

$D_3(32)$ 点群压电晶体全部电弹常数的测定

赵哲英 郭小聪 施仲坚

(中国科学院声学研究所)

1985年12月31日收到

提 要

本文依据压电板振动理论,提出 $D_3(32)$ 点群压电晶体全部电弹常数测量新方案,以国产 α -石英晶体为例,给出其全部电弹常数及部分机电耦合系数。

一、引 言

属于 $D_3(32)$ 点群的压电晶体中, α -石英是其中历史悠久、性能优越、应用广泛的一种晶体,在压电材料中占有重要地位。随着时间的推移,新的应用领域正在逐步开拓,在通讯、导航、广播、时间和频率标准、工业探伤及民用电子产品等各种电子设备中,压电石英的需求量越来越大。国外早已发表过 α -石英晶体的电弹常数^[1-3],国内未见报道。本文探讨了 $D_3(32)$ 点群压电晶体的电弹常数测量新方案,并依此方案,给出国产 α -石英的全部电弹常数。

二、测量方案

$D_3(32)$ 点群的晶体有六个独立的弹性常数、两个独立的压电常数和两个独立的介电常数。其电弹常数矩阵如下:

$$\begin{bmatrix} c_{11}^E & c_{12}^E & c_{13}^E & c_{14}^E & 0 & 0 \\ c_{12}^E & c_{11}^E & c_{13}^E & -c_{14}^E & 0 & 0 \\ c_{13}^E & c_{13}^E & c_{33}^E & 0 & 0 & 0 \\ c_{14}^E & -c_{14}^E & 0 & c_{44}^E & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & c_{44}^E & c_{14}^E \\ 0 & 0 & 0 & 0 & c_{14}^E & c_{66}^E \end{bmatrix}, \quad c_{66}^E = \frac{1}{2} (c_{11}^E - c_{12}^E),$$

$$\begin{bmatrix} e_{11} & -e_{11} & 0 & e_{14} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -e_{14} & -e_{11} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} \epsilon_{11}^S & 0 & 0 \\ 0 & \epsilon_{11}^S & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_{33}^S \end{bmatrix}$$

根据压电板线性振动理论^[4],分析了该点群的特点,仅用三种切型的晶体板,利用各

板的某些振动模式,通过传输线法进行测量,即可获得全部电弹常数.有关分析参见文献[4—6].

这三种切型的振动特性特征方程如下:

1. $0^\circ x$ 切板

$$\begin{vmatrix} \bar{c}_{11} - c_x & 0 & 0 \\ 0 & c_{66} - c_x & c_{14} \\ 0 & c_{14} & c_{44} - c_x \end{vmatrix} = 0,$$

其中 $\bar{c}_{11} = c_{11}^E + e_{11}^2/\epsilon_{11}^S$.

方程式的其中一个根

$$c_{x1} = \bar{c}_{11} = c_{11}^E + e_{11}^2/\epsilon_{11}^S, \quad (1)$$

表示该板中存在一个加强纯延伸模与另两个非加强模解耦. c_{x1} 即是该振动模式的有效弹性常数. 而该厚度振动的耦合系数为

$$\kappa_{111}^2 = \frac{e_{11}^2}{\bar{c}_{11}\epsilon_{11}^S}. \quad (2)$$

用垂直场激励该模式可求出 $c_{11}^E, e_{11}, \kappa_{111}$. 而方程式另两个根的和与积分别记为

$$\Sigma_x = c_{x2} + c_{x3} = c_{44}^E + c_{66}^E; \quad (3)$$

$$\Pi_x = c_{x2}c_{x3} = c_{44}^E c_{66}^E - (c_{14}^E)^2. \quad (4)$$

表示这两个非加强模式间存在耦合. 可用 E_2 (y 方向)平行场激励. 当用 $0^\circ y$ 切板测量得出 c_{66}^E 后,利用(3)和(4)两式,可算出 c_{44}^E 和 c_{14}^E 来.

2. $0^\circ y$ 切板

$$\begin{vmatrix} \bar{c}_{66} - c_y & 0 & 0 \\ 0 & c_{22}^E - c_y & -c_{14}^E \\ 0 & -c_{14}^E & c_{44}^E - c_y \end{vmatrix} = 0,$$

其中 $\bar{c}_{66} = c_{66}^E + e_{11}^2/\epsilon_{11}^S$.

方程式的其中一个根

$$c_{y1} = \bar{c}_{66} = c_{66}^E + e_{11}^2/\epsilon_{11}^S, \quad (5)$$

表示该板中存在一个加强纯切变模与另两个非加强模解耦. c_{y1} 即是该振动模式的有效弹性常数, 而该厚度振动的耦合系数为

$$\kappa_{126} = \frac{e_{26}^2}{\bar{c}_{66}\epsilon_{22}^S} = \frac{e_{11}^2}{\bar{c}_{66}\epsilon_{11}^S}. \quad (6)$$

用垂直场激励该模式,可求出 c_{66}^E 和 κ_{126} .

3. $45^\circ y$ 切板

$$\begin{vmatrix} \bar{c}_{66} - c'_y & 0 & 0 \\ 0 & c'_{22} - c'_y & c'_{24} \\ 0 & c'_{24} & c'_{44} - c'_y \end{vmatrix} = 0,$$

其中

$$\bar{c}_{66} = \frac{1}{2} c_{66}^E + c_{14}^E + \frac{1}{2} c_{44}^E + (c'_{26})^2/\epsilon_{22}^S;$$

$$\begin{aligned} e'_{26} &= -\frac{1}{2}(e_{11} + e_{14}); \varepsilon'_{22} = \frac{1}{2}(\varepsilon_{11}^s + \varepsilon_{33}^s); \\ c'_{22} &= \frac{1}{4}c_{11}^E + \frac{1}{2}c_{13}^E - c_{14}^E + \frac{1}{4}c_{33}^E + c_{44}^E; \\ c'_{44} &= \frac{1}{4}c_{11}^E - \frac{1}{2}c_{13}^E + \frac{1}{4}c_{33}^E; \\ c'_{24} &= -\frac{1}{4}c_{11}^E + \frac{1}{2}c_{14}^E + \frac{1}{4}c_{33}^E. \end{aligned}$$

方程式的其中一个根

$$c'_{y1} = \bar{c}'_{66} = \frac{1}{2}c_{66}^E + c_{14}^E + \frac{1}{2}c_{44}^E + (e'_{26})^2/\varepsilon'_{22}, \quad (7)$$

表示该板存在一个加强切变模与其他两个模式解耦. c'_{y1} 即是该振动模式的有效弹性常数. 而该厚度振动的耦合系数为

$$\kappa'_{126} = \frac{(e'_{26})^2}{\bar{c}'_{66}\varepsilon'_{22}}. \quad (8)$$

用垂直场激励该模式,可求出 e_{14} . 而方程式另两个根的和与积记为

$$\Sigma'_y = c'_{y2} + c'_{y3} = c'_{22} + c'_{44}; \quad (9)$$

$$\Pi'_y = c'_{y2}c'_{y3} = c'_{22}c'_{44} - (c'_{14})^2. \quad (10)$$

表示这两个非加强模式间存在耦合. 可用 E_1 (x 方向)平行场激励. 由(9)式可求出

$$c_{33}^E = 2(\Sigma'_y - c_{44}^E + c_{14}^E) - c_{11}^E.$$

由(10)式可导出有关 c_{13}^E 的一个一元二次方程:

$$(c_{13}^E)^2 - 2(P_2 - P_1)c_{13}^E + P'_y = 0, \quad (11)$$

其中

$$P_1 = \frac{1}{4}(c_{11}^E + c_{33}^E) + c_{44}^E - c_{14}^E, \quad P_2 = \frac{1}{4}(c_{11}^E + c_{33}^E),$$

$$P'_y = 4(\Pi'_y - P_1P_2 + P_4), P_4 = \frac{1}{4}(c_{33}^E - c_{11}^E) + \frac{1}{2}c_{14}^E.$$

解方程(11)式即可求出 c_{13}^E .

以上各特征方程式的根,表示该板的三个模式的有效弹性常数. 对于加强模,有效弹性常数与共振频率的关系比较复杂,而与反共振频率有如下的准确关系:

$$c_n = 4\rho(f_{ant}t/m)^2,$$

其中 a 表示反共振频率; ρ 表示材料密度; $m = 1, 3, 5, \dots$, 表示泛音的阶次; $n = 1, 2, 3$, 表示第 n 个根的标号; t 表示板的厚度.

而当泛音的阶次足够高时,高次泛音的共振频率接近同阶次的反共振频率,故

$$c_n = 4\rho(f_{mnt}t/m)^2, \quad (12)$$

其中 r 表示共振频率.

对于非加强模,有效弹性常数与共振频率有如下的准确关系:

$$c_n = 4\rho(f_{mnt}t/m)^2. \quad (13)$$

综上所述,选取 $0^\circ x$ 切、 $0^\circ y$ 切和 $45^\circ y$ 切三种压电板,测量有关电容,求出全部介电常数. 然后,在相应的垂直场或平行场激励下,测量有关的高次泛音或基音的共振频率,利

表 1 $D_3(32)$ 点群的压电测量方案

测算 顺序	样品 切型	样品 数量	电极 面	激励 电场	振动 模式	应测频率	求 有效弹性常数及 有关的耦合系数	计算公式	可测 算的 常数	备注
1	$0^\circ x$	1	x	$\perp$	加强纯 延伸模	f_{rm1} $f_{r12}, f_{r32}, f_{r33} \dots$	$c_{x1} \triangleq 4\rho(f_{rm1}t/m)^2$ 用泛音比法求出 κ_{t11}	$c_{11}^E = c_{x1}(1 - \kappa_{t11}^2)$ $e_{11} = \kappa_{t11}(c_{x1}\epsilon_{11}^S)^{1/2}$	c_{11}^E e_{11}	介 电 常 数 用 平 行 板 电 容 器 公 式 测 算
2	$0^\circ y$	1	y	$\perp$	加强纯 切变模	f_{rm1} $f_{r12}, f_{r32}, f_{r33} \dots$	$c_{y1} \triangleq 4\rho(f_{rm1}t/m)^2$ 用泛音比法求出 κ_{t26}	$c_{66}^E = c_{y1}(1 - \kappa_{t26}^2)$ $e_{11} = \kappa_{t26}(c_{y1}\epsilon_{11}^S)^{1/2}$	c_{66}^E	
3	$0^\circ x$	1	y	//	两个非 加强耦 合模	f_{rmn} $n = 2, 3$	$c_{xn} = 4\rho(f_{rmn}t/m)^2$	$c_{44}^E = \Sigma_x - c_{66}^E$ $c_{14}^E = (c_{44}^E c_{66}^E - \Pi_x)^{1/2}$	c_{44}^E c_{14}^E	
4	$45^\circ y$	1	y'	$\perp$	加强 切变模	f_{rm1} $f_{r12}, f_{r32}, f_{r33} \dots$	$c'_{y1} \triangleq 4\rho(f_{rm1}t/m)^2$ 用泛音比法求出 κ'_{t26}	$c'_{66} = c'_{y1}(1 - \kappa_{t26}'^2)$ $c'_{26} = \kappa'_{t26}(c'_{y1}\epsilon_{22}'^{1/2})$, 且 $c'_{26} = -\frac{1}{2}(e_{11} + e_{14})$ $e_{14} = -(e_{11} - 2e'_{26})$	c'_{14}	
5	$45^\circ y$	1	x	//	两个非 加强耦 合模	f_{rmn} $n = 2, 3$	$c'_{yn} = 4\rho(f_{rmn}t/m)^2$	$c_{33}^E = 2(\Sigma_y' - c_{44}^E + c_{14}^E) - c_{11}^E$ $(c_{33}^E)^2 - 2(P_2 - P_1)c_{33}^E + P_y' = 0$ 其中: $P_1 = \frac{1}{4}(c_{11}^E + c_{33}^E) + c_{44}^E - c_{14}^E$ $P_2 = \frac{1}{4}(c_{11}^E + c_{33}^E)$ $P_y' = 4(\Pi_y' - P_1P_2 + P_2^2)$ $P_4 = \frac{1}{4}(c_{33}^E - c_{11}^E) + \frac{1}{2}c_{14}^E$	c_{33}^E	
6									c_{13}^E	

$\perp$ 表示垂直场激励; // 表示平行场激励.

用(12)或(13)式,可求出有关的有效弹性常数,同时利用泛音比法测量有关的耦合系数,通过(1)~(11)式,即可导出 $D_3(32)$ 点群晶体的全部弹性常数和压电常数.

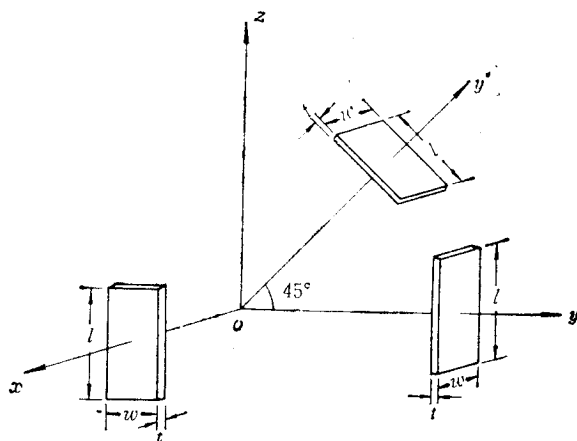
据以上分析, $D_3(32)$ 点群的压电测量方案示于表 1 中.

三、样品制备及实验测量结果

依照 $D_3(32)$ 点群的压电晶体测量新方案,为了测量 α 石英晶体的全部电弹常数,需三种切型板,见图 1. 除介电常数外,其余常数的测量皆以样品的基音和高次泛音频率为基础,必须精确测定. 为此,对样品的几何尺寸及定向精度提出如下要求:

1. $0^\circ x$ 切板

- 方向——厚度方向平行于 x 轴,定向精度 $1'$.
- 尺寸—— $l \gg t$, $w \gg t$, 两大面的平行度约 $\pm 0.5 \mu\text{m}$.
- 电极—— x 面(垂直场), y 面(平行场),镀银.

图1 $0^\circ x$ 切板、 $0^\circ y$ 切板和 $45^\circ y$ 切板的取向2. $0^\circ y$ 切板

- a) 方向——厚度方向平行于 y 轴, 定向精度 $1'$.
 b) 尺寸—— $l \gg t$, $w \gg t$, 两大面的平行度约 $\pm 0.5 \mu\text{m}$.
 c) 电极—— y 面(垂直场), 镀银.

3. $45^\circ y$ 切板¹⁾

表2 测量样品尺寸

名 称	激励场	尺寸 (mm) $l \times w \times t^*$
$0^\circ x$ 切板	$\perp$	$10 \times 10 \times 1$
	$\parallel$	$10 \times 5 \times 1$
$0^\circ y$ 切板	$\perp$	$12 \times 12 \times 1$
$45^\circ y$ 切板	$\perp$	$11 \times 11 \times 1$
	$\parallel$	$11 \times 5 \times 1$

* 实验时, 以实测精确数据为依据.

- a) 方向——厚度方向平行于 $45^\circ y$ 轴(绕 x 轴旋转), 定向精度约为 $1'$.
 b) 尺寸—— $l \gg t$, $w \gg t$, 两大面的平行度约为 $\pm 0.5 \mu\text{m}$.
 c) 电极—— y' 面(垂直场), x 面(平行场).

所用样品的具体尺寸如表2.

所用测量装置及设备要求, 可参见文献[5]. 本文略.

依表1给的测算顺序进行测量, 所获结果示于表3中.

1) 由于加工单位的原因, 本文所用 $45^\circ y$ 切板用 $-45^\circ y$ 切板代替, 其他要求一样, 计算公式作相应修改. 但推荐用 $45^\circ y$ 切板进行测算.

表 3 α -石英电弹常数数据对照表

名 称	单 位	文献[1]	文献[2]	文献[7]	本文(测量温度 $T = 20^\circ\text{C}$)
c_{11}^E	10^9N/m^2		86.74		86.3
c_{12}^E			6.99		7.10
c_{13}^E			11.91		11.2
c_{14}^E			17.91		17.6
c_{33}^E			107.2		109.5
c_{55}^E			57.94		59.6
c_{66}^E			39.88		39.6
c_{11}^D	10^9N/m^2		87.486		87.0
c_{12}^D			6.244		6.30
c_{13}^D			11.91		11.2
c_{14}^D			18.09		17.8
c_{33}^D			107.2		109.5
c_{55}^D			57.98		59.5
c_{66}^D			40.625		40.3
s_{11}^E	$10^{-12}\text{m}^2/\text{N}$		12.77		12.73
s_{12}^E			-1.79		-1.78
s_{13}^E			-1.22		-1.14
s_{14}^E			9.60		9.48
s_{33}^E			4.50		4.30
s_{55}^E			9.60		9.48
s_{66}^E			20.04		19.86
s_{11}^D	$10^{-12}\text{m}^2/\text{N}$		29.12		28.96
s_{12}^D			12.636		12.59
s_{13}^D			-1.656		-1.64
s_{14}^D			-1.22		-1.14
s_{33}^D			4.458		4.26
s_{55}^D			9.60		9.48
s_{66}^D			20.027		19.85
e_{11}	C/m^2		28.586		28.46
e_{14}			0.171		0.173
d_{11}	10^{-2}C/N		0.0403		0.041
d_{14}		2.31	2.25		2.31
g_{11}	m^2/C	0.727	0.85		0.673
g_{14}			0.0578		0.0503
h_{11}	10^9N/C		0.0182		0.0164
h_{14}			4.36		4.41
ϵ_{11}^T	(相对)		1.04		1.04
ϵ_{33}^T		4.58	4.520		4.63
ϵ_{11}^S	(相对)	4.70	4.640		4.68
ϵ_{33}^S			4.435		4.43
			4.640		4.50

续 表

名 称	单 位	文献[1]	文献[2]	文献[7]	本文 (测量温度 $T = 20^\circ\text{C}$)
β_{11}^T	10^{20}m/F				2.43
β_{33}^T					2.24
β_{11}^S	10^{10}m/F				2.55
β_{33}^S					2.51
k_{111}				0.10	0.094
k_{122}				0.14	0.134

四、结 果 讨 论

将本文结果与文献[1—3]比较,除 c_{13}^S 外,一致性还是相当好的,而 c_{13}^S 与其比较,大约有 6% 的相对差异。这可能是由于 c_{13}^S 的数值依赖于其他常数的测量值,然后进行复杂的运算才能得到。这样,测量误差和计算误差的累积将大一些。另外,此弹性常数本身的数值相对亦小,这样在同样绝对误差条件下,相对误差亦大。比较文献[1]与[2], c_{13}^S 相差达 10% 左右。因此,为了测定 c_{13}^S ,应考虑多制备样品,取其平均值,使精度提高。

石英的介电常数较小,由于分布电容的影响, ϵ^S 的测量比较困难。本实验采用 HP-4275A 多频率阻抗测量仪来测量其数值的。其最高工作频率为 10MHz,大约是测试样品基频的七倍,距理想条件 $f \gg f_n$, 有一定差距。但从结果看,还是比较满意的。

本实验中使用的样品是国营 707 厂生产的,工作中得到刘鸿举和严玉萍的帮助,在此谨致谢意。

参 考 文 献

- [1] W. P. Mason, *Piezoelectric Crystals and Their Applications to Ultrasonics*, Van Nostrand, New York, (1947)
- [2] R. Beckman, *Phys. Rev.*, 110(1958), 1060.
- [3] I. Koga et al., *Phys. Rev.*, 109(1958), 1467.
- [4] H. F. Tiersten, *Linear Piezoelectric Plate Vibrations*, Plenum, New York, (1969).
- [5] 刘鸿举、赵哲英、施仲坚, *物理学报*, 3(1981), 297.
- [6] 刘鸿举、赵哲英、施仲坚等, *声学学报*, 3(1980), 134.
- [7] 林仲茂、施仲坚、孙承平等译, *超声换能器材料*, 科学出版社, (1979), 96 页.

MEASUREMENTS OF ALL THE ELECTRO-ELASTIC CONSTANTS FOR THE CRYSTALS OF $D_3(32)$ CLASS

ZHAO ZHE-YING GUO XIAO-CONG SHI ZHONG-JIAN

(Institute of Acoustics, Academia Sinica)

ABSTRACT

The approach of measuring all the electro-elastic constants for the crystals of $D_3(32)$ class has been developed by means of the vibrational theory for piezoelectric plates. As an example, all the electro-elastic constants of α -Quartz have been obtained using the approach.