

$SU(2)$ 格点规范理论一种新作用量的 弦张力的 Monte Carlo 计算

李 文 铸 董 绍 静

(浙江大学物理系)

1984 年 5 月 28 日收到

提 要

在 10^4 格点上我们对作用量为 $S_P = \sin 1 - \sin \frac{1}{2} \text{Tr} U_P$ 的 $SU(2)$ 格点规范系统进行了 Monte Carlo 模拟, 计算了弦张力 σ 和标度常数 A_0^2 之比. 计算还表明, 元格的平均内能和比热峰对于格点体积的变化来说是稳定的.

一、引 言

规范场论的格点形式提供了研究强相互作用物理的有效工具^[1]. Kogut 和 Susskind 早已指出, 在强耦合极限下, 分开的夸克和反夸克对的基态排斥色流, 迫使色流处于连接它们之间的有限大小的管内^[2]. 在这种图象下夸克和反夸克被弦联结着, 它们的分离能正比于它们之间的距离, 比例常数叫做弦张力 σ . 这时夸克的禁闭是很明显的. 如果由强耦合极限得出的格点规范理论的性质, 当耦合常数由强变弱时能平滑地过渡到由连续的规范场理论预言的性质, 那么我们就有理由说, 格点规范理论的连续极限也有夸克禁闭行为. 已有不少文章对于 Wilson 作用量和 Manton 作用量等证明了这两种极限的互相匹配^[6]. 但是格点规范理论的作用量不是唯一的, 任何一种作用量只要满足 Wilson 提出的条件就可以等价地作为格点规范理论的作用量^[1]. 这就产生了问题, 使用不同的作用量, 物理上有兴趣的弦张力是否有普适性?^[3]

我们提出的某些新作用量可适用 $SU(2)$ 的分立子群近似^[4], 这使我们可以在一个较大的格点系统上进行 Monte Carlo 模拟. 在大格点上模拟有一定的好处, 它使我们可以计算较大的 Wilson 圈, 另外还可以使我们了解格点的尺寸对于有限大小格点的相结构的影响. 而这是个很微妙的问题.

本文在 10^4 格点上对 $SU(2)$ 规范群的一种新作用量进行了 Monte Carlo 模拟, 计算了弦张力 σ 和标度常数 A_0^2 之比. 我们的结果并表明, 相结构对于格点的体积变化是稳定的.

二、作用量和重整化群

我们已提出了一些不同于 Wilson 形式的格点作用量^[3]. 本文取其中之一

$$S_P = \sin 1 - \sin \left(\frac{1}{2} \text{Tr} U_P \right), \quad (1)$$

这里 $U_P = U_1 \cdot U_2 \cdot U_3 \cdot U_4$ 是围绕元格 P 的四链有序积. 配分函数为

$$Z = \int \prod_b dU(b) \exp \left\{ -\beta \sum_P S_P \right\}, \quad (2)$$

其中 $dU(b)$ 是 $SU(2)$ 的 Harr 不变测度, b 标记一个链变量, $\beta = 4/(g^2 \cos 1)$, g 是耦合常数.

用重整化群的方法来研究强耦合区与弱耦合区之间的联系是很方便的. 格点间距 a 可以作为一种紫外切断参数, 它是人为地定的, 任何物理可观察量都不会因 a 的变化而发生变化. 由简单的量纲分析可得

$$\beta(g) = -a \frac{\partial g}{\partial a}, \quad (3)$$

此处 $\beta(g)$ 是 Gell-Mann-Low 函数.

在弱耦合极限下, 不依赖于重整化表述方法的结果是^[5]

$$\begin{aligned} \beta(g) &= -\beta_0 g^3 - \beta_1 g^5 + O(g^7), \\ \beta_0 &= \frac{11}{24\pi^2}, \quad \beta_1 = \frac{17}{96\pi^4}. \end{aligned} \quad (4)$$

于是可得渐近自由结果

$$\begin{aligned} g^2 &= \frac{1}{\beta_0 \ln(1/\Lambda_0^2 a^2) + (\beta_1/\beta_0) \ln[\ln(1/\Lambda_0^2 a^2)]} \\ \Lambda_0^2 &= \frac{1}{a^2} (\beta_0 g^2)^{(-\beta_1/\beta_0^2)} \exp\left(-\frac{1}{\beta_0 g^2}\right). \end{aligned} \quad (5)$$

三、Wilson 圈和弦张力

以 $W[I, J]$ 表示边长为 $I \times J$ 个格点间距的矩形 Wilson 圈算符的真真空期待值. 如果禁闭存在, 那么可期望它有如下渐近行为^[6,7]:

$$\ln W[I, J] \xrightarrow{I, J \rightarrow \infty} -\sigma I J a^2 - m(I + J)a + c. \quad (6)$$

令 $I = J$, 我们可定义一个量

$$K(I, \beta) = -\ln \frac{W[I, I] \cdot W[I-1, I-1]}{W[I-1, I] \cdot W[I, I-1]} \xrightarrow{I, J \rightarrow \infty} a^2 \sigma. \quad (7)$$

可以期望, 由不同 I 确定的曲线 $K(I, \beta)$ 的包迹能表现出 (7) 式所示的标度行为^[6]. 而在弱耦合极限下由 (5) 式可以写出

$$a^2 \sigma = \frac{\sigma}{\Lambda_0^2} (\beta_0 g^2)^{(-\beta_1/\beta_0^2)} \exp\left(-\frac{1}{\beta_0 g^2}\right). \quad (8)$$

我们将比较这两种渐近曲线, 并确定 σ 与 Λ_0^2 之比值.

四、结果与讨论

用正二十面体子群作为 $SU(2)$ 规范群的近似, 我们利用通常的改进 Metropolis 方法在 10^4 格点上对 (1) 式的作用量进行了 Monte Carlo 模拟. 计算从 $\beta = 0$ 的随机组态开始, $\beta \leq 2.2$ 时每个数据点作 100 次迭代, $\beta > 2.2$ 作 70 次迭代.

我们计算的第一个量是元格的平均内能. 图 1 表明, 在 10^4 格点上得到的元格平均内能和在 4^4 格点上得到的一致.

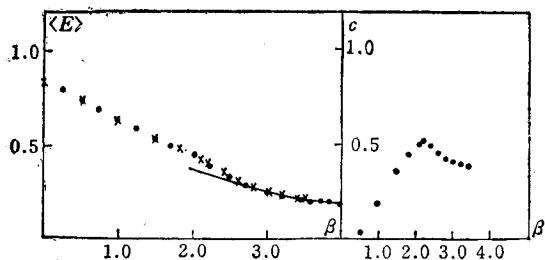


图 1

× 为 10^4 ; ● 为 4^4

图 2

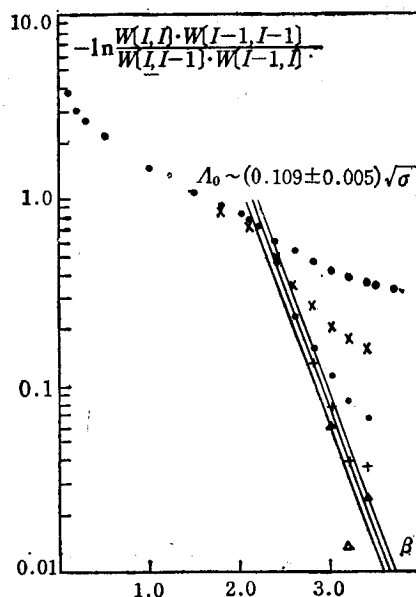


图 3

● 为 $I=1$; × 为 $I=2$; ○ 为 $I=3$;
+ 为 $I=4$; △ 为 $I=5$

我们计算的第二个量是比热, 是按下式计算:

$$c = +\beta^2 \{ \langle E^2 \rangle - \langle E \rangle^2 \}. \quad (9)$$

计算结果表示在图 2 中. 比热峰出现在 $\beta \approx 2.2 \pm 0.1$ 处, 这与 4^4 格点上所得结果一致^[4].

我们计算的第三个量是 $K(I, \beta)$. 我们先测量矩形 Wilson 圈直到 5×5 , 然后按照 (7) 式计算 $K(I, \beta)$. 计算结果表示在图 3 中. 我们可以看到, $K(I, \beta)$ 曲线的包迹与弱耦合极限给出的 (8) 式所示的带状线相一致. 并可以由此算出

$$\Lambda_0 = (0.109 \pm 0.005) \sqrt{\sigma}. \quad (10)$$

图 1 和图 2 的结果表明, 这种新作用量的相结构对于格点尺寸的变化是稳定的. 标度常数 Λ_0 是与重整化方法有关的, 我们还能把 (10) 式的结果与 Wilson 作用量或 Manton 作用量的结果直接作比较. (它们分别是 $(0.011 \pm 0.002) \sqrt{\sigma}$ 及 $(0.0616 \pm 0.0020) \times \sqrt{\sigma}$)^[6] 要进行这种比较就必须把它们转换成动量切断重整化方法的结果^[8]. 这是我们

下一步要做的工作。本文的计算是在中国科学院原子能研究所 TQ-6 型计算机上进行的,大约用了 CPU 时间 187 小时。

感谢汪容教授和吴济民老师与我们作的有益的讨论。感谢中国科学院原子能研究所 TQ-6 机计算站的同志们的大力协助。

参 考 文 献

- [1] K. G. Wilson, *Phys. Rev.*, **D10**(1974), 2445.
- [2] J. Kogut and L. Susskind, *Phys. Rev.* **D11** (1975), 395.
- [3] 李文铸、董绍静, *物理学报*, **33**(1984), 1459.
- [4] 李文铸、张剑波、董绍静, *物理学报*, **34**(1985), 841.
- [5] M. Bander, *Phys. Rep.*, **75**(1981), 205.
- [6] G. Bhanot, C. Rebbi, *Nucl. Phys.*, **B180** [FSZ] (1981), 469; M. Creutz, *Phys. Rev. Lett.*, **45** (1980), 313; C. B. Lang, *et al. Phys. Lett.*, **101B** (1981), 173.
- [7] J. P. Kowall, H. Neuberger, *Nucl. Phys.*, **B119** (1981), 535.
- [8] P. Hasenfratz, Ref. TH. 3737-CERN, (1983).

MONTE CARLO SIMULATION OF STRING TENSION OF SU(2) LATTICE GAUGE THEORY FOR A NEW ACTION

LI WEN-ZHU DONG SHAO-JING

(Department of Physics, Zhejiang University)

ABSTRACT

A Monte Carlo simulation of the $SU(2)$ lattice gauge system with a $Sp=\sin 1-\sin(\text{Tr}Up/2)$ action on a 10 lattice is performed. The ratio between string tension and scale constant is calculated. It is shown that the average internal energy per plaquette and the peak of specific heat are insensitive to the lattice volume.