

## 用夸克模型探索 $\pi$ -N 相互作用<sup>1)</sup>

何启智

杨建华

程国均

(四川大学) (大连轻工业学院) (四川大学)

杨 荣 辅

(喀什师范学院)

1983年6月27日收到; 1983年12月15日收到修改稿

### 提 要

本文中用夸克模型, Warke近似, 并作为补偿, 在夸克唯象势中加入中程势 $(-1)^{T+J}Kre^{-r/a_2}$ , 计算了  $\pi$ -N 相互作用势, 从此势计算了  $L_{2T, 2J} = S_{11}, S_{31}, P_{11}, P_{31}, P_{13}$  和  $P_{33}$  六种道的相移. 在入射  $\pi$  介子动能  $E_{\pi}^{\text{lab}} = 0-700\text{MeV}$  范围内, 与由实验方法决定的相移进行了比较.

### 一、前 言

近年来国内外用夸克势模型研究核力问题 (N-N 相互作用), 已作了大量工作<sup>[1-5]</sup>, 并取得相当成功. 本文试图用同样方法对  $\pi$ -N 相互作用进行探索.

夸克模型的理论基础是量子色动力学 (QCD), 但 QCD 本身至今还不足以象量子电动力学 (QED) 那样直接处理具体问题, 用势模型就已经是一种近似. 用夸克势模型计算核力, 一般是构造二核子(六夸克)的反对称集团波函数. 由于核子是色单态, N-N 势的直接项为零. 对 N-N 势的贡献完全由交换项给出. 如果我们完全用核理论中集团模型的共振群方法处理这一问题, 则得到的是关于相对运动波函数的一个微分积分方程. 虽然假定了夸克相互作用势的唯象解析表达式, 也只能得出数值结果. Warke 作了进一步的近似, 即假定空间交换算符对集团间相对运动波函数的作用可以忽略. 这样就得到关于相对运动波函数的一个简单微分方程, 从而决定了 N-N 相互作用势的解析表达式, 可由所假定的夸克相互作用势的唯象解析表达式严格算出.

关于 Warke 的近似方法曾经引起争论. 我们认为集团间相对运动波函数对相对距离的依赖关系不是激烈变化的, 尤其在较低能量的情况下, 波函数的节点不多, 波函数的幅又必然随距离的增大而趋于零, 因此忽略空间交换算符对它的影响不致产生严重的后果. 另一方面, 忽略后得微分方程, 对相互作用势的计算可充分考虑到在色空间、角动量空间、同位旋空间以及普通空间等交换算符对集团波函数所起的细致的作用, 准确计算出相互作用势的解析表达式. 进一步作其他计算时也较简便. 但 Warke 的结果中程吸引太弱, 不足以解释氦核的束缚. 在我们作过的计算中, 对夸克唯象势加入了中程势<sup>[4,5]</sup>, 就

1) 本文内容曾在 1982 年 11 月第五次核物理会议上报告.

是对 Warke 近似的一种补偿. 实践已证明能得到较 Warke 计算更符合实验的结果. 以下我们将用同样方法探索  $\pi$ -N 相互作用.

## 二、 $\pi$ -N 集团波函数及其反对称化

我们取  $\pi$ -N 五夸克集团波函数为

$$\varphi_a(1, 2, 3)\varphi_b(4, 5)\psi(\mathbf{R}), \quad (1)$$

其中 1, 2, 3, 4 为夸克, 5 为反夸克.

$$\mathbf{R} = \frac{\mathbf{r}_1 + \mathbf{r}_2 + \mathbf{r}_3}{2} - \frac{\mathbf{r}_4 + \mathbf{r}_5}{3},$$

用质心坐标系, 即

$$\frac{1}{5}(\mathbf{r}_1 + \mathbf{r}_2 + \mathbf{r}_3 + \mathbf{r}_4 + \mathbf{r}_5) = 0.$$

$\varphi_a, \varphi_b$  分别为核子和  $\pi$  介子的波函数, 各为色空间  $\varphi^c$ , 自旋同位旋空间  $\varphi^{\sigma\tau}$  及普通空间  $\varphi^x$  各波函数的积. 其中

$$\varphi_a^c = \frac{1}{\sqrt{6}} \epsilon_{ijk} \phi_1(c_i) \phi_2(c_j) \phi_3(c_k), \quad (2)$$

$$\varphi_b^c = \frac{1}{\sqrt{3}} \phi_4(c_i) \phi_5(\bar{c}_i) \quad (3)$$

都是色单态,  $i, j, k$  凡重复出现都对 1 至 3 求和.

$$\begin{aligned} \varphi_a^{\sigma\tau} \varphi_b^{\sigma\tau} &= \frac{1}{\sqrt{2}} \sum_{l=0,1} \left| \left[ \frac{1}{2}, \left( \frac{1}{2}, \frac{1}{2} \right)_l \right] \frac{1}{2} \right\rangle_\sigma \left| \left( \frac{1}{2}, \frac{1}{2} \right)_0 \right\rangle_\sigma \\ &\quad \times \left| \left[ \frac{1}{2}, \left( \frac{1}{2}, \frac{1}{2} \right)_l \right] \frac{1}{2} \right\rangle_\tau \left| \left( \frac{1}{2}, \frac{1}{2} \right)_1 \right\rangle_\tau, \end{aligned} \quad (4)$$

角动量的耦合与同位旋的耦合为

$$\left| \left[ \left( L, 0 \right)_L, \frac{1}{2} \right] J, M_J \right\rangle \left| \left( \frac{1}{2}, 1 \right)_T, M_T \right\rangle. \quad (5)$$

(4,5) (1,2,3)                      (1,2,3) (4,5)

又

$$\varphi_a^x = \eta e^{-\frac{1}{2}\beta^2(r_{12}^2 + r_{23}^2 + r_{31}^2)}, \quad (6)$$

$$\varphi_b^x = \mu e^{-\frac{1}{2}\lambda^2 r_{45}^2}. \quad (7)$$

容易看到  $\varphi_a, \varphi_b$  各对于其所包含的粒子都是反对称的<sup>1)</sup>. 只考虑 S 波和 P 波,  $L = 0, 1$ .

因五个粒子分为三个、二个粒子的两集团, 共有  $\frac{5!}{3!2!} = 10$  种排列, 由各集团间的

1)  $b$  团由  $q\bar{q}$  组成,  $q, \bar{q}$  不是全同粒子而互为反粒子, 和  $e^+e^-$  组成的体系一样,  $b$  团的波函数只要求是  $\hat{C}$  的本征态, 本征值可为  $\pm 1$ . 我们按  $\pi$  介子的现实情况(色单态, 自旋 0, 同位旋 1, 假定是基态)写出  $\varphi_b$ , 结果得  $\varphi_b$  对 4, 5 是反对称的. 如果  $b$  团是  $\rho$  介子或  $\eta$  介子, 则基态波函数应是对称的.

交换 1,  $3\hat{P}_{14}$ ,  $3\hat{P}_{15}$ ,  $3\hat{P}_{14}\hat{P}_{25}$  实现. 1, 2, 3, 4 都是夸克, 故  $\hat{P}_{14}$  作用于总波函数应反号; 5 是反夸克,  $\hat{P}_{15}$  作用后是否反号应考虑到粒子-反粒子变换  $\hat{C}$ . 但算符  $\hat{C}$  与同位旋算符  $I$  不对易, 由粒子理论, 应由  $G$  对称性(或译  $G$  宇称)代替<sup>[6]</sup>,  $\hat{G} = \hat{C}e^{i\pi I_2}$ . 我们知道  $\pi$  介子的  $G$  对称性为  $-1$ , 于是得反对称算符为

$$\mathcal{A} = \frac{1}{\sqrt{10}}(1 - 3\hat{P}_{14} - 3\hat{P}_{15} + 3\hat{P}_{14}\hat{P}_{25}). \quad (8)$$

每一交换算符都是对色空间、自旋同位旋空间和普通空间的交换算符之积, 即

$$\hat{P} = \hat{P}^c \hat{P}^{\sigma\tau} \hat{P}^x. \quad (9)$$

### 三、 $\pi$ -N 相互作用势

设唯象的夸克相互作用势为

$$\begin{aligned} \hat{V}(i, j) &= \mathbf{F}_i \cdot \mathbf{F}_j V(i, j) \\ &= \alpha_s \mathbf{F}_i \cdot \mathbf{F}_j \left[ b + \frac{1}{r} \left( 1 - \frac{r^3}{a_1^3} \right) + (-1)^{T+J} K r e^{-r/a_2} \right], \end{aligned} \quad (10)$$

其中  $\alpha_s$  为强耦合常数;  $\mathbf{F}_i \cdot \mathbf{F}_j = \sum_{\alpha} F_i(\alpha) F_j(\alpha)$ ,  $\alpha = 1, 2, \dots, 8$ ,  $F(\alpha)$  与 Gell-Mann 矩阵的关系, 对夸克为  $\frac{1}{2} \lambda(\alpha)$ , 对反夸克为  $-\frac{1}{2} \lambda^T(\alpha)$ ;  $b$  为渐近自由非零常数;  $1/r$  为库仑势;  $r^2/a_1^3$  为禁闭势; 作为 Warke 近似的补偿, 并考虑到与实验结果的比较, 我们加入中程势  $(-1)^{T+J} K r e^{-r/a_2}$ . 忽略了 Breit-Fermi 修正项. 式中,  $r = |\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j|$ .

用文献 [2, 4, 5] 推导 N-N 相互作用势几乎完全相同的方法, 忽略了交换算符对集团相对运动波函数的影响, 又考虑到  $\varphi_a^c$ ,  $\varphi_b^c$  都是色单态, 直接项为 0, 得  $\pi$ -N 相互作用势为

$$\begin{aligned} v &= \left\langle \phi_a \phi_b \left| \sum_{\substack{i \in a \\ j \in b}} \hat{V}(i, j) (-3\hat{P}_{14} - 3\hat{P}_{15} + 3\hat{P}_{14}\hat{P}_{25}) \right| \phi_a \phi_b \right\rangle / n \\ &= v_{14} + v_{15} + v_{14,25}, \end{aligned} \quad (11)$$

其中

$$n = \langle \phi_a \phi_b | (1 - 3\hat{P}_{14} - 3\hat{P}_{15} + 3\hat{P}_{14}\hat{P}_{25}) | \phi_a \phi_b \rangle. \quad (12)$$

利用

$$\hat{P}_{ij}^c = \frac{1}{3} + 2\mathbf{F}_i \cdot \mathbf{F}_j$$

及

$$\hat{P}_{kl}^c = -\frac{7}{9} - \frac{4}{3} \mathbf{F}_k \cdot \mathbf{F}_l$$

(见附录), 经色空间计算后得

$$v_{14} = -\frac{4}{3n} \langle \phi_a^{\sigma\tau x} \phi_b^{\sigma\tau x} | [V(14) - V(15) - V(24) + V(25)] \hat{P}_{14}^{\sigma\tau x} | \phi_a^{\sigma\tau x} \phi_b^{\sigma\tau x} \rangle, \quad (13)$$

$$v_{15} = -\frac{8}{9n} \langle \phi_a^{\sigma\tau x} \phi_b^{\sigma\tau x} | [V(14) - V(15) - V(24) + V(25)] \hat{P}_{15}^{\sigma\tau x} | \phi_a^{\sigma\tau x} \phi_b^{\sigma\tau x} \rangle, \quad (14)$$

$$v_{14,25} = -\frac{2}{9n} \cdot \langle \phi_a^{\sigma\tau x} \phi_b^{\sigma\tau x} | [4V(14) - 4V(15) + V(24) - V(25) - 5V(34) + 5V(35)] \hat{P}_{14}^{\sigma\tau x} \hat{P}_{25}^{\sigma\tau x} | \phi_a^{\sigma\tau x} \phi_b^{\sigma\tau x} \rangle, \quad (15)$$

$$n = \left\langle \phi_a^{\sigma\tau x} \phi_b^{\sigma\tau x} \left| \left[ 1 - \hat{P}_{14}^{\sigma\tau x} + \frac{7}{3} \hat{P}_{15}^{\sigma\tau x} - \frac{5}{3} \hat{P}_{14}^{\sigma\tau x} \hat{P}_{25}^{\sigma\tau x} \right] \right| \phi_a^{\sigma\tau x} \phi_b^{\sigma\tau x} \right\rangle. \quad (16)$$

因夸克势  $V(ij)$  的各项都与  $\sigma, \tau$  无关, 故可分离为

$$v_{14} = -\frac{4}{3n} \langle \phi_a^x \phi_b^x | [V(14) - V(15) - V(24) + V(25)] \hat{P}_{14}^x | \phi_a^x \phi_b^x \rangle \cdot \left\langle \left[ (L, 0)L, \frac{1}{2} \right] J, M_J; \left( \frac{1}{2}, 1 \right) T, M_T \left| \hat{P}_{14}^{\sigma\tau} \right| \left[ (L, 0)L, \frac{1}{2} \right] J, M_J; \left( \frac{1}{2}, 1 \right) T, M_T \right\rangle, \quad (17)$$

$$v_{15} = \frac{-8}{9n} \langle \phi_a^x \phi_b^x | [V(14) - V(15) - V(24) + V(25)] \hat{P}_{15}^x | \phi_a^x \phi_b^x \rangle \cdot \left\langle \left[ (L, 0)L, \frac{1}{2} \right] J, M_J; \left( \frac{1}{2}, 1 \right) T, M_T \left| \hat{P}_{15}^{\sigma\tau} \right| \left[ (L, 0)L, \frac{1}{2} \right] J, M_J; \left( \frac{1}{2}, 1 \right) T, M_T \right\rangle, \quad (18)$$

$$v_{14,25} = \frac{-2}{9n} \langle \phi_a^x \phi_b^x | [4V(14) - 4V(15) + V(24) - V(25) - 5V(34) + 5V(35)] \hat{P}_{14}^x \hat{P}_{25}^x | \phi_a^x \phi_b^x \rangle \cdot \left\langle \left[ (L, 0)L, \frac{1}{2} \right] J, M_J; \left( \frac{1}{2}, 1 \right) T, M_T \left| \hat{P}_{14}^{\sigma\tau} \hat{P}_{25}^{\sigma\tau} \right| \left[ (L, 0)L, \frac{1}{2} \right] J, M_J; \left( \frac{1}{2}, 1 \right) T, M_T \right\rangle, \quad (19)$$

$$n = 1 - n_{14}^x n_{14}^{\sigma\tau} + \frac{7}{3} n_{15}^x n_{15}^{\sigma\tau} - \frac{5}{3} n_{14,25}^x n_{14,25}^{\sigma\tau}, \quad (20)$$

其中  $n_{14}^x, n_{15}^x, n_{14,25}^x$  分别表示(17), (18), (19)式中的右端后一个矩阵元;  $n_{14}^x, n_{15}^x, n_{14,25}^x$  分别表示(17), (18), (19)式中的右端前一个矩阵元, 但去掉所包含的  $V(ij)$  因子。由(4)式, 4, 5 粒子在  $\sigma$  波函数中是反对称的, 在  $\tau$  波函数中是对称的, 经过计算得  $n_{15}^{\sigma\tau} = n_{14}^{\sigma\tau}$ 。(17)和(18)式中的右端前一个矩阵元, 由于(16)式中  $\phi_b^x$  对 4, 5 是对称的, 显然应相等。于是

$$v_{14} + v_{15} = -\frac{4}{9n} \langle \phi_a^x \phi_b^x | [V(14) - V(15) - V(24) + V(25)] \hat{P}_{14}^x | \phi_a^x \phi_b^x \rangle n_{14}^{\sigma\tau}, \quad (21)$$

$$v_{14,25} = \frac{-2}{9n} \langle \phi_a^x \phi_b^x | [4V(14) - 4V(15) + V(24) - V(25) - 5V(34) + 5V(35)] \hat{P}_{14,25}^x | \phi_a^x \phi_b^x \rangle n_{14,25}^{\sigma\tau}, \quad (22)$$

$$n = 1 + \frac{4}{3} n_{14}^x n_{14}^{\sigma\tau} - \frac{5}{3} n_{14,25}^x n_{14,25}^{\sigma\tau}. \quad (23)$$

(10)式中的  $b$  与  $ij$  无关, 而(21)和(22)式中  $V$  的结构是  $1-1-1+1$  和  $4-4+1-1-5+5$ , 故  $b$  在  $v$  中完全无贡献, 和预期的符合。与其他三项  $1/r, -r^2/a_1^3, (-1)^{T+J} K r e^{-r/a_2}$  相应的矩阵元以  $cb, h, \text{int}$  区别, 如

$$\langle \phi_a^x \phi_b^x | V_{cb}(ij) \hat{P}_{14}^x | \phi_a^x \phi_b^x \rangle = m_{cb}(ij) n_{14}^x,$$

$$\langle \phi_a^x \phi_b^x | V_{\text{int}}(ij) \hat{P}_{14}^x \hat{P}_{25}^x | \phi_a^x \phi_b^x \rangle = m'_{\text{int}}(ij) n_{14,25}^x. \quad (24)$$

经过计算发现

$$m'(14) = m'(15) = m'(24) = m'(25), \quad (25)$$

$$m'(34) = m'(35). \quad (26)$$

由(22)式中  $V(ij)$  的结构, 前四个是  $4 - 4 + 1 - 1$ , 后两个是  $-5 + 5$ , 故  $v_{14,25} = 0$ . (21) 式更化简为

$$v = -\frac{4}{9n} [m(14) - m(15) - m(24) + m(25)] n_{14}^x n_{14}^{x\tau}. \quad (27)$$

以两个  $\delta$  函数  $\delta\left(\frac{\mathbf{r}_1 + \mathbf{r}_2 + \mathbf{r}_3}{3} + \frac{2}{5}\mathbf{R}\right) \delta\left(\frac{\mathbf{r}_4 + \mathbf{r}_5}{2} - \frac{3}{5}\mathbf{R}\right)$  引入  $\mathbf{R}$ , 经过复杂而冗

长的计算得

$$n_{14}^x = 216\beta^3\lambda^3 \left(\frac{2}{s_1}\right)^{3/2} \cdot \exp\left[-\frac{18}{s_1}\beta^2\lambda^2(2\beta^2 + \lambda^2)R^2\right], \quad (28)$$

$$n_{14,25}^x = 216\beta^3\lambda^3 \left(\frac{12}{13s_2^2}\right)^{3/2} \cdot \exp\left[-\frac{9}{13}\beta^2R^2\right], \quad (29)$$

其中

$$s_1 = 9\beta^4 + 25\beta^2\lambda^2 + 4\lambda^4, \quad s_2 = 3\beta^2 + 2\lambda^2, \quad (30)$$

$$m_{\text{cb}}(ij) = \alpha_s \frac{s_1}{A_{ij}R} \cdot \text{erf}\left[\frac{\sqrt{3}A_{ij}}{(2s_1C_{ij})^{1/2}}R\right], \quad (31)$$

$$m_{\text{h}}(ij) = -\frac{\alpha_s}{a_1^3} \left[\frac{C_{ij}}{s_1} + \frac{A_{ij}^2}{s_1^2}R^2\right], \quad (32)$$

$$m_{\text{int}}(ij) = (-1)^{T+J} \alpha_s K \frac{C_{ij}}{6A_{ij}R} \{B_1 - B_2 + B_3\}, \quad (33)$$

其中

$$B_1 = \left[1 + \frac{C_{ij}}{6s_1}\omega^2 - \frac{\sqrt{2}}{s_1}A_{ij}\omega R + \frac{3A_{ij}^2}{s_1C_{ij}}R^2\right] \cdot \exp\left[\frac{C_{ij}}{12s_1}\omega^2 - \frac{A_{ij}}{\sqrt{2}s_1}\omega R\right] \cdot \text{erfc}\left[\frac{1}{2}\sqrt{\frac{C_{ij}}{3s_1}}\omega - \sqrt{\frac{3}{2s_1C_{ij}}}A_{ij}R\right], \quad (34)$$

$$B_2 = \left[1 + \frac{C_{ij}}{6s_1}\omega^2 + \frac{\sqrt{2}}{s_1}A_{ij}\omega R + \frac{3A_{ij}^2}{s_1C_{ij}}R^2\right] \cdot \exp\left[\frac{C_{ij}}{12s_1}\omega^2 + \frac{A_{ij}}{\sqrt{2}s_1}\omega R\right] \cdot \text{erfc}\left[\frac{1}{2}\sqrt{\frac{C_{ij}}{3s_1}}\omega + \sqrt{\frac{3}{2s_1C_{ij}}}A_{ij}R\right], \quad (35)$$

$$B_3 = \sqrt{\frac{24}{\pi s_1 C_{ij}}} A_{ij}R \cdot \exp\left[-\frac{3A_{ij}^2}{2s_1 C_{ij}}R^2\right], \quad (36)$$

$$\omega = \frac{\sqrt{2}}{a_2}. \quad (37)$$

而  $A_{ij}$ ,  $C_{ij}$  见表 1.

表 1

| $ij$     | 14                         | 15                                | 24                                                             | 25                                                             |
|----------|----------------------------|-----------------------------------|----------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------|
| $A_{ij}$ | $30\beta^2\lambda^2$       | $6\beta^2(3\beta^2 + 4\lambda^2)$ | $3\lambda^2(9\beta^2 + 2\lambda^2)$                            | $3(6\beta^4 + 7\beta^2\lambda^2 + 2\lambda^4)$                 |
| $C_{ij}$ | $3(9\beta^2 + 8\lambda^2)$ | $3(5\beta^2 + 4\lambda^2)$        | $\frac{63\beta^4 + 40\beta^2\lambda^2 + 4\lambda^4}{4\beta^2}$ | $\frac{87\beta^4 + 64\beta^2\lambda^2 + 4\lambda^4}{4\beta^2}$ |

又算出  $m'(ij)$  的解析表达式为

$$m'_{cb}(ij) = \alpha_s \frac{13}{135} \sqrt{D_{ij}} \frac{1}{R} \cdot \operatorname{erf} \left\{ 135\beta \left[ \frac{3s_2}{13B_{ij}D_{ij}} \right]^{\frac{1}{2}} R \right\}, \quad (38)$$

$$m'_h(ij) = \frac{-\alpha_s}{a_1^3} \left[ \frac{B_{ij}}{26\beta^2 s_2} + \frac{D_{ij}}{169} R^2 \right], \quad (39)$$

$$m'_{int}(ij) = \alpha_s (-1)^{r+j} K \frac{B_{ij} \sqrt{D_{ij}}}{1620\beta^2 s_2 R} \{B'_1 - B'_2 + B'_3\}, \quad (40)$$

其中

$$B'_1 = \left[ 1 + \frac{B_{ij}}{156s_2\beta^2} \omega^2 - \frac{135\sqrt{2}}{13\sqrt{D_{ij}}} \omega R + \frac{6 \times 135^2}{13} \frac{s_2\beta^2}{B_{ij}D_{ij}} R^2 \right] \\ \cdot \exp \left[ \frac{B_{ij}}{312\beta^2 s_2} \omega^2 - \frac{135}{13\sqrt{2}} \omega R \right] \cdot \operatorname{erfc} \left[ \frac{1}{\sqrt{312}\beta} \sqrt{\frac{B_{ij}}{s_2}} \omega - \frac{405\beta}{\sqrt{39}} \sqrt{\frac{s_2}{B_{ij}D_{ij}}} R \right], \quad (41)$$

$$B'_2 = \left[ 1 + \frac{B_{ij}}{156s_2\beta^2} \omega^2 + \frac{135\sqrt{2}}{13\sqrt{D_{ij}}} \omega R + \frac{6 \times 135^2}{13} \frac{s_2\beta^2}{B_{ij}D_{ij}} R^2 \right] \\ \cdot \exp \left[ \frac{B_{ij}}{312\beta^2 s_2} \omega^2 + \frac{135}{13\sqrt{2}} \omega R \right] \cdot \operatorname{erfc} \left[ \frac{1}{\sqrt{312}\beta} \sqrt{\frac{B_{ij}}{s_2}} \omega + \frac{405\beta}{\sqrt{39}} \sqrt{\frac{s_2}{B_{ij}D_{ij}}} R \right], \quad (42)$$

$$B'_3 = \frac{1620\beta}{\sqrt{39}\pi} \sqrt{\frac{s_2}{B_{ij}D_{ij}}} R \cdot \exp \left[ -\frac{3 \times 135^2 \beta^2 s_2}{13B_{ij}D_{ij}} R^2 \right]. \quad (43)$$

而  $B_{ij}$ ,  $D_{ij}$  见表 2.

表 2

| $ij$     | 14                          | 34                          |
|----------|-----------------------------|-----------------------------|
| $B_{ij}$ | $3(29\beta^2 + 2\lambda^2)$ | $3(25\beta^2 + 8\lambda^2)$ |
| $D_{ij}$ | 81                          | 225                         |

由于  $v_{14,25} = 0$ ,  $m'(ij)$  没有用上.

应用  $\hat{p}_{ij}^\sigma = \frac{1}{2} (1 + \sigma_i \cdot \sigma_j)$ ,  $\hat{p}_{ij}^\tau = \frac{1}{2} (1 + \tau_i \cdot \tau_j)$ , 经过复杂的计算, 其中也用到五个角动量(包括  $L$ )耦合的  $12j$  符号<sup>[10]</sup>, 得出了  $n_{14}^{\sigma\tau}$  及  $n_{14,25}^{\sigma\tau}$  的解析表达式, 结果包含许多  $9j$  符号和  $6j$  符号, 因为相当冗长, 这里不再列出. 只列出代入  $L, T, J$  值后的结果(见表 3).

把这些结果代入 (23), (27) 式, 就得  $v$  的表达式  $v(R, L, J, T)$ . 用计算机算出得

表 3

| $L_{2T,2J}$              | $S_{11}$       | $S_{31}$      | $P_{11}$       | $P_{31}$      | $P_{13}$         | $P_{33}$        |
|--------------------------|----------------|---------------|----------------|---------------|------------------|-----------------|
| $n_{14}^{\sigma\tau}$    | $\frac{1}{12}$ | $\frac{1}{3}$ | $\frac{1}{12}$ | $\frac{1}{3}$ | $\frac{17}{54}$  | $\frac{23}{54}$ |
| $n_{14,25}^{\sigma\tau}$ | 0              | 0             | 0              | 0             | $-\frac{1}{108}$ | $\frac{1}{54}$  |

图 1.

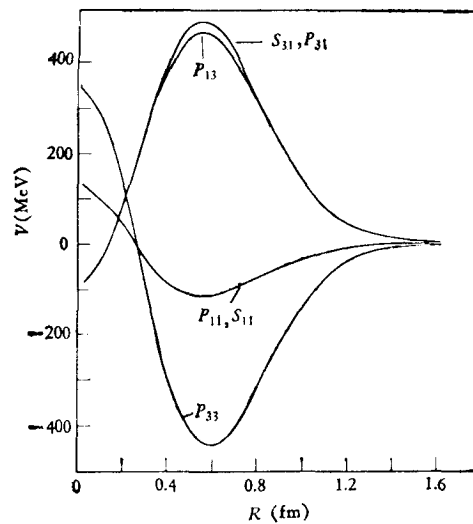


图 1

#### 四、与实验结果的比较

六十年代以来  $\pi$ -N 散射的实验结果已积累很多,但至今尚未见发表能与实验结果拟合的  $\pi$ -N 相互作用唯象势。为了与实验结果比较,我们用已得的  $v(R, L, J, T)$  计算各道的相移,与 Focacci, Giacomelli<sup>[7]</sup>发表的图形比较(较近的文献[8]与此相差不大)。由  $v$  计算相移采用第一玻恩近似<sup>[9]</sup>:

$$L_{2T,2J}(k) = \delta(L, J, T, k) = -\frac{\lambda}{2k} \int_{r_0}^{\infty} \frac{U(r, L, J, T) r dr}{\sqrt{r^2 - \left(\frac{L + \frac{1}{2}}{k}\right)^2}}, \quad (44)$$

$$kr_0 = L + \frac{1}{2}, \quad \lambda U = \frac{2m_{\pi}}{\hbar^2} v. \quad (45)$$

$k\hbar$  为质心系中  $\pi$  介子动量,很容易用实验室系  $\pi$  介子动能  $T_{\pi_{\text{lab}}}$  表示。用计算机算出  $T_{\pi_{\text{lab}}} = 0-700\text{MeV}$  的相移得图 2,文献[7]中相应的图复制得图 3。互相比对,我们可以看出图形趋势大致符合,差异可能是由于选取的参数不是最佳值和未考虑正反夸克湮灭效

应的缘故. 数值积分由于  $v(R)$  的解析表达式较复杂, 计算时间较长, 参数的选取除个别外仍用文献[4]中的值, 即  $\alpha_s = 116.78 \text{ MeV} \cdot \text{fm}$ ,  $a_1 = 0.4655 \text{ fm}$ ,  $a_2 = 0.655 \text{ fm}$ ,  $K = 2310 \text{ fm}^{-2}$ . 命  $\lambda = x\beta$ ,  $x$  取值  $\left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{1}{4}} = 0.9036$ .  $\beta$  的值对整个结果很敏感, 文献[4]用  $\beta = 2.4 \text{ fm}^{-1}$ , 本工作调整到  $\beta = 1.5 \text{ fm}^{-1}$ , 结果较满意.

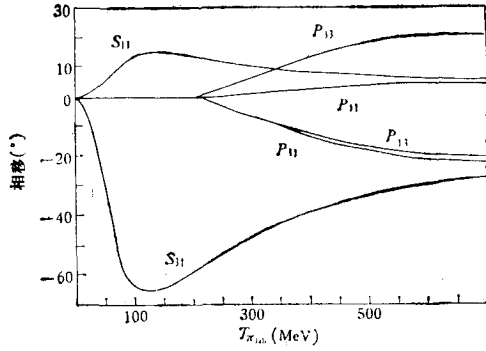


图 2

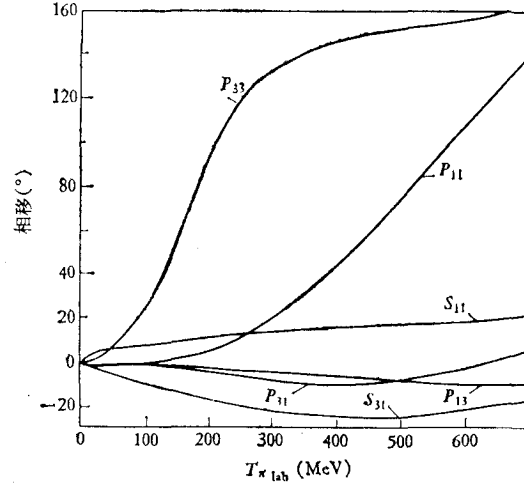


图 3

本文未考虑正反夸克的湮灭效应, 湮灭效应对  $\pi$ -N 相互作用的影响.

## 附 录

夸克-夸克在色空间的交换算符

$$\hat{P}_{ij} = \frac{1}{3} + 2\mathbf{F}_i \cdot \mathbf{F}_j \quad (\text{A.1})$$

已见于其他文献. 夸克-反夸克在色空间的交换算符

$$\hat{P}_{k\bar{l}} = -\frac{7}{9} - \frac{4}{3}\mathbf{F}_k \cdot \mathbf{F}_{\bar{l}} \quad (\text{A.2})$$

可和 (A.1) 式一起证明如下:

由

$$(\mathbf{F}_m + \mathbf{F}_n)^2 = \mathbf{F}_m^2 + \mathbf{F}_n^2 + 2\mathbf{F}_m \cdot \mathbf{F}_n,$$

对夸克-夸克耦合  $\square \times \square = \square + \square$ , 即  $3 \times 3 = 6 + 3$ , 而  $3(3)$ ,  $6$  不可约表示的 Casimi 算符为  $\frac{4}{3}$ ,  $\frac{10}{3}$ , 故

$$\frac{8}{3} + 2\mathbf{F}_i \cdot \mathbf{F}_j = \left\{ \begin{matrix} 10 \\ 3 \end{matrix} \right\} = \left\{ \begin{matrix} +1 \\ -1 \end{matrix} \right\} + \frac{7}{3} = \hat{P}_{ij} + \frac{7}{3}. \quad (\text{A.3})$$

对夸克-反夸克耦合  $\square \times \bar{\square} = \bar{\square} + \square$ , 即  $3 \times \bar{3} = 8 + 1$ , 而  $8, 1$  不可约表示的 Casimir 算符为  $3, 0$ , 故

$$\frac{8}{3} + 2\mathbf{F}_k \cdot \mathbf{F}_{\bar{l}} = \left\{ \begin{matrix} 3 \\ 0 \end{matrix} \right\} = \left\{ \begin{matrix} -1 \\ +1 \end{matrix} \right\} \times \left( -\frac{3}{2} \right) + \frac{3}{2} = -\frac{3}{2}\hat{P}_{k\bar{l}} + \frac{3}{2}. \quad (\text{A.4})$$

(A.3), (A.4) 式化简即得 (A.1), (A.2) 式.

## 参 考 文 献

- [1] D. A. Liberman, *Phys. Rev.* **D16** (1977), 1542;  
A. N. Mitra, *Phys. Rev.*, **D17** (1978), 729;  
D. Robson, *Nucl. Phys.*, **A308** (1978), 381;  
C. E. Detar, *Phys. Rev.*, **D17** (1978), 323.
- [2] S. C. Warke and R. Shanker, *Phys. Rev.*, **C21** (1980), 2643.
- [3] 王凡、和音, 原子核物理 **2**(1980), 261; 290.
- [4] 何启智、杨建华, 四川大学学报(自然科学版), 1983年, 1 期.
- [5] 程国均, 四川大学学报(自然科学版), 1983年, 2 期.
- [6] K. Nishijima, *Fundamental Particles*, (1963), p. 88.
- [7] M. N. Focacci and G. Giacomelli, CERN Report, 66—18 (1966), Fig. 15.
- [8] R. Koch and E. Petarinem, *Nucl. Phys.*, **A336** (1980), 331.
- [9] T. Y. Wu, T. Ohmura, *Quantum Theory of Scattering*, (1962), p. 39.
- [10] R. J. Ord-Smith, *Phys. Rev.*, **94** (1954), 1227.

A SEARCH FOR  $\pi$ -N INTERACTION BY QUARK MODEL

HE QI-ZHI

(Sichuan University, Chengdu)

YANG JIAN-HUA

(Dalian Light Industry College)

CHENG GUO-JUN

(Sichuan University)

YANG RONG-FU

(Kashi Teacher College, Xinjiang)

## ABSTRACT

By means of quark potential model and Warke approximation, and introducing as compensation intermediate potential  $(-1)^{T+J} K r e^{-r/a_2}$  in the phenomenological one gluon exchange quark interaction potential, the pion-nucleon interaction potential is calculated. The phase shifts of  $\pi$ -N scattering in the six channels  $S_{11}$ ,  $S_{31}$ ,  $P_{11}$ ,  $P_{31}$ ,  $P_{13}$ ,  $P_{33}$  are determined for the incident pion kinetic energy in the laboratory coordinate system up to 700 MeV. These results are compared with the experimentally determined phase shifts.