

重整化群变换应用于 $U(1)$ 规范理论的 定量分析*

徐 在 新

(华东师范大学物理系)
1984年9月14日收到

提 要

在 Migdal 及 Migdal-Kadanoff 重整化群变换方案中,我们导出了 $U(1)$ 格点规范理论的强耦合(高温)近似和弱耦合(低温)近似,同时还得到了包括中间耦合区的数值结果.上述结果与严格的强耦合展开、弱耦合展开以及 Monte-Carlo 模拟结果进行了比较.

一、引 言

格点规范理论^[1]为规范场非微扰效应的研究提供了有效途径.从欧氏空间的 Lagrange 表述方式可以看出,格点规范理论与经典统计之间存在着深刻的联系,从而可应用统计力学中计算系综平均值的一系列有效方法,如高温展开平均场方法、变分法及 Monte-Carlo 模拟等来研究非微扰问题.这方面的工作已取得了许多重要结果.

近些年来,不少作者讨论了 Migdal 变换^[2],以及由 Kadanoff 建立的 Migdal-Kadanoff 变换^[3]应用于规范场的问题,取得了很好的结果^[4-6]. Migdal 变换及 Migdal-Kadanoff 变换都是近似的实空间重整化群变换.重整化群理论是一种有效的方法,可用于建立量子场论中小尺度和大尺度间的联系.重整化群方法使我们可以从某一具有给定格距(Lattice spacing)的格点理论出发,寻求一近似的具有较大格距的相应的理论.

本文主要对 Migdal 近似及 Migdal-Kadanoff 近似应用于纯 Wilson 形式的 $U(1)$ 格点规范理论作定量考察.首先简要列出 Migdal 变换及 Migdal-Kadanoff 变换应用于我们具体问题时的基本步序.讨论纯 Wilson 形式作用量下,这两种近似的实空间重整化群变换方案所给出的强耦合近似.讨论弱耦合近似.给出数值结果,并将这些结果与严格的强耦合展开、弱耦合展开以及 Monte-Carlo 结果进行比较.

二、Migdal 变换及 Migdal-Kadanoff 变换

我们简要列出 Migdal 变换及 Migdal-Kadanoff 变换在应用于我们问题时的基本步序.

* 中国科学院科学基本资助的课题.

考虑一欧氏格点规范理论, 其作用量用基本方块 (plaquette) 作用量 $S_p(U_p, a)$ 表示, 其中 U_p 是围绕方块边周键 (Link) 变量 (现在为群元素) 的乘积. 这时系统的格林函数生成泛函相当于统计力学中的配分函数. 表示为

$$Z = \int [dU_l] e^{-\sum_p S_p(U_p, a)} \quad (1)$$

函数

$$F(U, a) \equiv e^{-\sum_p S_p(U_p, a)}$$

为规范不变的, 因而仅依赖于 U 的类 (或本征值). 群的特征标集是一正交完全集, 可作为基, 对类函数作展开. 对于 $U(1)$ 群或紧致 QED 理论, 其特征标仅依赖于一个参数 (角度 θ), 且所有不可约表示都为一维表示, 因而 $U(1)$ 的特征标展开简单地就是 Fourier 展开, 可表示为

$$F(\theta, a) = \sum_{r=0}^{\infty} F_r(a) (2 \cos r\theta - \delta_{r0}), \quad (2)$$

其中

$$F_r(a) = \int_0^{2\pi} \frac{d\theta}{2\pi} \cos r\theta F(\theta, a), \quad (3)$$

这里参数 $r = 0, 1, 2, \dots$.

Migdal 变换^[2]

$$F_M(\theta, \lambda_a) = \left[\sum_{r=0}^{\infty} F_r(a) \lambda^{r^2} (2 \cos r\theta - \delta_{r0}) \right]^{\lambda^{d-1}}. \quad (4)$$

它表明存在一新的定义在间距为 $\lambda_a (\lambda > 1)$ 的基本方块上的量 $F(\theta, \lambda_r)$, 且这个量描写同样的理论. 上式中 d 为时空维数. 当 $d = 2$ 时, 上述变换精确成立; 当 $d > 2$ 时, 上述变换不再精确成立, 不过人们相信这时仍然保持系统动力学的基本特征.

类似于文献[4], 引进参数 $C_r(a)$ 及辅助函数 $R(\theta, a)$:

$$C_r(a) \equiv F_r(a) / F(0, a), \quad (5)$$

$$R(\theta, a) \equiv \sum_{r=0}^{\infty} C_r(a) \lambda^{r^2} (2 \cos r\theta - \delta_{r0}). \quad (6)$$

于是可把变换记为

$$F_M(\theta, \lambda_a) = [F(0, a)]^{\lambda^d} [R(\theta, a)]^{\lambda^{d-1}}. \quad (7)$$

在进行无数次变换后, 泛函积分(1)式中的边界效应可以忽略, 这时

$$F_r(\lambda_a^n) \rightarrow 0 \quad (r \neq 0).$$

因此自由能为

$$F = \lim_{n \rightarrow \infty} F_n, \quad (8)$$

其中

$$F_n = \frac{1}{\lambda^{nd}} \ln F_0(\lambda_a^n). \quad (9)$$

利用(5)和(7)式, 并进行 n 次迭代, 我们得到如下表达式:

$$F_n = \ln F(0, a) + \frac{1}{\lambda^2} \sum_{m=1}^{n-1} \ln R(0, \lambda_a^m) + \frac{1}{\lambda^{nd}} \ln C_0(\lambda_a^n). \quad (10)$$

Migdal-Kadanoff 变换^[3]与原来的 Migdal 变换的区别在于键移动 (bond moving) 操作与进位 (decimation) 操作是交替进行的. 若在 $d-2$ 个方向上同时进行移动键操作, 则 Migdal-Kadanoff 变换可表示为^[4,5]

$$F_K(\theta, \lambda_a) = \sum_{r=0}^n \tilde{F}_r(\lambda_a)^{A^r} (2 \cos r\theta - \delta_{r0}), \quad (11)$$

其中

$$\tilde{F}_r(\lambda_a) = \int_0^{2\pi} \frac{d\theta}{2\pi} \cos r\theta [F(\theta, a)]^{A^{d-1}}, \quad (12)$$

类似地引进参数 $\tilde{C}_r(\lambda_a)$ 及辅助函数 $\tilde{R}(\theta, \lambda_a)$

$$\tilde{C}_r(\lambda_a) \equiv \tilde{F}_r(\lambda_a) / F(0, a)^{A^{d-1}}, \quad (13)$$

$$\tilde{R}(\theta, \lambda_a) \equiv \sum_{r=0}^n \tilde{C}_r(\lambda_a)^{A^r} (2 \cos r\theta - \delta_{r0}), \quad (14)$$

变换(11)式可改写为

$$F_K(\theta, \lambda_a) = [F(0, a)]^{A^d} \tilde{R}(\theta, \lambda_a). \quad (15)$$

现在(9)式应为

$$F_n = \frac{1}{\lambda^{nd-1}} \ln F_0(\lambda_a^n). \quad (16)$$

于是利用(13)和(15)式, 并进行 n 次迭代, 可得

$$F_n = \ln F(0, a) + \sum_{m=1}^{n-1} \frac{1}{\lambda^{md}} \ln \tilde{R}(\theta, \lambda_a^m) + \frac{1}{\lambda^{nd-2}} \ln \tilde{C}_0(\lambda_a^n). \quad (17)$$

三、强耦合近似

$U(1)$ 规范理论的纯 Wilson 形式为

$$F(\theta, a) = e^{\beta \cos \theta}, \quad (18)$$

其中 $\beta = 1/g_0^2$, g_0 为裸耦合常数. 不少作者已经用 Monte-Carlo 方法研究了这一系统的相变特征^[7-9]. 我们首先在 Migdal 及 Migdal-Kadanoff 方案下计算这一系统的强耦合近似.

先讨论 Migdal 变换情况. 对于纯 Wilson 作用量, 我们有

$$F_r(a) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} d\theta \cos r\theta e^{\beta \cos \theta} = I_r(\beta), \quad (19)$$

其中 $I_r(\beta)$ 为第一类变形贝塞耳函数.

在强耦合区 ($\beta \ll 1$), 可应用贝塞耳函数的级数表达式

$$I_r(\beta) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{k! (\gamma + k)!} \left(\frac{\beta}{2}\right)^{\gamma + 2k}. \quad (20)$$

在 β^2 量级下, 由(5)式应考虑归一化特征标展开系数为

$$\begin{aligned}
 C_0 &= e^{-\beta} \left(1 + \frac{1}{4} \beta^2 + \theta(\beta^4) \right) \\
 C_1 &= e^{-\beta} \left(\frac{1}{2} \beta + \theta(\beta^3) \right) \\
 C_2 &= e^{-\beta} \left(\frac{1}{8} \beta^2 + \theta(\beta^4) \right).
 \end{aligned} \quad (21)$$

由(6)式可得

$$\begin{aligned}
 R(\theta, a) &= \exp \left[-\lambda^2 \beta + \frac{1}{4} \lambda^2 \beta^2 + \frac{1}{2^{\lambda^2-1}} \beta^{\lambda^2} \cos \theta \right. \\
 &\quad \left. + \frac{1}{2^{2\lambda^2-1}} \left(\frac{1}{2^{\lambda^2}} \cos^2 \theta - \cos^2 \theta \right) \beta^{2\lambda^2} \right] + \theta(\beta^{2+2\lambda^2}).
 \end{aligned} \quad (22)$$

这里应该注意。通常取 λ 接近于 1, 所以 $2 + \lambda^2 > 2\lambda^2$ 再由(7)式得

$$F(\theta, \lambda a) = \exp \left[\frac{1}{4} \lambda^4 \beta^2 + \beta_1 \cos \theta \right] + \theta(\beta^{2+2\lambda^2}), \quad (23)$$

其中

$$\beta_1 = \frac{\lambda^{d-2}}{2^{\lambda^2-1}} \beta^{\lambda^2}. \quad (24)$$

此结果表明, 在 $\beta^{2\lambda^2}$ 近似下, $F(\theta, a)$ 的形式在格距为 λa 的重新标度的时空中保持不变。因而可将时空重新标度对于理论的影响简单地归因于 β 的改变。重复这种变换, 并将所得结果代入(10)式, 在利用(24)式类型的式子消去相应的项后便得到如下自由能表式 ($d=4$):

$$\begin{aligned}
 F_M &= \left(\frac{1}{2} \beta \right)^2 + \frac{1}{\lambda^2} \left[\lambda^2 - 2 \left(1 - \frac{1}{2^{\lambda^2}} \right) \right] \left(\frac{1}{2} \beta \right)^{2\lambda^2} \\
 &\quad + \theta(\beta^{2+2\lambda^2}),
 \end{aligned} \quad (25)$$

内能或 Wilson 圈 (Wilson loop) 的平均值为

$$\langle E \rangle_M = \frac{\partial F_M}{\partial \beta} = \frac{1}{2} \beta + \left[\lambda^2 - 2 \left(1 - \frac{1}{2^{\lambda^2}} \right) \right] \left(\frac{1}{2} \beta \right)^{2\lambda^2-1} + \theta(\beta^{2+2\lambda^2-1}). \quad (26)$$

作为例子, 若取 $\lambda^2 = \sqrt{2}$, 则 $2\lambda^2 - 1 \simeq 3$, 于是(26)式为

$$\langle E \rangle_M = \frac{1}{2} \beta + 2(\sqrt{2} - 1) \left(\frac{1}{2} \beta \right)^{2\sqrt{2}-1} + \theta(\beta^3). \quad (27)$$

而严格的强耦合展开结果为^[20]

$$\langle E \rangle = \frac{1}{2} \beta + \theta(\beta^3). \quad (28)$$

由(25)式可知, 在 β^2 量级近似下, 由 Migdal 变换所得到的自由能结果与严格的强耦合展开结果一致, 且与 λ 无关。但是当考虑了较高次项的贡献后, 其结果与严格的展开结果相比总是偏大, 且这种偏离与 λ 取值有关。应当指出, (25)式等号右侧第二项的贡献来自(22)式指数因子中的第三项, 即来自第一次 Migdal 变换。

现在考察 Migdal-Kadanoff 变换中的强耦合近似。将(18)式代入(12)式可得

$$\tilde{F}_\tau(\lambda a) = I_\tau(\lambda^{d-2}\beta). \quad (29)$$

利用其级数展开以及(13)和(14)式,类似地可得

$$\begin{aligned} \tilde{R}(\theta, \lambda_a) = & \exp \left[-\lambda^d \beta + \frac{1}{4} \lambda^2 (\lambda^{d-2} \beta)^2 + \frac{1}{2^{\lambda^2-1}} (\lambda^{d-2} \beta)^{\lambda^2} \cos \theta \right. \\ & \left. + \frac{1}{2^{2\lambda^2-1}} \left(\frac{1}{2^{\lambda^2}} \cos 2\theta - \cos^2 \theta \right) (\lambda^{d-2} \beta)^{2\lambda^2} \right] + \theta(\beta^{2+\lambda^2}). \end{aligned} \quad (30)$$

由(15)式可得

$$\begin{aligned} F(\theta, \lambda_a) = & \exp \left[\frac{1}{4} \lambda^2 (\lambda^{d-2} \beta)^2 + \beta_1 \cos \theta \right. \\ & \left. + \frac{1}{2^{2\lambda^2-1}} \left(\frac{1}{2^{\lambda^2}} \cos 2\theta - \cos^2 \theta \right) (\lambda^{d-2} \beta)^{2\lambda^2} \right] + \theta(\beta^{2+\lambda^2}), \end{aligned} \quad (31)$$

其中

$$\beta_1 = \frac{1}{2^{\lambda^2-1}} \lambda^{2(d-2)} \beta^2. \quad (32)$$

(31)式指数因子中的第三项表示了在 Migdal-Kadanoff 变换下作用量形式的偏离。但是由(12)式可知,在我们所考虑的近似下,这种偏离在其后的迭代中并不产生影响。类似地重复这种变换,并将结果代入(17)式,在利用(32)式类型的式子消去相应的项后便得到如下自由能表达式 ($d=4$):

$$F_K = \lambda^4 \left(\frac{1}{2} \beta \right)^4 + \frac{1}{\lambda^4} \left[\lambda^4 - 2 \left(1 - \frac{1}{2^{\lambda^2}} \right) \right] \left(\frac{\lambda^4}{2} \beta \right)^{2\lambda^2} + \theta(\beta^{2\lambda^4}), \quad (33)$$

内能或 Wilson 圈平均值为

$$\langle E \rangle_K = \frac{\lambda^2}{2} \beta + \left[\lambda^4 - 2 \left(1 - \frac{1}{2^{\lambda^2}} \right) \right] \left(\frac{\lambda^2}{2} \beta \right)^{2\lambda^2-1} + \theta(\beta^{2\lambda^4-1}). \quad (34)$$

一个有趣的结果是,在 Migdal 变换下内能表达式(26)中作代换 $\beta \rightarrow \lambda^2 \beta$, 便得到(34)式。不过应当指出,这并不能理解为是(29)式的必然结果,因为例如(30), (32)式以及自由能表达式(33)都不能通过这种简单的代换而得到。

(34)式表明,在 Migdal-Kadanoff 方案中自由能的强耦合近似与严格展开结果(28)式相比总是偏大,即使在最低级近似下亦是如此。而且比较(26)式与(34)式可知,有

$$\langle E \rangle_K > \langle E \rangle_M. \quad (35)$$

四、弱耦合近似

在 Migdal 变换下,当 $\beta \gg 1$ 时,由变形贝塞耳函数的渐近表达式可得

$$F_r(a) = \frac{e^\beta}{\sqrt{2\pi\beta}} \left[1 - \theta \left(\frac{1}{\beta} \right) \right]. \quad (36)$$

在这一近似下存在如下关系:

$$C_r(\beta, a)^{\lambda^2} = \frac{C_r(\beta/\lambda^2, a)}{\lambda(2\pi\beta)^{\lambda^2-1}}. \quad (37)$$

于是由(2), (3), (5), (6), 以及(37)式可得

$$R(\theta, a) = \frac{1}{\lambda(2\pi\beta)^{\lambda^2-1}} e^{\frac{\beta}{\lambda^2}(\cos\theta-1)}. \quad (38)$$

再由(7)式可得

$$F_M(\theta, \lambda_s) = \frac{e^{\lambda_s \theta} + \beta_1 (\cos \theta - 1)}{[\lambda (2\pi\beta)^{\lambda^2-1}]^{\lambda^{d-1}}}, \quad (39)$$

其中

$$\beta_1 = \lambda^{d-1} \beta. \quad (40)$$

此结果表明,在所给定的近似下, $d=4$ 是临界维数,在这种情况下 β 的改变由高次项确定,而这些项我们在上述计算中已略去。

进行 n 次变换,并将结果代入(10)式,整理后可得

$$F_M = \beta - \frac{\lambda^2 - 1}{2(\lambda^d - 1)} \lambda^{d-2} \ln \beta + C, \quad (41)$$

其中 C 为与 β 无关的部分。上式对 β 求导数便得内能

$$\langle E \rangle_M = 1 - \frac{\lambda^{d-2}(\lambda^2 - 1)}{2(\lambda^d - 1)} \frac{1}{\beta}. \quad (42)$$

若令 $\lambda = 1 + \delta$, 上式可化为

$$\langle E \rangle_M = 1 - \frac{1}{d\beta} - \Delta, \quad (43)$$

其中

$$\Delta = \frac{(d-2)}{2d} \frac{\delta}{\beta} \quad (44)$$

表征在 Migdal 变换下内能的弱耦合近似与严格的弱耦合展开结果

$$\langle E \rangle = 1 - \frac{1}{d\beta} \quad (45)$$

之间的偏离。一个有趣的结果是,当 $d=2$ 时, $\Delta=0$ 。

在 Migdal-Kadanoff 近似下可作类似的计算。我们发现。重整化后的 β 参数与在 Migdal 近似下相同,但自由能和内能表式略有不同:

$$F_K = \beta - \frac{(\lambda^2 - 1)}{2(\lambda^d - 1)} \ln \beta + C', \quad (46)$$

$$\langle E \rangle_K = 1 - \frac{(\lambda^2 - 1)}{2(\lambda^d - 1)} \frac{1}{\beta}. \quad (47)$$

与强耦合情况中类似,(47)式可简单地由(42)式通过代换 $\beta \rightarrow \lambda^{d-2}\beta$ 得到。类似地,若令 $\lambda = 1 + \delta$, (47)式可表示为

$$\langle E \rangle_K = 1 - \frac{1}{d\beta} + \Delta. \quad (48)$$

(43)和(48)式表明,在我们所考虑的近似下,由 Migdal 变换及 Migdal-Kadanoff 变换所得到的弱耦合近似,与严格的弱耦合展开结果之间的偏离均为 Δ ,但在 Migdal 变换下是向减小方向偏离;而在 Migdal-Kadanoff 变换下则向增加方向偏离。而且这种偏离随 δ (或 λ) 的增加而增加。

五、数值结果及讨论

在上两节中我们讨论了强耦合和弱耦合近似。本节中我们给出包括中间耦合区的数

值计算结果.

从(18)式出发作很多次重整化群变换直至确定自由能的级数(10)或(17)式收敛于某一常数值. 在我们的数值计算中为了获得收敛的自由能值, 通常需作 20—100 次迭代, 这取决于 λ 和 β 的取值. 我们相继地改变 β ($\Delta\beta = 0.02$), 从而得到 $F(\beta)$, 然后得到内能 $\langle E \rangle = \partial F / \partial \beta$, 以及比热 $c = \beta^2 \partial^2 F / \partial^2 \beta$. 由此得到的内能或 Wilson 圈平均值 ($\langle \cos \theta \rangle$) 与 $\beta = 1/g_0^2$ 的函数关系表示在图 1 中, 其中包括在 Migdal 变换下 (曲线 a 为 $\lambda = 1.05$ 和曲线 b 为 $\lambda = 1.1$) 以及在 Migdal-Kadanoff 变换下 (曲线 c 为 $\lambda = 1.05$ 和曲线 d 为 $\lambda = 1.1$) 的结果. 为了比较, 在图 1 中虚线分别给出了严格的强耦合展开及弱耦合展开结果以及圆点表示 Monte-Carlo 结果^[9]. 在上述各种情况下, 临界点附近的比热 c 与 β 的函数关系表示在图 2 中.

首先从图 1 可以看出, 上两节所得到的强耦合区与弱耦合区的某些特征 (虽然这里 β 值取得并不足够大) 也反映在数值结果中, 这里我们不再一一指明.

强耦合区及弱耦合区的结果从某种程度上也决定中间耦合区的特征. 在 Migdal 近似下, 当 β 小于临界耦合 β_c ($\simeq 1.00$) 时与 Monte-Carlo 结果相比, 系统内能向增加方向偏离; 反之当 $\beta > \beta_c$ 时, 内能向减小方向偏离, 以致与弱耦合区的结果衔接. 在 Migdal-Kadanoff

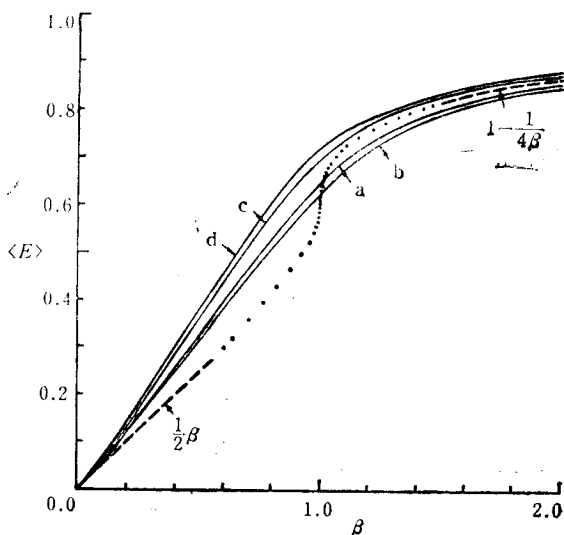


图 1

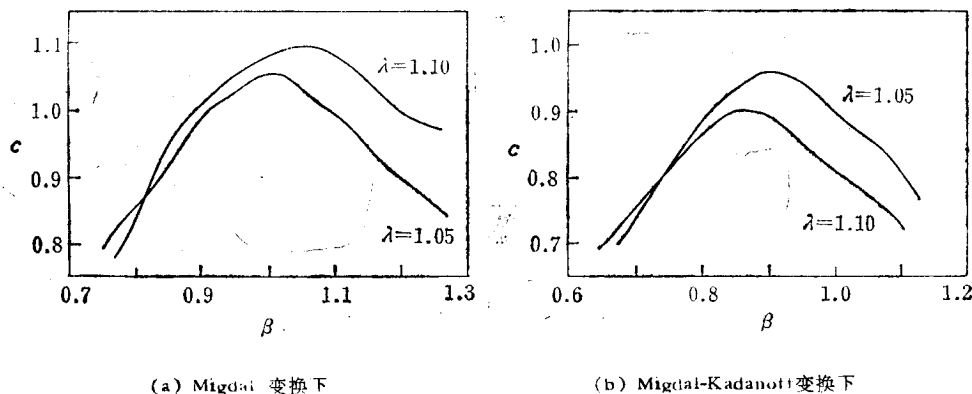


图 2

近似下, 内能 $\langle E \rangle$ 在整个区域都比 Monte-Carlo 结果大些, 不过在强耦合区, 偏离大些; 在弱耦合区, 偏离很小. 所以在这两种近似下, 上述偏离特征都将致使函数曲线在临界耦

合附近趋于平坦,变化率减小,从而不能得到正确的临界指数.

但是应当指出,从 Migdal 变换及 Migdal-Kadanoff 变换虽然不能得到正确的临界指数,不过正如图 2 所示,我们仍然可以通过比热的峰值明确地得出相变点的位置^[5,6],而且可通过重整化群变换中耦合常数轨迹分布来辨认是否为一级相变^[6].

图 2 表明,现在显然有一个 λ 的取值问题. 例如在 Migdal 近似下, $\lambda = 1.05$ 时,比热峰值在 $\beta_c = 1.02$ 处; $\lambda = 1.10$ 时, $\beta_c = 1.06$. 在 Migdal-Kadanoff 近似下, $\lambda = 1.05$ 时, $\beta_c = 0.92$; $\lambda = 1.10$ 时, $\beta_c = 0.86$. Monte-Carlo 结果为 $\beta_c = 1.008$ ^[8]. 所以我们可以得到下面的结论: 由 Migdal 变换得到的临界耦合与 Monte-Carlo 结果相比,随 λ 的增加而向弱耦合区偏离;由 Migdal-Kadanoff 变换得到的临界耦合则随 λ 的增加而向强耦合区偏离,当 $\lambda \rightarrow 1$ 时,这两种近似所得到的临界耦合以不同方向趋向 Monte-Carlo 结果. 当然对于 $z(N)$ 群, $SU(2)$ 群以及对于存在伴随表示的情况,这个结论还需加以仔细考察.

本文部分工作是作者在美国 Brown University 访问期间做的. 作者还要感谢 Chung-I 教授的热情讨论和帮助.

参 考 文 献

- [1] K. G. Wilson, *Phys. Rev.*, **D10**(1974), 2445; J. Kogut, *Rev. Mod. Phys.*, **51** (1979), 659; M. Bander, *Phys. Report*, **75**(1981), 205.
- [2] A. A. Migdal, *J. Exp. Theor. Phys.* **42**(1976), 413; **42**(1976), 743.
- [3] L. P. Kadanoff, *Ann. Phys.*, **100**(1976), 359.
- [4] S. Caracciolo and P. Menotti, *Nucl. Phys.*, **B180** (FS2) (1981), 428; M. Nauenberg and D. Toussaint, *Nucl. Phys.*, **B190**(FS3) (1981), 217.
- [5] K. M. Bitar, S. Gottlieb and C. K. Zachos, *Phys. Rev.*, **D26** (1982), 2853; *Phys. Lett.*, **121B**(1983), 163; M. Imashi, S. Kawake and H. Yoneyama, *Prog. Theor. Phys.*, **69**(1983), 1005.
- [6] Chung-I Tan and Zai-xin Xu, Brown-HET-521, Dec. (1983). 待发表.
- [7] G. Bhanot, *Phys. Rev.*, **D24**(1981), 461; T. A. GeGrand and D. Toussaint, *Phys. Rev.*, **D24**(1981), 466; K. J. M. Moriarty, *Phys. Rev.*, **D25**(1982), 2185; D. Horn, M. Karliner, E. Katznelson and S. Yankielowicz, *Phys. Lett.*, **113B**(1982), 258.
- [8] G. Bhanot, *Nucl. Phys.*, **B205**(FS5) (1982), 168.
- [9] D. G. Caldi, *Nucl. Phys.*, **B220**(FS8) (1983), 48.
- [10] M. Greutz, *Phys. Rev. Lett.*, **43**(1979), 553.

RENORMALIZATION GROUP TRANSFORMATION QUANTITATIVE ANALYSIS FOR $U(1)$ GAUGE THEORY

XU ZAI-XIN

(East China Normal University, Shanghai)

ABSTRACT

In the schemes of Migdal and Migdal-Kadanoff renormalization group transformation, the strong coupling (high temperature) approximation and weak coupling (low temperature) approximation for $U(1)$ lattice gauge theory are introduced, and the numerical results, including those for the intermediate coupling region, are given. We compare the results obtained by means of these transformations with the exact results of strong coupling and weak coupling expansions and the recent Monte-Carlo calculation.