

π 凝聚态中的弱过程对中子星振动的 阻尼效应

王青德 陆 埏

(南京大学天文系)

1984年5月28日收到

提 要

本文主要讨论了中子星内部发生从正常中子物态到 π 凝聚物态相变所产生的星体振动的阻尼,由弱作用反应 $n(p_1) \rightarrow n(p_2) + e^- + \bar{\nu}_e$ 和 $n(p_1) + e^- \rightarrow n(p_2) + \nu_e$ 算出振动阻尼时标,并考虑了中子星内部的热演化。

一、引 言

理论上曾经预言,某些中子星由于吸积、冷却或自转减慢等原因,在核心部分可能会发生从正常中子态到非正常态(如 π 凝聚态、夸克态等)的一级释能相变。观察上,在中国古天文记载中,有超新星重复爆发的记录^[1],似乎也表明这种相变的可能存在。据估计,在中子星从正常中子态到 π 凝聚态的相变中,可以释放出 10^{47} — 10^{51} erg 的巨大能量^[2]。其中相当一部分能量将用于激起星体的振动^[3]。通过超新星爆发刚形成的中子星也会处于振动状态^[4]。

中子星的振动不仅在中子星形成过程中可能表现为其一种重要的运动方式,而且还会产生一系列观察效应,例如它会通过磁流体力学波加热星体表面,导致电磁辐射等等。因而一直受到人们的重视。振动阻尼机制将决定这些观测效应的维持时标,是研究中子星振动的一个重要方面。

中子星内部的弱过程可能对星体径向振动有明显的阻尼效应,例如 URCA 过程^[5], Σ^- 过程^[6], 夸克弱过程^[7]等都会有这种作用。本文将研究中子星核心部分 π 凝聚态中的弱过程对星体径向振动的阻尼效应。在某些较重的中子星的核心部分,密度比较高,中子的费密能可以远高于质子的费密能,使 $n \rightarrow p\pi^-$ 过程得以发生,更由于 π^- 为玻色子,就会导致 π 凝聚态的形成。因此,研究 π 凝聚态对星体振动的影响将是有益的。

二、星 体 振 动

设 v 为单位质量的体积,随着中子星的径向振动, v 将按如下方式变化:

$$v(t) = v_0 + (\Delta v) \cos \omega t. \quad (1)$$

星体内单位质量的平均能量损耗率决定于一个振动周期内所作的净功,即

$$\begin{aligned}\left(\frac{dw}{dt}\right)_{av} &= -\frac{1}{\tau} \int_{\tau} p(t) \frac{dv}{dt} dt \\ &= \frac{1}{\tau} \int_{\tau} (\Delta v \cos \omega t) \frac{dp(t)}{dt} dt,\end{aligned}\quad (2)$$

式中 $\tau = 2\pi/\omega$ 为振动周期, $p(t)$ 为压强, 可展开为

$$p(t) = p_0 + \delta p \cos \omega t + \pi(t), \quad (3)$$

下标 0 代表平衡值. 显然, 只有偏离平衡且与振动不同步的附加项 $\pi(t)$ 才会对 (2) 式作出贡献.

三、 π 凝聚态中子物质

在 π 凝聚态中, 质子、中子和 π 之间存在着强作用和电磁作用. 强过程和电磁过程的时标很短, 足以保证在振动过程中核子与 π 系统时时处于平衡状态. 因而, π 凝聚态中 π 的化学势 μ_{π} 和动量 k_{π} 就可以用平衡值来表示^[8]

$$\mu_{\pi} = m_{\pi} \frac{g_A^*}{[(g_A^{*2} - 1) \cos \theta]^{1/2}}, \quad (4)$$

$$k_{\pi} = \mu_{\pi} \left[\frac{g_A^{*4} - (g_A^{*2} - 1)^2 \cos \theta}{g_A^{*2}(1 - \gamma)} \right]^{1/2}, \quad (5)$$

$$\text{式中} \quad g_A^* = g_A \sqrt{1 - \gamma}, \quad (6)$$

$g_A = 1.36$ 代表轴矢耦合常数 (π -N 耦合强度); γ 代表同位旋为 1 的粒子-空穴关联强度; θ 为 σ 模型中的一个参数, 它与重子数密度 N 联系着

$$N = N_c \frac{1 + (g_A^{*2} - 1) \sin^2 \theta}{(\cos \theta)^{1/2}}, \quad (7)$$

N_c 为 π 凝聚的临界重子数密度,

$$N_c = \frac{F_{\pi}^2 m_{\pi}}{2g_A^*(g_A^{*2} - 1)^{1/2}}, \quad (8)$$

$F_{\pi} = 189 \text{ MeV}$ 为 π 蜕变常数.

四、 π 凝聚态中的弱过程

当温度不太高 ($T \leq 10^9 \text{ K}$) 时, 可以不考虑中微子吸收^[9]. 这时, π 凝聚物质中的主要弱过程将是准粒子的正反 β 蜕变

$$u(\mathbf{p}_1) \rightarrow u(\mathbf{p}_2) + e^- + \bar{\nu}_e, \quad (9)$$

$$u(\mathbf{p}_1) + e^- \rightarrow u(\mathbf{p}_2) + \nu_e. \quad (10)$$

这里, $u(\mathbf{p})$ 为 π 凝聚物质中的核子准粒子 (中子和质子的混合态)^[8],

$$u(\mathbf{p}, s = \pm 1) = u(\mathbf{p}, \pm 1) \cos \phi \mp iP(\mathbf{p}, \pm 1) \sin \phi, \quad (11)$$

$s = \pm 1$ 分别代表自旋朝上和朝下, 而混合角 ϕ 遵循

$$\tan \phi = \frac{g_A k_\pi \sin \theta}{\mu_\pi \cos \theta + [\mu_\pi^2 \cos^2 \theta + g_A^2 k_\pi^2 \sin^2 \theta]^{1/2}} \quad (12)$$

过程(9)和(10)式可以看作一个准粒子在能量-动量为 (μ_π, k_π) 的经典 π 场中散射所引起的正反 β 蜕变过程,如图1所示. 如果系统相对于这些弱过程达到平衡,则有

$$\mu_\pi = \mu_c. \quad (13)$$

μ_π 随密度的变化决定于(4)和(7)式,而 μ_c 按费密统计应有

$$\mu_c = p_{c,FC} \sim v^{-1/3}. \quad (14)$$

两者的变化关系颇不相同. 密度的变化会导致偏离平衡(条件(13)式),可以方便地用

$$\xi = (\mu_\pi - \mu_c)/kT \quad (15)$$

度量偏离平衡的程度,它是决定星体振动阻尼的一个物理量.

对于微振动,即系统偏离平衡不大的情形,并且由于过程(9),(10)式的弛豫时间比中子星振动周期长得多,因而可以忽略由于粒子反应引起的非线性效应, ξ 可以展开为

$$\xi = \left[\left(\frac{\partial \mu_\pi}{\partial v} \right)_0 - \left(\frac{\partial \mu_c}{\partial v} \right)_0 \right] \delta v / kT = u \cos \omega t. \quad (16)$$

式中

$$u = \frac{\Delta v}{kT} \left[\left(\frac{\partial \mu_\pi}{\partial v} \right)_0 - \left(\frac{\partial \mu_c}{\partial v} \right)_0 \right]. \quad (17)$$

注意 $\left(\frac{\partial N}{\partial \rho} \right)_0 \approx \frac{N}{\rho}$, 并利用(7)式,有

$$\left(\frac{\partial \mu_\pi}{\partial v} \right)_0 = - \frac{\mu_\pi}{v \left[1 + 4 \frac{N_c}{N} (g_A^{*2} - 1) \cos^{3/2} \theta \right]}. \quad (18)$$

而利用(14)式,有

$$\left(\frac{\partial \mu_c}{\partial v} \right)_0 = - \frac{\mu_c}{3v}. \quad (19)$$

平衡条件下 $\mu_\pi = \mu_c$, 因此

$$u = \frac{\mu_\pi}{3kT} \left(\frac{\Delta v}{v} \right) \left\{ 1 - \frac{3}{1 + 4 \frac{N_c}{N} (g_A^{*2} - 1) \cos^{3/2} \theta} \right\}. \quad (20)$$

考虑到弱过程中核子准粒子数并未改变,核子产生的压强只对(3)式右边第2项有贡献,对能量耗散并无贡献. π 介子场的物理量完全取决于密度,变化与 δv 同步,因而对压强亦无贡献. 对 $d\pi(t)/dt$ 的主要贡献将来自电子,即

$$\frac{d\pi(t)}{dt} = \left(\frac{\partial p}{\partial n_c} \right)_0 \frac{dn_c}{dt} = \left(\frac{\partial p}{\partial n_c} \right)_0 [R_1 - R_2], \quad (21)$$

式中 R_1 和 R_2 分别表示单位质量中过程(9)和(10)式的反应率. 据热平衡的全微分条件,有

$$\left(\frac{\partial p}{\partial n_c} \right)_0 = - \left(\frac{\partial \mu_c}{\partial v} \right)_0. \quad (22)$$

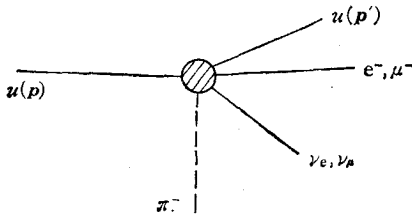


图 1

注意,文献[10]已经给出了无振动情形下 π 凝聚的中子物质的中微子光度,单位质量单向反应中微子光度可以表示为

$$L_{\nu 1} = L_{\nu 2} = 7.5 \times 10^{12} \theta^2 T_9^6 (\rho_{\text{nuc}} / \rho), \quad (23)$$

式中 $L_{\nu 1}$ 和 $L_{\nu 2}$ 分别描述过程(9)和(10)式, $T_9 = (T/10^9 \text{K})$, ρ_{nuc} 为核物质密度. (23)式中已经计及了类似于图 1 的 μ 介子过程. 通过比较反应率和中微子光度,可以根据(23)式比较容易地求出 R_1 和 R_2 .

根据过程(9)式(按图 1),可以写出中微子光度的算式^[10]

$$L_{\nu 1}(\xi, T) \sim \sum_{\text{自旋}} \int d^3 p d^3 p' d^3 p_c d^3 p_\nu S E_\nu \cdot \delta(E_f - E_i) |\langle u(p') c \nu | H_w | u(p) \rangle|^2, \quad (24)$$

式中

$$\begin{aligned} \delta(E_f - E_i) &= \delta(E + \mu_\pi - E' - E_c - E_\nu), \\ S &= n(p)(1 - n(p'))(1 - n(p_c)), \\ n(p_i) &= \{1 + \exp[(E_i - \mu_i)/kT]\}^{-1}. \end{aligned}$$

在最低级近似下,只要考虑出现于相空间积分费密统计因子 S 中的非平衡化学势. 因此,非平衡态中微子光度 $L_1(\xi, T)$ 与平衡态中微子光度之间相差只在相空间积分上,易证

$$L_1(\xi, T) = L_{\nu 1} J(\xi) / J(0), \quad (25)$$

式中

$$J(\xi) = \iiint_{-\infty}^{\infty} dx_1 dx_2 dx_3 dx_4 x_4^3 \left[\prod_{i=1}^3 (1 + e^{x_i})^{-1} \right] \cdot \delta\left(x_4 - \sum_{j=1}^3 x_j - \xi\right), \quad (26)$$

$$\begin{aligned} x_1 &= (E - \mu)/kT, & x_2 &= -(E' - \mu')/kT, \\ x_3 &= -(E_c - \mu_c)/kT, & x_4 &= E_\nu/kT. \end{aligned}$$

将 δ 函数写成指数函数的积分形式

$$\delta\left(x_4 - \sum_{j=1}^3 x_j - \xi\right) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left[i\left(x_4 - \sum_{j=1}^3 x_j - \xi\right)t\right] \cdot dt$$

扩展到复平面上,利用路径积分技术,小心处理好奇异积分,可以化为

$$\begin{aligned} J(\xi) &= \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{x^3 [(x - \xi)^2 + \pi^2]}{1 + \exp(x - \xi)} dx, \\ J(0) &= \frac{457}{5040} \pi^6. \end{aligned} \quad (27)$$

过程(9)式的反应率 $R_1(\xi, T)$ 也可以写成类似于(24)式的形式,所不同的只在于被积函数中少一个因子 E_ν . 为了求得 R_1 ,只要在(26)和(27)式的被积函数中去掉一个因子 $E_\nu = x_4 kT$, 易证

$$R_1(\xi, T) = L_{\nu 1}(T) K(\xi) / kT J(0), \quad (28)$$

$$K(\xi) = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{x^2[(x-\xi)^2 + \pi^2]}{1 + \exp(x-\xi)} dx. \quad (29)$$

过程(10)式与过程(9)式的差别在于电子作为初态还是作为终态,容易从以上计算中看出,只要作 $\xi \rightarrow -\xi$, 就可以从过程(9)式求出过程(10)式的中微子光度和反应率,即

$$L_2(\xi, T) = L_1(-\xi, T), \quad (30)$$

$$R_2(\xi, T) = R_1(-\xi, T). \quad (31)$$

结合(25), (28), (30), (31)和(2), (16)诸式,可以求得经振动周期平均的单位质量中微子总光度 $L_\nu(u, T)$ 和单位质量振动阻尼率 $\left(\frac{dw}{dt}\right)_{av}$ 分别为

$$L_\nu(u, T) = \frac{1}{\tau} \int_{\tau} (L_1(\xi, T) + L_2(\xi, T)) dt = 2L_{\nu 1} F(u)/J(0), \quad (32)$$

$$F(u) = \frac{1}{2\pi} \int_0^\pi d\theta \int_0^\infty x^3 \frac{(x - u \cos \theta)^2 + \pi^2}{1 + \exp(x - u \cos \theta)} dx \quad (33)$$

和

$$\begin{aligned} \left(\frac{dw}{dt}\right)_{av} &= -\frac{\omega}{2\pi k T J(0)} \left(\frac{\partial \mu_e}{\partial \nu}\right)_0 \Delta \nu \cdot \\ &\quad \cdot \int_{\tau} \cos \omega t \{I(\xi) - I(-\xi)\} dt \\ &= 2L_{\nu 1}(T) G(u)/J(0), \end{aligned} \quad (34)$$

$$G(u) = \frac{\beta}{2\pi} \int_0^\pi d\theta u \cos \theta \int_0^\infty dx x^2 \frac{(x - u \cos \theta)^2 + \pi^2}{1 + \exp(x - u \cos \theta)}, \quad (35)$$

$$\beta = \left\{ 1 - \left(\frac{\partial \mu_\pi}{\partial \nu}\right)_0 / \left(\frac{\partial \mu_e}{\partial \nu}\right)_0 \right\}^{-1}. \quad (36)$$

五、振动中子星模型

作为最简单的考虑,设发生 π 凝聚相变后的中子星是由密度为 ρ_B 的 π 凝聚核和包围在核外的密度为 ρ_A 的未相变物质构成. 核的质量和半径分别为 M_π 和 R_π , 而星体的总质量和半径分别为 M 和 R . 这时显然有

$$M_\pi = \frac{4}{3} \pi \rho_B R_\pi^3, \quad (37)$$

$$\begin{aligned} M &= \frac{4}{3} \pi [\rho_B R_\pi^3 + (R^3 - R_\pi^3) \rho_A] \\ &= \frac{4}{3} \pi \rho_A R^3 \alpha_1, \end{aligned} \quad (38)$$

其中

$$\alpha_1 = \left[1 + \left(\frac{R_\pi}{R}\right)^3 (\lambda - 1) \right], \quad (39)$$

$$\lambda = \rho_B / \rho_A. \quad (40)$$

假设振动为呼吸模式, 即 $\frac{\delta \rho_A}{\rho_A} = \frac{\delta \rho_B}{\rho_B}$, 由(37)和(38)式可得

$$\frac{\delta v}{v} = -\frac{\delta \rho_B}{\rho_B} = 3 \frac{\delta R}{R} = 3A \cos \omega t, \quad (41)$$

式中 $A = \frac{1}{3} \frac{\Delta v}{v} = \frac{\Delta R}{R}$ 为中子星振动的相对振幅, ΔR 为星体的径向振动振幅。

在这个振动模式中, 还容易求得整个星体的周期平均振动动能

$$\begin{aligned} \bar{W}_{\text{动}} &= \int_{\tau} dt \frac{1}{2} \int_0^R \rho \dot{r}^2 4\pi r^2 dr \\ &= \frac{3}{20} \omega^2 R^2 M A^2 \alpha_1^{-1} \alpha_2, \end{aligned} \quad (42)$$

式中

$$\alpha_2 = \left[1 + \left(\frac{R_{\pi}}{R} \right)^5 (\lambda - 1) \right]. \quad (43)$$

设在星体振动中, 振动的平均势能 $\bar{W}_{\text{势}}$ 和 $\bar{W}_{\text{动}}$ 相等, 那末, 中子星的振动能量就可以表示成

$$W_r = \frac{1}{2} B A^2, \quad (44)$$

系数

$$\begin{aligned} B &= \frac{3}{5} \omega^2 R^2 M \alpha_1^{-1} \alpha_2 \\ &= 2 \times 10^{53} \alpha_1^{-1} \alpha_2 \left(\frac{M}{M_{\odot}} \right) \left(\frac{R}{10^6 \text{cm}} \right)^2 \left(\frac{5 \times 10^{-4} \text{s}}{\tau} \right)^2. \end{aligned} \quad (45)$$

中子星的热能可以表示成

$$W_T = \frac{1}{2} C T^2, \quad (46)$$

系数

$$C = C_B M_{\pi} + (M - M_{\pi}) C_A. \quad (47)$$

设星体的热能的主要贡献来自中子物质, 则容易求得系数^[11]

$$C = 5 \times 10^{-4} [\rho_{B,15}^{-2/3} M_{\pi} + (M - M_{\pi}) \rho_{A,15}^{-2/3}] \text{ erg/g} \cdot \text{K}^2, \quad (48)$$

式中 $\rho_{B,15}$ 和 $\rho_{A,15}$ 分别代表以 10^{15}g/cm^3 为单位的中子星核内和核外密度。

振动阻尼主要发生在致密核内, 这时显然有

$$B A \frac{dA}{dt} = - \left(\overline{\frac{dw}{dt}} \right) M_{\pi}, \quad (49)$$

$\left(\overline{\frac{dw}{dt}} \right)$ 中的密度为 $\rho = \rho_B$ 。

在振动衰减期间, 中微子从星体逸出还会带走能量, 由(32), (34)式, 得到温度 T 的演

化方程为

$$cT \frac{dT}{dt} = 2M_{\pi} L_{\pi} \left[\frac{G(u) - F(u)}{J(0)} \right]. \quad (50)$$

六、数值计算

(49), (50)等式联合起来可用来确定含有 π 凝聚态的中子星的演化. 给定所需要的参数就能进行数值计算.

由(20)式显见 u 值对于 N_c/N 和 g_A^* 很敏感, 随着密度变化而变, 而且依赖于详细的物理模型. 作为星体振动阻尼时标的量级估计, 这里只取一组值 $\theta^2 = 0.1$, $\gamma = 0^{[10]}$. 这时由(6)和(8)式可得 $g_A^* = g_A = 1.36$, $N_c = 1.5N_n$ ($N_n = 0.17\text{fm}^{-3}$). 再根据(7)和(20)式, 最后可得到

$$u = 5.4A_2/T_9, \quad (51)$$

其中 A 为以 10^{-2} 为单位的振动相对振幅. 而由(36)式, 容易得到

$$\beta = 4.6. \quad (52)$$

中子星振动周期受广义相对论稳定性效应的限制, 一般可取 $\tau \sim 5 \times 10^{-4}\text{s}^{[12]}$.

给定 λ 和 M_{π}/M , 由(37), (38)式可求出

$$\frac{R_c}{R} = \left[1 + \left(\frac{M}{M_{\pi}} - 1 \right) \lambda \right]^{-1/3}. \quad (53)$$

π 凝聚的相变密度一般较低^[2], 所以考虑 $M = 0.7M_{\odot}$, $R = 10^6\text{cm}$ 的中子星模型, 并取 $\lambda = 1.5$, $M_{\pi} = 0.2M_{\odot}$ 作为衰减时标的量级估计.

图2给出了 $W_{\pi}-t$ 关系, 而图3则是相变发生后, 伴随着振动能量耗散和中微子释放的星体温度演化的 $T-t$ 曲线. 不同的曲线对应的初值不同, 而且采用的时间标度也不一样. 曲线2用图中底边的时间坐标度量, 曲线1则用顶边的时间坐标表记. 对于曲线1的情况, 因初始振动能量取得较大, 星体温度出现有个上升阶段, 因而反应率也就比曲线2的情形大. 振动能量的耗散也就较快.

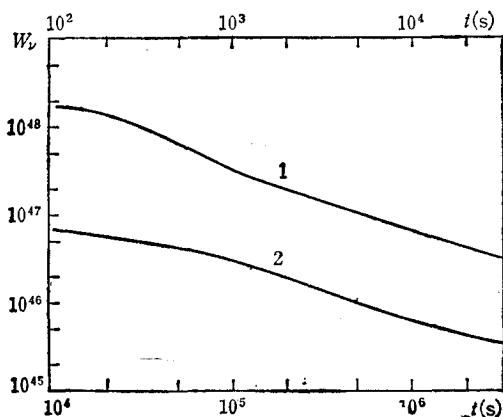


图 2

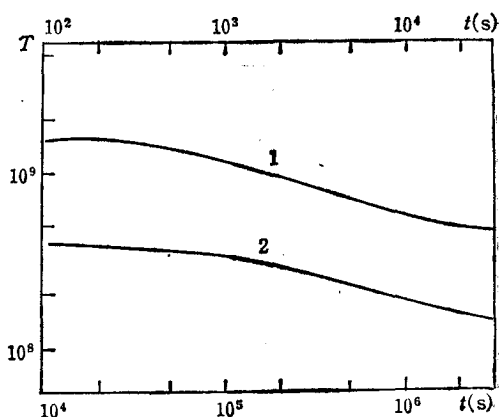


图 3

七、讨 论

在文献[7]中,我们已经计算了中子星内部夸克物质中的弱过程 $u + s \rightarrow d + u$ 对径向振动的阻尼效应,其阻尼时标可以短至毫秒量级,以此相比较, π 凝聚态中子物质中的反应(9)和(10)式阻尼振动的效率要低得多.实际上,这是由于在反应(9)和(10)式中出现了中微子.而中微子是非简并的,它的能量只能取 $\sim kT$,反应的相空间要比上述夸克物质中的反应小 $\sim (kT/E_F)^2 \sim 10^{-6}$.但是,把(9)和(10)式的反应率和 URCA 过程

$$n + n \rightarrow n + p + e^- + \bar{\nu}_e,$$

$$n + p + e^- \rightarrow n + n + \nu_e$$

比较,由于反应(9)和(10)式中少两个粒子,因而反应率大 $\sim \left(\frac{E_F}{kT}\right)^2 \sim 10^6$ 倍.相应的阻尼时标也就短得多.在高温 ($\sim 10^{10}\text{K}$) 情况下,中微子吸收变得重要了,问题一般说来变得很复杂.此外,本文没有考虑由于超流的可能出现对结果的影响.

从图 3 中可以看到,发生 π 凝聚相变后,尽管中子星存在着振动,星体还是很快地冷却着.实际上由于 π 凝聚物质极高的中微子能损率,发生相变后的中子星,如表面温度 T_c 满足 $T_c \sim 10^{-2}T$ 关系,那末很快就难以探测了(指表面热辐射).然而,由于表面磁场和星体内部其它热化机制的存在,情况就可能大不一样.

参 考 文 献

- [1] 方励之,物理, **12**(1983), 340.
- [2] P. Haensel and M. Proszysky, *Astrophysics Journal*, **258** (1982), 306.
- [3] B. Kämpfer, *Astrophysics and Space Science*, **93** (1983), 185.
- [4] R. F. Sawyer and A. Soni, *Astrophysics Journal*, **230**(1979), 856.
- [5] A. Finzi and R. A. Wolf, *Astrophysics Journal*, **153** (1968), 835.
- [6] W. D. Langer and A. G. W. Cameron, *Astrophysics and Space Science*, **5** (1969), 213.
- [7] 王青德、陆垓,天体物理学报, **5**(1985), 待发表.
- [8] G. E. Brown and W. Weise, *Phys. Report*, **27** (1976), 1.
- [9] R. F. Sawyer and A. Soni, *Astrophysics Journal*, **216** (1977), 73.
- [10] O. Maxwell, G. E. Brown, D. K. Campbell, R. F. Dashen and J. J. Manassan, *Astrophysics Journal*, **216**(1977), 77.
- [11] J. N. Bahcall and R. A. Wolf, *Phys. Rev.*, **140** (1965), 56; 140.
- [12] P. C. John, *Report Prog. Phys.*, **37** (1974), 564.

DAMPING EFFECTS OF WEAK PROCESSES IN PION CONDENSATE ON NEUTRON STAR VIBRATION

WANG QING-DE LU TAN

(Department of Astronomy, Nanjing University)

ABSTRACT

In the core of some massive neutron star there may appear pion condensate. The weak processes such as $u(\mathbf{p}_1) \rightarrow u(\mathbf{p}_2) + e^- + \bar{\nu}_e$ and $u(\mathbf{p}_1) + e^- \rightarrow u(\mathbf{p}_2) + \nu_e$ (i. e. equation (9) and (10) of this paper), in pion condensate, have been proved to be essential in damping the radial vibrations in the neutron star. The time scale of this damping effect is model dependent and may be several days.

Considering processes (9) and (10), the equilibrium condition in the pion condensate is $\mu_\pi = \mu_e$. However, only irreversible processes could damp the vibration, so the key parameter here should be $\xi = (\mu_\pi - \mu_e)/kT$ describing the deviation from equilibrium. In this paper, we have derived the reaction rates of processes (9) and (10), and the related neutrino luminosities, and done numerical calculations. Results obtained are the relations of $W-t$ and $T-t$, as shown in Fig. 2 and 3, using W , and T to denote the vibrational energy and the temperature of the neutron star respectively.