V^{-2} \Gamma_N \Gamma_S (i\omega_l - \Delta_N)(i\omega_l + \Delta_S) \left(\frac{\Delta_N^2 + \omega_l^2}{\Delta_S^2 + \omega_l^2} \right)^{1/2} \right]^{1/2} \right. \\ &\quad \left. - \left[\Delta_S^2 + \omega_l^2 - 4V^{-2} \Gamma_N \Gamma_S (i\omega_l + \Delta_N)(i\omega_l - \Delta_S) \left(\frac{\Delta_N^2 + \omega_l^2}{\Delta_S^2 + \omega_l^2} \right)^{1/2} \right]^{1/2} \right\}, \\ \Delta_S(\omega_l) &= \Delta_S^{\text{ph}} - \frac{V^2}{2i\omega_l \Gamma_N} \left\{ \left[\Delta_S^2 + \omega_l^2 - 4V^{-2} \Gamma_S \Gamma_N (i\omega_l - \Delta_S)(i\omega_l + \Delta_N) \left(\frac{\Delta_S^2 + \omega_l^2}{\Delta_N^2 + \omega_l^2} \right)^{1/2} \right]^{1/2} \right. \\ &\quad \left. - \left[\Delta_N^2 + \omega_l^2 - 4V^{-2} \Gamma_S \Gamma_N (i\omega_l + \Delta_S)(i\omega_l - \Delta_N) \left(\frac{\Delta_S^2 + \omega_l^2}{\Delta_N^2 + \omega_l^2} \right)^{1/2} \right]^{1/2} \right\}, \end{aligned} \quad (8)$$

式中出现的参量 Γ_N 和 Γ_S , 其定义和文献[2]相同,

$$\Gamma_N = V^2 A d_S N_S(0), \quad \Gamma_S = V^2 A d_N N_N(0). \quad (9)$$

$\Delta_{N,S}^{\text{ph}}$ 分别为形成多层系统后正常膜和超导膜中电声子相互作用所导致的超导序参量, 它们满足 BCS 势的自洽方程

$$\Delta_j^{\text{ph}} = 2\pi T \lambda_j \text{Im} \left\{ \sum_{l>0} \Delta_j / (\omega_l^2 + \Delta_j^2)^{1/2} \right\}, \quad j = N, S. \quad (10)$$

上式中右方的 Δ_j 包括了电声子相互作用和隧道势效应两部分贡献的序参量. 其求和分别截止在正常和超导膜的德拜频率 ω_{Dj} . $\lambda_S(\lambda_N)$ 为多层结构中 S 膜(N 膜)的电声子耦合强度, 它们不同于孤立 S 膜(N 膜)的电声子耦合强度 $\lambda_S^0(\lambda_N^0)$, 这是因为多层结构的声子频谱相对于原来的孤立薄膜会发生软化或硬化^[4], 从而导致了相应电声子耦合强度 λ_j 的变化. 目前 λ_j 仅作为参量出现在方程中, 联立方程组(8)和(10), 可以得到 $\Delta_S, \Delta_N, \Delta_S^{\text{ph}}$ 和

Δ_s^{ph} 的自洽解.

二、超导临界温度的讨论

在超导临界温度 T_c 附近, Δ_s 和 Δ_N 为小量, 把(8)式按 Δ_s 和 Δ_N 展开至线性项, 并解此线性方程组, 得到

$$\Delta_s(\omega_l) = \Delta_s^{\text{ph}} \left\{ 1 + \frac{2\Gamma_s(\Delta_N^{\text{ph}}/\Delta_s^{\text{ph}} - 1)}{\omega_l(1 + 4V^{-2}\Gamma_s\Gamma_N)^{1/2} + 2(\Gamma_s + \Gamma_N)} \right\}. \quad (11)$$

同时在 T_c 附近自洽方程(10)变为

$$\Delta_s^{\text{ph}} = 2\pi T \lambda_s \sum_{l=0}^{n_s} \frac{\Delta_s(\omega_l)}{\omega_l}. \quad (12)$$

这里 $n_s = \omega_{\text{DS}}/2\pi T$. 联立(11)和(12)式, 得到 T_c 满足的方程^[5]

$$\lambda_s f(T) + \frac{\lambda_s \Gamma_s}{\Gamma_N + \Gamma_s} (\Delta_N^{\text{ph}}/\Delta_s^{\text{ph}} - 1) k_s(T) = 1, \quad (13)$$

其中

$$\begin{aligned} f(T) &= \ln(2\gamma\omega_{\text{DS}}/\pi T), \\ k_s(T) &= \phi\left(\frac{1}{2} + \frac{\Gamma_s + \Gamma_N}{\pi T(1 + 4V^{-2}\Gamma_s\Gamma_N)^{1/2}}\right) - \phi\left(\frac{1}{2}\right) \\ &\quad - \ln\left[1 + 2\left(\frac{\Gamma_s + \Gamma_N}{\omega_{\text{DS}}}\right) / (1 + 4V^{-2}\Gamma_s\Gamma_N)^{1/2}\right], \end{aligned} \quad (14)$$

式中 $\phi(Z)$ 为 γ 函数的对数微商^[6], $\gamma = 1.781$. 对于 N 膜可类似地定义 $k_N(T)$ 和得到与(13)式对称的方程, 从这两个方程中消去 $\Delta_N^{\text{ph}}/\Delta_s^{\text{ph}}$, 最后得到 $f(T)$ 的方程式

$$\begin{aligned} f(T) - [\lambda_s^{-1} - \lambda_N^{-1} - \chi + \gamma_s k_s(T) + \gamma_N k_N(T)] f(T) \\ + (\lambda_N^{-1} - \chi)(\lambda_s^{-1} + \gamma_s k_s(T)) + \gamma_N \lambda_s^{-1} k_N(T) = 0. \end{aligned} \quad (15)$$

这里 $\chi = \ln(\omega_{\text{DN}}/\omega_{\text{DS}})$, $\gamma_{s,N} = \Gamma_{s,N}/(\Gamma_s + \Gamma_N)$.

从上式解出 $f(T)$, 并取 $\lambda_N \rightarrow 0$ 的情况, 即可得到 N-S 多层薄膜系统的临界温度 T_c 的表达式

$$\begin{aligned} \ln\left(\frac{T_{cs}^0}{T_c}\right) &= \left(\frac{1}{\lambda_s} - \frac{1}{\lambda_s^0}\right) + \frac{\Gamma_s}{\Gamma_s + \Gamma_N} \left\{ \phi\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{\pi T} \cdot \frac{\Gamma_s + \Gamma_N}{(1 + 4V^{-2}\Gamma_s\Gamma_N)^{1/2}}\right) \right. \\ &\quad \left. - \phi\left(\frac{1}{2}\right) - \ln\left(1 + \frac{\Gamma_s + \Gamma_N}{\omega_{\text{DS}}} (1 + 4V^{-2}\Gamma_s\Gamma_N)^{-1/2}\right) \right\}. \end{aligned} \quad (16)$$

上式的一些数值结果见图 2 和图 3. 这些计算中假定了 $\lambda_s = \lambda_s^0$, 即没有考虑多层结构引起 S 膜的电声子耦合强度的变化, 仅考察 NS 邻近效应导致的 T_c 的降低.

在下面两种极端情况下, (16)式能化为较为简单的形式. 第一种情况是

$$\frac{\Gamma_s + \Gamma_N}{\pi T_c} (1 + 4V^{-2}\Gamma_s\Gamma_N)^{-1/2} \gg 1$$

的 Anderson 极限, 利用 $\phi(Z) \rightarrow \ln Z$ (当 $Z \gg 1$ 时) 的渐近形式和假定了 $\omega_{\text{DS}} \rightarrow \infty$, 则有

$$\frac{T_c}{T_{cs}^0} = \left[\frac{\pi T_{cs}^0 (1 + 4V^{-2}\Gamma_s\Gamma_N)^{1/2}}{4\gamma(\Gamma_s + \Gamma_N)} \right]^{(\Gamma_s/\Gamma_N)} \cdot \exp\left[(\lambda_s^{0-1} - \lambda_s^{-1})\left(1 + \frac{\Gamma_s}{\Gamma_N}\right)\right]. \quad (17)$$

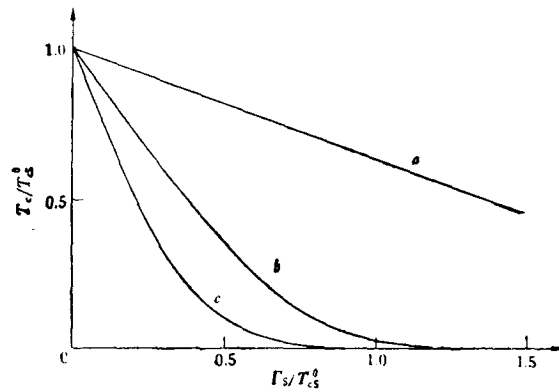


图 2 S-N 多层薄膜结构的超导转变温度 参数为 $\lambda_S = \lambda_S^0$, $\lambda_N = 0$, $\omega_{DS} = 196K$, $\Gamma_N/T_{cs}^0 = 0.2$; a— $V/T_{cs}^0 = 0.5$; b— $V/T_{cs}^0 = 1$; c— $V/T_{cs}^0 = 1.5$

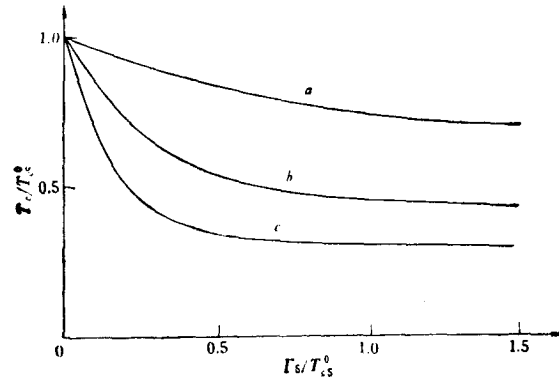


图 3 S-N 多层薄膜结构的超导转变温度 参数为 $\Gamma_N = \Gamma_S$, 其它同图 2

第二种情况考虑 $\frac{\Gamma_S + \Gamma_N}{\pi T_c} (1 + 4V^{-2}\Gamma_S\Gamma_N)^{-1/2} \ll 1$ 的极限, 同时假定 $\omega_{DS} \rightarrow \infty$, 则得

到 T_c 表达式为

$$T_c/T_{cs}^0 = \exp \left[-\frac{\pi\Gamma_S}{2T_c} (1 + 4V^{-2}\Gamma_S\Gamma_N)^{-1/2} + (\lambda_S^{0-1} - \lambda_S^{-1}) \right]. \quad (18)$$

从上式容易看出, T_c 取决于指数因子上的两项. 第一项恒为负值, 如上所述, 这是 NS 邻近效应所致, 总是导致 T_c 下降, 但是在 N 膜很薄的情况 (Γ_S 很小), 这项的影响是较小的. 第二项是多层结构电声子耦合强度的影响, 此项可正可负. 如果多层结构电声子耦合强度超过孤立 S 膜的电声子耦合强度, 并满足

$$\frac{1}{\lambda_S^0} - \frac{1}{\lambda_S} > \frac{2\Gamma_S}{\pi T_c} (1 + 4V^{-2}\Gamma_S\Gamma_N)^{-1/2}, \quad (19)$$

则有 $T_c > T_{cs}^0$, 多层结构的 T_c 能够高于孤立 S 膜的 T_{cs}^0 . 在这里讨论的极限情况, (19) 式右方远小于 1, 只要 λ_S 和 λ_S^0 有不大的差别, 条件 (19) 式即可能得以满足. 因此, 如果具备以下条件: 1) 多种结构由两种较薄的膜组成, 其 N 膜很薄或隧道跃迁很小, 以尽量减小邻近效应导致的 T_c 之下降. 2) 选择两种适当的材料, 使它们构成的多层结构声子谱

的软化或硬化有利于电声子耦合强度的加强^[4], 则按此制备的多层结构材料将有可能使 T_c 得到提高.

三、杂质的交缠散射效应

在上面的讨论中, 多层结构被视为两种纯净晶体薄膜的交替结合. 如果两种晶体原子的相互作用大于同种原子之间的互作用, 或由于结构不致密以及扩散机制, 则在多层结构的制备过程中, 界面两侧的导体都会掺有异种原子. 此种情况对于 N-S 多层材料 T_c 的提高是否有利? 值得加以讨论.

假定掺杂是低浓度, 非磁性和替代式的, 则超导薄膜的电子哈密顿量可写作

$$H = H_0 + H_1 + H_2. \quad (20)$$

这里 H_0 为完整超导薄膜的哈密顿量, 后二项为杂质原子引起的畸变势, 它们可以表示为

$$H_1 = \frac{1}{V} \sum_{\mathbf{q}} u(\mathbf{q}) \sum_n e^{-i\mathbf{q} \cdot \mathbf{X}_n^0} \cdot \sum_{\mathbf{p}} a_{\mathbf{p}+\mathbf{q}}^+ a_{\mathbf{p}}, \quad (21)$$

$$H_2 = \frac{1}{V} \sum_{\mathbf{p}, \mathbf{q}} \sum_{\mathbf{k}, \lambda} (-i) (2NM \omega_{\lambda}(\mathbf{q}))^{-1/2} \epsilon_{\mathbf{k}\lambda} \cdot \mathbf{q} u(\mathbf{q}) \cdot \left(\sum_n e^{i(\mathbf{k}-\mathbf{q}) \cdot \mathbf{X}_n^0} \right) a_{\mathbf{p}+\mathbf{q}}^+ a_{\mathbf{p}} (b_{\mathbf{k}\lambda} + b_{\mathbf{k}\lambda}^+). \quad (22)$$

这里 $a_{\mathbf{p}} (a_{\mathbf{p}}^+)$ 和 $b_{\mathbf{k}\lambda} (b_{\mathbf{k}\lambda}^+)$ 分别为电子和声子的湮灭(产生)算符. $\mathbf{X}_n^0$ 为原子平衡位矢, 对 n 的求和仅遍及杂质原子所占的格位; $u(\mathbf{q})$ 为杂质畸变势的傅氏分量. (22)式中其它未加说明的符号与通常电声子耦合系数 $g_{\mathbf{k}\lambda}$ 表达式中的符号有相同的定义. 这里, 我们忽略了杂质引起声子模式的变化, 把杂质效应完全归结为对电子的散射势.

(21)式表示的项就是人们通常考虑的静杂质散射效应. 这种静散射在考虑到二级或更高级效应时, 才会引起对平均自由程或特征时间(碰撞时间或输运时间)的修正. 对于各向同性的超导体, 或者在各向异性模型中, 当杂质的散射已“抹平”各向异性的情形下, H_1 项不再影响超导性质. 我们着重讨论的是(22)式所表示的杂质交缠散射项. 这项是考虑到杂质原子在散射过程中会发生反冲, 通过与周围基体原子的耦合也会激发声子, 这将导致杂质散射时伴随的附加声子散射. 与 H_1 相反, 即使在杂质散射的最低级近似下, 附加的交缠散射也不能略去. 如对(22)式中杂质原子的随机分布进行平均, 得到

$$\frac{1}{V} \frac{n_i}{n} \sum_{\mathbf{p}, \mathbf{k}, \lambda} \frac{u(\mathbf{k})}{V(\mathbf{k})} g_{\mathbf{k}\lambda} a_{\mathbf{p}+\mathbf{k}}^+ a_{\mathbf{p}} (b_{\mathbf{k}\lambda} + b_{\mathbf{k}\lambda}^+). \quad (23)$$

这里 $g_{\mathbf{k}\lambda}$ 为完整超导薄膜的电声子耦合系数, $V(\mathbf{k})$ 为基体原子势的傅氏分量, n 和 n_i 分别为基底原子和杂质原子浓度. 显然, (23)式将对完整超导薄膜的电声子相互作用项作出修正, 它正比于杂质浓度, 并且视畸变势的符号, 可增强或减弱电声子相互作用强度.

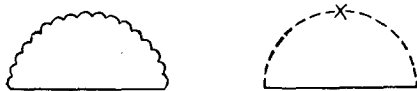


图4 电声子相互作用和杂质二级静散射自能图

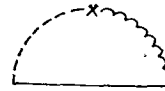


图5 杂质交缠散射自能图

当研究更高级的含杂质的电声子相互作用时要考虑密格达定理, 准确至 n_i/n 量级贡献的正规自能图形, 除了包括图 4 中的两个通常图形外, 还应包括如图 5 所示的图形, 它是由通常的电声子作用和附加的交缠散射联合收缩的结果. 图 5 所对应的自能贡献为

$$\Sigma_1 = 2i \frac{n_i}{n} \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} |g_{k\lambda}|^2 G(p-k) D(k) \operatorname{Re} \left[\frac{u(\mathbf{k})}{V(\mathbf{k})} \right]. \quad (24)$$

这里 Re 为取实部符号, 如果按如下简单模型^[7]:

$$V(\mathbf{k}) \equiv V(\mathbf{p} - \mathbf{p}') = [1 + a(\hat{Q}_{\mathbf{p}})] V[1 + a(\hat{Q}_{\mathbf{p}'})]$$

把各向异性考虑进来, 同时对 $u(\mathbf{k})$ 仅取 S 波部分, 即 $u(\mathbf{k}) \approx u$, 则从图 4 和图 5 的自能贡献并利用(24)式容易得到杂质势引起的 T_c 改变为

$$\delta T_c / T_c = \int_0^{\omega_D} \frac{d\omega}{\omega} \tanh \left(\frac{\beta_c \omega}{2} \right) \cdot \left[\frac{2n_i}{n} \operatorname{Re} \left(\frac{u}{V} \right) - \frac{\langle a^2 \rangle}{1 + (2\omega\tau_a)^2} \right]. \quad (25)$$

这里 τ_a 为静杂质弹性碰撞时间, 由上式可见: δT_c 的符号和大小取决于 $\operatorname{Re}(u/V)$ 的符号和大小、杂质浓度以及各向异性的程度 $\langle a^2 \rangle$ 等因素. 方括弧中第二项代表与各向异性有关的 T_c 的下降项, 当掺杂浓度达 $\omega_D \tau_a \leq 10^{-1}$ 后, 此项达饱和值 $-\langle a^2 \rangle$, 此后 T_c 的变化遵从

$$\delta T_c / T_c = \frac{1}{N(0)V} \left[\frac{2n_i}{n} \operatorname{Re} \left(\frac{u}{V} \right) - \langle a^2 \rangle \right], \quad (26)$$

即随杂质浓度增加, 将视 $\operatorname{Re}(u/V)$ 的符号决定: 或 T_c 继续下降, 或 T_c 开始回升直到 n_i 达到阈值

$$(n_i)_c = n \langle a^2 \rangle / 2 \operatorname{Re} \left(\frac{u}{V} \right)$$

后, δT_c 变为正值. 这表明非磁杂质的交缠散射效应有可能导致 T_c 的提高. 这一结果与通常的静散射不同, 那里的平均自由程或特征时间效应和畸变势的符号无关. 实验似乎支持这里所得的结果, 实验^[8]表明: 杂质浓度达到一定值后, 由于杂质“抹平”各向异性而导致的 T_c 下降趋于饱和, T_c 进一步的变化将视杂质原子的电负性或电正性, δT_c 继续为负或开始增长直至变为正值. 因此, 我们可得结论: 适当选择多层结构中的 N 和 S 材料, 只要 u 和 V 的符号相同, 扩散掺杂的结果, 在浓度超过阈值后, 超导层的 T_c 可能提高.

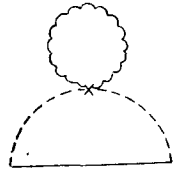


图 6

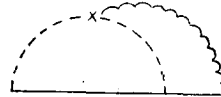


图 7

以上讨论仅为定性的, 实际上量级为 n_i/n 的图形还有图 6 和图 7. 前者自能贡献为

$$\frac{n_i}{n} \int \frac{d^3 q}{(2\pi)^3} |u(\mathbf{q})|^2 G(\mathbf{p} - \mathbf{q}) \Lambda(\mathbf{q}), \quad (27)$$

其中

$$\Lambda(\mathbf{q}) = i \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} (2NM\omega(k))^{-1} |\epsilon_{k\lambda} \cdot \mathbf{q}|^2 D(k),$$

它来源于同一杂质原子的二次附加散射,其作用是使杂质散射势进行重整 $u \rightarrow u\Lambda^{1/2}$, 结果对 τ_c 或临界浓度 $(n_i)_c$ 作出修正. 图 7 的自能贡献为

$$i \frac{n_i}{n} \int |g_{k\lambda}|^2 f(p, k) G(p - k) D(k) \frac{d^4 k}{(2\pi)^4}, \quad (28)$$

其中

$$f(p, k) = \int \frac{d^3 q_1}{(2\pi)^3} \frac{\epsilon_{k\lambda} \cdot q_1}{\epsilon_{k\lambda} \cdot k} \frac{u(q_1)}{V(k)} u(k - q_1) G(p - q_1),$$

它对电声子相互作用的顶角作出修正. 在 S 波散射情形, 以上两种修正都和 u 的符号无关, 因而不会影响以上讨论的定性结果.

参 考 文 献

- [1] I. Schuller, *Phys. Rev. Lett.*, **44** (1980), 1597;
H. Raffy and E. Guyon, *Journal de Physique*, LT15 (1978), C6—648;
邢定钰、龚昌德, 物理学报, **31**(1982), 634.
- [2] W. L. McMillan, *Phys. Rev.*, **175** (1968), 537.
- [3] K. S. Dy, S. Y. Wu And T. Spratlin, *Phys. Rev. B*, **20** (1979), 4237.
- [4] 邢定钰、龚昌德, 低温物理, **5**(1983), 1.
- [5] S. Mohabir and A. D. S. Nagi, *J. Low. Temp. Phys.*, **35** (1979), 671.
- [6] 王竹溪、郭敦仁, 特殊函数论, 科学出版社, 第三章.
- [7] D. Markowitz and L. P. Kadanoff, *Phys. Rev.*, **131** (1963), 563.
- [8] E. A. Lynton, B. Serin And M. Zucker, *J. Phys. Chem. Solid.*, **3** (1957), 165; G. Chanin, E. A. Lynton and B. Serin, *Phys. Rev.*, **114** (1959), 719; B. Serin, Proc. of the VIIth International Conference on Low Temperature Phys., p. 391.

DISCUSSION ON THE SUPERCONDUCTING CRITICAL TEMPERATURE IN A N-S MULTI-FILM STRUCTURE

GONG CHANG-DE XING DING-YU

(Department of Physics And Institute of Solid State Physics, Nanjing University)

LIU MIE

(Nanjing Institute of Technology)

ABSTRACT

The McMillan tunneling model has been generalized and applied to a N-S multi-film structure with thickness of each film smaller than the superconducting coherent length. The order parameters and superconducting critical temperature of the structure are calculated, and the possibilities of enhancing T_c by modifying the electron-phonon coupling and contaminating with different atom in the interface regions are also discussed.