

位相因子在光学量子拍的半经典 解释中的作用*

陈 天 杰

(北京大学物理系)

1986 年 2 月 28 日收到

提 要

在波函数中合理地引入位相因子,用半经典方法计算了偶极矩的相关性。由此成功地解释了各种情况下观察到量子拍的可能性。计算表明:下能级分裂情况下不出现单原子量子拍,解决了以前半经典理论在解释这一点上的困难。从而使半经典理论在解释量子拍问题上经受住了 QED 的挑战。

实验上已观察到多种量子拍。Haroche^[1]用 QED 对各种情况下观察到量子拍的可能性作了分析,解释了单原子量子拍中观察不到下能级分裂的实验现象。Chow^[2], Scully^[3]和 Herman^[4]等人认为:半经典(SCT)或新经典(NCT)理论预言在单原子量子拍中应出现下能级分裂。因而下能级分裂不在单原子量子拍中出现这一实验结果对 SCT 提出了挑战。

本文在 SCT 框架中引入波函数的位相因子,计算了偶极矩的位相,分析了各种量子拍出现的条件。从而解释了单原子量子拍中不出现下能级分裂这一重要实验事实。因而量子拍实验不能作为否定 SCT 的一个例证。

一、几种量子拍

设体积元 $\Delta V (< \lambda^3)$ 中有 N_0 个原子。第 i 个原子有线偏振的偶极矩 $\mathbf{P}^{(i)}$

$$\mathbf{P}^{(i)} = \mathbf{p}_{10} \cos(\omega_1 t + \theta_1^{(i)}) + \mathbf{p}_{20} \cos(\omega_2 t + \theta_2^{(i)}).$$

在辐射带区中 r 处, N_0 个原子的辐射 I 为

$$I \propto \frac{1}{T} \int_t^{t+T} \left| \sum_{i=0}^{N_0} \mathbf{P}^{(i)}(\mathbf{r}_0, t) \right|^2 dt$$

$$\propto (S_1 + S_2 + S_3 + S_4).$$

$$S_1 = \frac{N_0}{2} (\mathbf{p}_{10}^2 + \mathbf{p}_{20}^2),$$

$$S_2 = \sum_{i=0}^{N_0} \mathbf{p}_{10} \mathbf{p}_{20} \cos(\Delta\omega t + \Delta\theta^{(i)}),$$

* 中国科学院科学基金资助的课题。

$$S_3 = \sum_{i>l}^{N_0} \sum_{l=1}^{N_0} \mathbf{p}_{10} \mathbf{p}_{20} \cos(\Delta\omega t + \Delta\theta_{12}^{(i,l)}),$$

$$S_4 = \sum_{i>l}^{N_0} \sum_{l=1}^{N_0} [\mathbf{p}_{10}^2 \cos \Delta\theta_{11}^{(i,l)} + \mathbf{p}_{20}^2 \cos \Delta\theta_{22}^{(i,l)}].$$

式中 $\Delta\omega = \omega_2 - \omega_1$, $\Delta\theta^{(i)} = \theta_2^{(i)} - \theta_1^{(i)}$, $\Delta\theta_{mn}^{(i,l)} = \theta_m^{(i)} - \theta_n^{(l)}$ ($m, n = 1, 2$). S_1 是各偶极矩辐射非相干迭加的贡献. S_2 是每个原子中两个偶极矩辐射场之间拍的迭加. 当 $\Delta\theta^{(i)}$ 为常数时, 这些拍之间相干; 宏观上出现与 N_0 成正比的拍, 称为单原子量子拍. 当 $\Delta\theta^{(i)}$ 为随机量时, 拍之间不相干, 故 $S_2 = 0$. S_3 和 S_4 是不同原子辐射场间拍的迭加. 如 $\Delta\theta_{mn}^{(i,l)}$ 为常数, 则各原子偶极矩间的拍相干, 宏观上出现与 N_0^2 成正比的多原子量子拍. 当 $\Delta\theta_{mn}^{(i,l)}$ 为随机量时, 原子之间的拍不相干; 即 $S_3 = S_4 = 0$, 无多原子量子拍. 所以各种量子拍出现与否将由原子偶极矩位相间的相关性决定.

二、几种能级系统中的偶极矩和量子拍

热平衡时, 上述系统中 N_0 个原子有相同的(除了一个位相因子外)电子波函数. Schrödinger 方程不能确定波函数的位相因子. 为了保证 N_0 个原子构成的正则系综密度矩阵的非对角元为零, 波函数位相因子应是一组随机变量. 故第 i 个原子的波函数为

$$|\phi_i^{(i)}(\mathbf{r}_i)\rangle = \sum_{j=1}^M c_j \exp[i(\varphi_j^{(i)} - \omega_j t)] |u_j\rangle.$$

式中 M 是原子能级数, $\omega_j = \varepsilon_j/\hbar$, ε_j 是能级 j 的能量, $|c_j|^2$ 由玻耳兹曼分布律决定.

下面分析四种典型能级系统中偶极矩的相干性及宏观上观察到量子拍的可能性.

1. 荧光下能级是基态, 上能级分裂

设原子有图 1 所示的能级系统. 热平衡时原子处于基态 ($c_1(0) = 1$; $c_j(0) = 0$, $j \neq 1$). 在 $t = -\tau$ 到 $t = 0$ 时受到一频率

$$\omega_L = \frac{1}{2} (\omega_{31} + \omega_{21}),$$

脉宽 $\tau < 2\pi/\omega_{32}$ (式中 $\omega_{ij} = \omega_i - \omega_j$) 的短相干光脉冲激发. 脉冲光的电场为

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 \cos(\omega_L t - \mathbf{k}z).$$

由 Rabi 解知, 在脉冲作用后原子波函数为

$$|\phi^{(i)}(\mathbf{r}_i)\rangle = c_1 \exp(i\varphi_1^{(i)}) |u_1\rangle + a_2 \exp\{i(\varphi_1^{(i)} + \varphi_L - \omega_2 t)\} |u_2\rangle + a_3 \exp\{i(\varphi_1^{(i)} + \varphi_L - \omega_3 t)\} |u_3\rangle.$$

式中 $\varphi_L = \mathbf{k}z_0$, z_0 为 $t = 0$ 时 ΔV 的座标; φ_L 与 i 无关, a_2, a_3 由脉冲的面积决定. 原子 i 的偶极矩为

$$\mathbf{P}^{(i)} = \langle \phi^{(i)}(\mathbf{r}_i) | e\mathbf{r} | \phi^{(i)}(\mathbf{r}_i) \rangle = \{c_1^* a_2 \exp(i\varphi_L - i\omega_{21}t) \mathbf{p}_{12} + c_1^* a_3 \exp(i\varphi_L - i\omega_{31}t) \mathbf{p}_{13}\} + \text{c.c.}$$

式中 $\mathbf{p}_{ij} = \langle u_i | e\mathbf{r} | u_j \rangle$. 上式表明系统中所有偶极矩的位相都与 i 无关, 即有 $\Delta\theta^{(i)} = \Delta\theta_{mn}^{(i,l)} = 0$. 所有偶极矩都相关, $S_2, S_3, S_4 \neq 0$. 此系统的荧光强度为

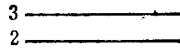


图 1



图 2

$$I \propto N_0^2 [p_{12}^2 + p_{13}^2 + 2p_{12}p_{13} \cos \Delta\omega t].$$

式中 $\Delta\omega = \omega_3 - \omega_2$. 这是与 N_0^2 成正比的多原子量子拍. 但激发态原子偶极矩间相干性将在 T_2 (横向弛豫时间) 内消失. 即在 $t > T_2$ 时, 虽仍有 $\Delta\theta^{(i)} = 0$, 但 $\Delta\theta_{mn}^{(i)}$ 变为随机量. 此时如激发态原子能量尚未耗尽, 则将出现单原子量子拍

$$I \propto N_0 [p_{12}^2 + p_{13}^2 + 2p_{12}p_{13} \cos \Delta\omega t].$$

2. 荧光下能级是基态, 且有微小分裂

设原子有图 2 所示的能级系统. 基态分裂成 $|u_1\rangle$ 和 $|u_2\rangle$, $\varepsilon_2 - \varepsilon_1 < kT$. 在热平衡时原子波函数为

$$|\phi_0^{(i)}(\mathbf{r}_i)\rangle = c_1 \exp(i\varphi_1^{(i)}) |u_1\rangle + c_2 \exp(i\varphi_2^{(i)} - i\omega_2 t) |u_2\rangle.$$

上式表明, 在长时间平均后, 每个原子有 $c_1 c_1^*$ 几率处于 $|u_1\rangle$, $c_2 c_2^*$ 几率处于 $|u_2\rangle$. 这是由于在 t_0 时在 $|u_1\rangle$ 的原子有一定几率 A_f 跃迁到 $|u_2\rangle$; 反之亦然. 但通常 A_f 很小 (很多情况下, 对应于自旋倒反几率), 如可认为 $A_f \ll 10^3/s$. 如果不是在长时间内, 而是在 $\Delta t \ll 1/A_f$ 内考察该系统, 则 A_f 的贡献可忽略, 原子可分成处于 $|u_1\rangle$ 的 $N_{10} = N_0 c_1 c_1^*$ 个 a 类原子, 和 $N_{20} = N_0 c_2 c_2^*$ 个 b 类原子. 原子中量子拍实验, 一般观察时间 $\Delta t \approx 10^{-8}s$, 属于这种情况.

N_{10} 个 a 类原子的波函数为

$$|\phi_{10}^{(i)}(\mathbf{r}_i)\rangle = \exp(i\varphi_{11}^{(i)}) |u_1\rangle.$$

它们在 $\omega_L = \frac{1}{2}(\omega_{31} + \omega_{32})$, 脉宽 $\tau < 2\pi/\omega_{21}$ 的短脉冲作用后, 波函数为

$$|\phi^{(i)}(\mathbf{r}_i)\rangle = c_1' \exp(i\varphi_{11}^{(i)}) |u_1\rangle + a_{31} \exp\{i[\varphi_{11}^{(i)} + \varphi_L - \omega_{31} t]\} |u_3\rangle + a_{32} \exp(i\varphi_{21}^{(i)} - i\omega_{32} t) |u_2\rangle.$$

式中 $\varphi_{11}^{(i)}$ 和 $\varphi_{21}^{(i)}$ 是 i 的随机变量, $\varphi_L = kx_0$. 在激发过程中, 除了 $|u_3\rangle$ 被混入外, 还混入了 $|u_2\rangle$. 这是因为在激发过程中存在有 $|u_3\rangle$ 或其它高激发态通过非弹性碰撞、黑体辐射感生的受激发射和自发发射. 由于这些都是随机过程, 所以 $\varphi_{11}^{(i)}$ 是与 $\varphi_{21}^{(i)}$ 无关的随机量. 用该波函数求得的偶极矩为

$$\mathbf{P}_i^{(i)} = \{c_1' a_{31} \exp(i\varphi_L - i\omega_{31} t) \mathbf{p}_{13} + a_{32}^* a_{31} \exp[i(\varphi_{11}^{(i)} - \varphi_{21}^{(i)} + \varphi_L - \omega_{32} t)] \mathbf{p}_{23}\} + \text{c.c.}$$

上述偶极矩中 $\Delta\theta^{(i)} = \varphi_{11}^{(i)} - \varphi_{21}^{(i)}$, $\Delta\theta_{12}^{(i)}$ 都是随机变量. 因而 $S_2 = S_3 = S_4 = 0$; 即在 a 类原子中, 既无单原子量子拍, 又无多原子量子拍.

同样, b 类原子中无单原子和多原子量子拍。

但若考虑系统的总偶极矩, 则有

$$P = \sum_{i=1}^{N_{10}} P_i^{(i)} + \sum_{i=1}^{N_{20}} P_i^{(i)}.$$

此时, a 类原子中 ω_{31} 的偶极矩和 b 类原子中 ω_{32} 的偶极矩间有 $\Delta\theta_{mn}^{(i,i)} = \varphi_L - \varphi_L = 0$. 因而有 $(S_i)_{ab} \approx 0$, $(S_i)_{ba} \approx 0$, 故可观察到这两类原子间的多原子量子拍. 荧光强度 I 为

$$I \propto (A + 2N_{10}N_{20}P_{31}P_{32} \cos \Delta\omega t).$$

式中 $\Delta\omega = \omega_2 - \omega_1$, A 为一常数. 上述分析说明: 在荧光下能级为基态, 且有微小分裂时, 不出现单原子拍. 在 $t < T_2$ 时, 可能出现 a, b 类原子间的多原子量子拍.

3. 荧光上能级分裂, 但下能级不是基态

设原子有图 3 所示的能级系统. 在上面讨论的光脉冲作用后, 原子波函数演化为

$$|\psi^{(i)}(\mathbf{r}_i)\rangle = c_1 \exp(i\varphi_1^{(i)}) |u_1\rangle + c_2 \exp(i\varphi_2^{(i)} - i\omega_2 t) |u_2\rangle$$

$$+ a_2 \exp[i(\varphi_1^{(i)} + \varphi_2 - \omega_2 t)] |u_2\rangle + a_3 \exp[i(\varphi_1^{(i)} + \varphi_L - \omega_3 t)] |u_3\rangle.$$

$|u_4\rangle$ 混入的原因同前, 所以 $\varphi_4^{(i)}$ 是与 $\varphi_1^{(i)}$ 无关的一组随机变量. 原子 i 中频率为 ω_{31} 和 ω_{34} 的偶极矩为

$$P^{(i)} = \{c_2^* a_2 \exp[i(\varphi_1^{(i)} + \varphi_L - \varphi_2^{(i)} - \omega_{24} t)] p_{24}$$

$$+ c_3^* a_3 \exp[i(\varphi_1^{(i)} + \varphi_L - \varphi_3^{(i)} - \omega_{34} t)] p_{34}\} + \text{c.c.}$$

上述偶极矩中 $\Delta\theta^{(i)} = 0$, 所以有 $\Delta\omega = \omega_3 - \omega_2$ 的单原子拍. 但 $\Delta\theta_{12}^{(i,i)} = (\varphi_1^{(i)} - \varphi_2^{(i)}) - (\varphi_1^{(i)} - \varphi_3^{(i)})$. 它将是 i, t 的随机变量. 因而无多原子量子拍.

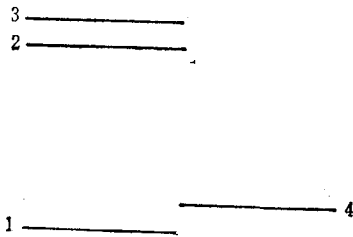


图 3



图 4

4. 荧光下能级分裂, 但不是基态

设原子有图 4 所示的能级系统. 在短脉冲作用后, 原子波函数为

$$|\psi^{(i)}(\mathbf{r}_i)\rangle = c_1 \exp(i\varphi_1^{(i)}) |u_1\rangle + a_2 \exp[i(\varphi_1^{(i)} + \varphi_L - \omega_2 t)] |u_2\rangle$$

$$+ c_2 \exp[i(\varphi_2^{(i)} - \omega_2 t)] |u_2\rangle + c_3 \exp[i(\varphi_3^{(i)} - \omega_3 t)] |u_3\rangle.$$

式中 $\varphi_1^{(i)}$, $\varphi_2^{(i)}$ 和 $\varphi_3^{(i)}$ 都是互不相关的随机量. 此时可能与拍有关的偶极矩为

$$P^{(i)} = \{c_2^* a_2 \exp[i(\varphi_1^{(i)} + \varphi_L - \varphi_2^{(i)} - \omega_{24} t)] p_{24}$$

$$+ c_3^* a_3 \exp[i(\varphi_1^{(i)} + \varphi_L - \varphi_3^{(i)} - \omega_{34} t)] p_{34}\} + \text{c.c.}$$

对上述偶极矩 $\Delta\theta^{(i)} = \varphi_3^{(i)} - \varphi_4^{(i)}$, $\Delta\theta^{(i,l)} = \varphi_3^{(i)} - \varphi_4^{(l)}$, 都是 i 和 l 的随机变量. 因而 $S_2 = S_3 = S_4 = 0$, 即不出现量子拍. 再一次说明, 没有下能级分裂的单原子量子拍.

上面分析了几种能级配置下, 观察量子拍的可能性, 和文献[1]中用 QED 得到的结果一致. 这说明只要在波函数中合理地引入位相因子, 则可由它算得偶极矩间的位相关系, 进而由偶极矩位相的相关性可以解释实验上观察各种量子拍的可能性. 它与实验事实及 QED 的结果是一致的. 因而量子拍实验不能用来否定 SCT. 本文的讨论也表明了, 在讨论激发态原子相干性时, 引入波函数位相因子的必要性.

参 考 文 献

- [1] S. Haroche, *High-Resolution Laser Spectroscopy*, edited by Shimoda (Springer-Verlag, NEW York, USA, 1976).
- [2] W. W. Chow, M. O. Scully, J. O. Stoner, Jr., *Phys. Rev.*, **A11**(1975), 1380.
- [3] M. O. Scully, *Foundations of Radiation Theory and Quantum Electrodynamics*, edited by A. O. Barut (Plenum Press, NEW York, 1980).
- [4] R. M. Herman, H. Grotch, R. Kornblith, J. H. Eberly, *Phys. Rev.*, **A11**(1975), 1389.

THE FUNCTION OF PHASE FACTOR IN SEMICLASSICAL EXPLANATION OF OPTICAL QUANTUM BEAT

CHEN TIAN-JIE

(Department of Physics, Peking University)

ABSTRACT

A phase factor was introduced into the wave function properly, and the correlation of the dipoles was taken into account by a semiclassical approach. Thus a successful explanation of the observability of quantum beat is obtained for various circumstances. Particularly, it has been made clear that there should be no single atom beat for the lower state splitted cases, which removes the difficulty of semiclassical theory in explaining quantum beat. Therefore it has been shown that the semiclassical theory can rise to the challenge from quantum electrodynamics in explaining quantum beat.