

单结晶体管二阶 RLC 串联电路中的 周期分岔和混沌运动

徐 云

(贵州工学院)

1984年5月3日收到

提 要

本文提出一种新的非线性二阶单结晶体管强迫振荡电路,能在周期激励项参数变动的很大范围内发生倍周期分岔和混沌运动现象。

一、引 言

带周期强迫项的二阶非线性电路中的倍周期分岔和混沌运动,是非线性电路中的一个重要研究课题。

本文提出了一种新的实验电路——含单结晶体管二阶 RLC 串联强迫振荡电路。在此电路中,非线性元件的物理特性明显地不同于变容二极管。但是,它有非常类似于变容二极管 RLC 串联电路的倍周期分岔和混沌运动现象。实验以周期激励项的频率和幅值为控制参量,观察了电路状态变量在发生倍周期分岔和混沌运动时的时域波形,相平面轨迹和频谱图。

二、单结晶体管作为二端负阻元件

单结晶体管是一个三端元件,有两个基极 B_1, B_2 和一个发射极 E_j 。将单结晶体管的发射极 E 与基极 B_2 连接在一起,单结管就是一个二端元件, B_1, B_2 间的电压也就是 E_j 和 B_1 间的电压 U_{E1} ,若在单结管的两端加一电压 $U = U_{E1}$,当电压 $U < (U/\eta + 0.6V)$ 时 (η 是单结管的参数,叫分压比),单结管二端的伏-安特性是一个正电阻,流过二端的电流主要是 B_2 和 B_1 间的电流。当 U 逐步增大,使得 $U \geq (U/\eta' + 0.6V)$,单结管的 pn 结开始正向导通,电流开始由发射极 E_j 通向 B_1 ,随着电流的增大,单结管二端的电压也开始下降,这时单结管呈现出负阻特性。这样的工作方式,使三端器件单结管成为一个二端负阻元件。图 1 是它的伏-安特性曲线。

单结管作为二端负阻器件,具有负阻特性稳定和功率大的特点。这样,可以避免在实验中过多的引入隔离放大器而带来的其它噪声。

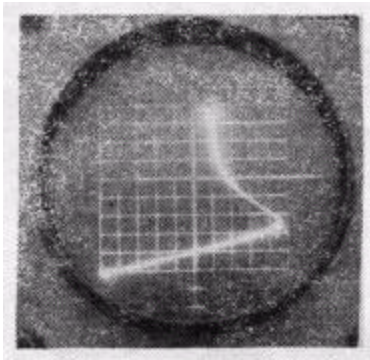


图 1 二端单结管的伏-安特性曲线
 x 轴 $0.2V/格$; y 轴 $0.2mA/格$

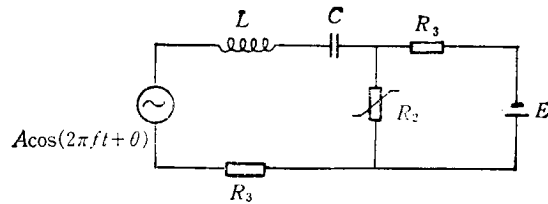


图 2

三、电路, 数学模型和实验结果

含有流控非线性电阻的单结管 RLC 串联强迫振荡电路如图 2 所示。

图 2 中, R_2 是流控非线性电阻, 它是一个二端联接的单结管 BT33。 R_1, R_3, L, C 都是线性元件。 R_1 是电流取样电阻, R_3 和 E 构成了对 R_2 的偏置电路, C 是电容器, L 是电感器。

选电容器上的电压 U_C 和电感器中的电流 i_L 为状态变量, 则电路的数学模型可方便地给出

$$\begin{aligned} L \frac{di_L}{dt} + R_1 i_L + g(i_L) + U_C &= A \cos(2\pi ft + \theta); \\ C \frac{dU_C}{dt} &= i. \end{aligned} \quad (1)$$

或写成关于 U_C 的二阶形式

$$LC \frac{d^2 U_C}{dt^2} + R_1 C \frac{dU_C}{dt} + g\left(C \frac{dU_C}{dt}\right) + U_C = A \cos(2\pi ft + \theta). \quad (2)$$

上式中 A 是外加周期信号的幅值, f 是外加周期信号的频率, θ 是外加周期信号的初始角, $g\left(C \frac{dU_C}{dt}\right)$ 是三次多项式, 是单结管的伏-安特性近似表达式, 即

$$U_{R_2} \approx g(i) = a_0 + a_1 i_L + a_2 i_L^2 + a_3 i_L^3,$$

式中的 $a_k (k = 0, 1, 2, 3)$ 是常数, 它们的值由单结管的特性和偏置电路决定。

实验选 L, C, R_1, R_3, E 为定值, 让外加周期信号的幅值 A 和频率 f 为控制参量。这里令 $L = 30\text{mH}$; $C = 0.03\mu\text{F}$; $R_1 = 125\Omega$; $R_3 = 33.8\text{k}\Omega$; $E = 28\text{V}$ 。单结管是选用 BT35D。

当 $A = 0$ 时, 电路是处于单稳状态。固定输入信号的频率 f , 变化输入信号的幅值 A , 则倍周期分岔和混沌运动会在 A 的一个变化范围中出现, 但在不同的定值 f 下, 输入信号 A 的变化范围也不同, 倍周期分岔和混沌运动的过程也不一样。

当固定输入信号的频率接近于 $(\sqrt{LC} \cdot 2\pi)^{-1}$ (即电路的固有振荡频率) 时, 电路出现突变性的锁频状态. 而当固定输入信号频率远离固有频率 $(2\pi\sqrt{LC})^{-1}$ 时, 随 A 的逐渐升高, 电路状态呈现出倍周期分岔—混乱—反倍周期分岔的过程. 当 A 进一步升高时, 分岔和混沌现象都消失, 电路状态表现出一般非线性电路波形畸变的特点.

当固定输入信号的幅值 A , 变化输入信号频率 f , 倍周期分岔和混沌运动同样可以在很宽的频率范围中出现. 当频率进一步升高时, 相图上还会产生单褶轨迹.

频谱分析是采用日本的 3580 A 型频谱分析仪, 测量状态变量 U_C 和 i_L 的功率频谱, 幅值方式是对数. 频谱图上, 当控制参量发生变化时, 各种频率成份对应的尖峰峰值变化很有规律, 从分岔到混乱的整个过程中, 外加周期激励的主频率对应的尖峰随 A 的升高而增高, 而各次谐波尖峰的尖峰随分岔的增多而下降, 背景噪声是伴随着周期分岔而产生的, 并随着分岔的增多而增高. 当出现混沌时, 噪声联成一片, 并逐渐将各次谐波的尖峰淹

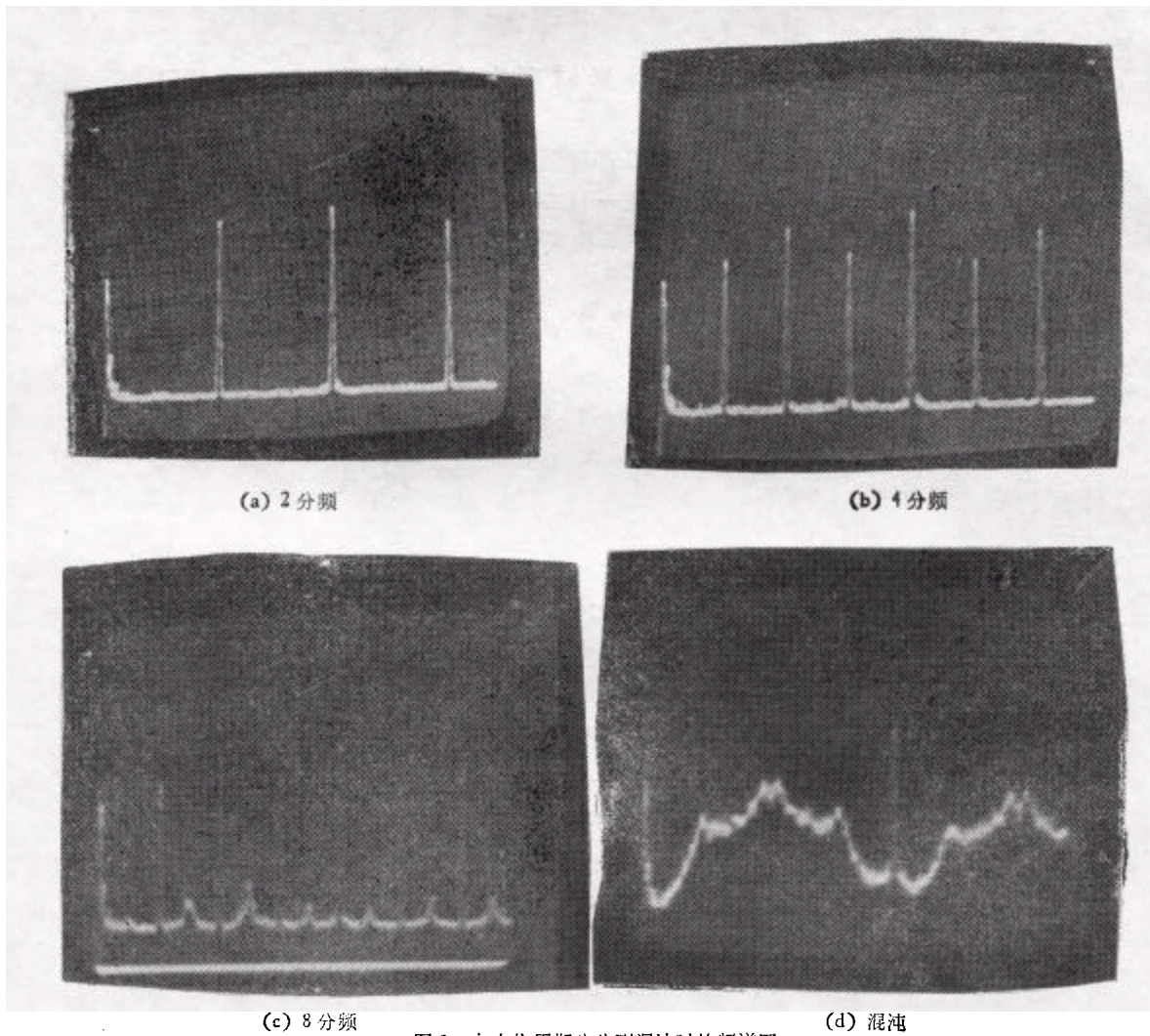


图 3 i_L 由倍周期分岔到混沌时的频谱图

x 轴 2kHz/格, 总频率范围为 20kHz, $f = 12\text{kHz}$; y 轴 10dB/格, 总幅值范围为 0 ~ 100dB

没。图 3 是 $f = 12\text{kHz}$, A 从 0.42V 到 0.98V 时, i_L 经倍周期分岔到混沌时的频谱图, 频谱分析仪的滤波器带宽为 10Hz 。

当 L, C, R_1 取另外的一些值时, 分岔过程中还分别出现 $3 \times 2^m, 5 \times 2^m, 7 \times 2^m$ 倍基频周期的次谐波(其中 $m = 0, 1, 2, 3$)。

u_C 和 i_L 的时域波形, 显示出分岔时的变周期行为和混沌时的不稳定。 u_C 和 i_L 的波形在峰值处的相位相差 $\pi/2$, 但波形明显的不同。

用示波器对 u_C-i_L 相平面的轨迹作观察 u_C 对应 y 轴, i 对应 x 轴。 2 倍周期的轨迹是内折的双环, 4 倍周期的轨迹是从内折的双环中劈裂出几何形状相似的四环, 8 倍周期的轨迹与 4 倍周期的相似, 仅在四环的外围多一道宽边, 界线不明显。混沌运动的轨迹是在各道轨迹中, 夹杂着随机的、无穷多的螺旋轨线, 随参数的变化, 这些轨线逐渐将各层轨道间的界线淹没, 这些随机轨道在每一时刻又在相平面中留下空隙。这时的 u_C-i_L 相平面轨迹是一个奇怪吸引子。外圈的轨道向内运动内圈的轨道向外排斥。图 4 是 $f = 12\text{kHz}$, $A = 0.98\text{V}$ 时的奇怪吸引子, 它是与图 3(d) 相对应的。

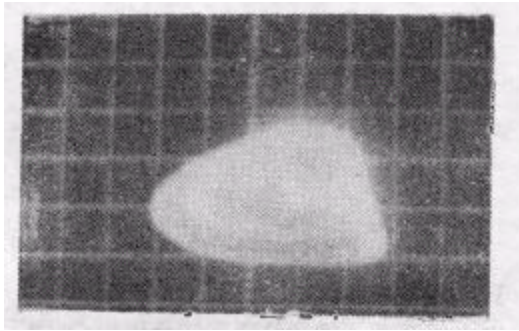


图 4 奇怪吸引子 $u_C: i_L = 1\text{V}: 0.9\text{mA}$

变动频率时的收敛速率与 Feigenbaum 的普适常数极其接近。而变动幅值时, 受仪器精度的影响, 无法得到精确的数据。此外, 能激发电路产生倍周期分岔和混沌运动的幅值 A , 是在 2V 以下。

参 考 文 献

- [1] 郝柏林, 物理学进展, 3(1983), 329.

PERIOD BIFURCATION AND CHAOTIC BEHAVIOR IN UNI-JUNCTION TRANSISTOR SECOND ORDER RLC SERIES CIRCUIT

XU YUN

(Guizhou Institute Of Engineering, Guiyang)

ABSTRACT

This note deals with a new nonlinear circuit which is the forced second order uni-junction transistor oscillator. It can exhibit period bifurcation and chaotic behavior when driving parameter varies in a large range.