

椭偏光谱对复数折射率薄膜的研究*

ITO 膜光学常数的色散和生长规律

冯洪安¹⁾ 余玉贞 黄炳忠

(中山大学)

1985年4月15日收到

提 要

本文提出一个利用椭偏光谱测量复数折射率薄膜的方法。由于引入一个新的目标函数,把搜索的参量空间的维数减至四维,因此不但可以测得薄膜的光学常数和厚度,并且可同时确定衬底的光学常数。我们应用这个方法对射频溅射在硅衬底上生长的 ITO 膜光学常数的色散和生长规律进行了初步研究,发现硅衬底的表现光学常数也发生了变化。

早年人们已经知道氧化铟、氧化锡等金属氧化物薄膜具有可见光区透明和导电性能良好的特性,是制造光电器件的理想材料^[1-3]。近年来由于能源问题,人们重视太阳能的利用,对 ITO 膜(氧化铟-锡)的研究工作明显加强,但大都侧重在制备方法和电学性能方面,对光学性质也只着重于它的透过率。由于 ITO 膜的电学和光学性质不但与制备方法和组成的成份有关,而且和生长后的处理过程也有密切的关系。这反映了薄膜的结构和成份所处的状态都与它的电学和光学性质有关,也都会在它的光学常数上有所反映。所以无论在基础研究或实用上,对光学常数的测量都是有意义的。由于 ITO 在可见光区仍有弱吸收,所以对它的光学常数研究工作不多见。最近, Gousskov 等人对化学喷涂制备的 ITO 膜^[4],以及 Szezyrbowski 等人^[5]和 Smith 等人^[5]对射频溅射制备的 ITO 膜,利用透射率和反射率的测量,计算了它的光学常数色散。为了要利用透射谱及反射谱得到光学常数,不得不首先忽略在可见光区的吸收。同时为了得到透过率的测量,他们的 ITO 膜是生长在透明的衬底上,但实际应用中,ITO 是生长在有吸收的衬底上的,因此透射方法并不适用。

利用椭圆偏振光测量在有吸收的衬底上生长的薄膜的光学常数和它的厚度,比用其它光学方法更准确且有更多的优点,它还是界面现象研究的非破坏探测手段,所以可以同时界面上可能产生的变化进行探测。而椭圆偏振光谱则提供给我们更多的讯息。在计算机问世后,解决了椭偏测量中数据处理问题,迄今在透明膜的测量方面已相当成熟。但对有吸收的薄膜仍遇到困难,原因仍在于这时需要确定的未知量多于两个,而测量值只有两个椭偏参数 ψ 和 Δ 。因为在环境介质-薄膜-衬底这样的三相系统,椭偏方程为

* 中国科学院科学基金资助的课题。

1) 1984 年毕业的研究生。

$$\rho = \operatorname{tg} \phi e^{i\Delta} = \frac{r_{1p} + r_{2p} e^{-i2\delta}}{1 + r_{1p} r_{2p} e^{-i2\delta}} \bigg/ \frac{r_{1s} + r_{2s} e^{-i2\delta}}{1 + r_{1s} r_{2s} e^{-i2\delta}}. \quad (1)$$

其中 ρ 是系统的 p 光反射系数与 s 光反射系数之比, 它的幅值和位相差分别由 ϕ 和 Δ 表征, 它们可由测量得到. r_{ip} , r_{is} 分别表示 p 光和 s 光从第 i 种介质与 $i+1$ 种介质界面上反射的非涅耳反射系数. 它们与第 i 与第 $i+1$ 种介质的光学常数关系是

$$r_{ip} = \frac{\hat{n}_i \cos \phi_{i+1} - \hat{n}_{i+1} \cos \phi_i}{\hat{n}_i \cos \phi_{i+1} + \hat{n}_{i+1} \cos \phi_i}, \quad (2)$$

$$r_{is} = \frac{\hat{n}_{i+1} \cos \phi_{i+1} - \hat{n}_i \cos \phi_i}{\hat{n}_{i+1} \cos \phi_{i+1} + \hat{n}_i \cos \phi_i}, \quad (3)$$

$$\delta = \frac{2\pi d}{\lambda} (\hat{n}_2^2 - \hat{n}_1^2 \sin^2 \phi_1)^{\frac{1}{2}}. \quad (4)$$

d 是薄膜的厚度. ϕ_i 是光束在 i 种介质内的入射角. $i = 1, 2, 3$. 故

$$\rho = \operatorname{tg} \phi e^{i\Delta} = \rho(\hat{n}_1, \hat{n}_2, \hat{n}_3, d, \phi_1, \lambda). \quad (5)$$

ρ 是 $\hat{n}_1, \hat{n}_2, \hat{n}_3, d, \phi_1, \lambda$ 的函数. 而 $\hat{n}_1, \hat{n}_2$ 和 $\hat{n}_3$ 又分别是 λ 的函数. 但一旦 λ 确定后, 它们的数值也就确定了. 而 λ 和 ϕ_1 则由测量时选定, 如果环境是空气, 可取 $\hat{n}_1 = 1$. 如果衬底的光学常数已知, 而薄膜又是透明的, 则薄膜的复数折射率 $\hat{n}_2 = n_2 - ik_2$ 中的虚部 $k_2 = 0$, $\hat{n}_2$ 退化为一实数, 由测量的一对椭圆参数 ϕ, Δ , 便可以确定它的折射率 n_2 和厚度 d . 如果未知参量多于两个, 仅由测量的一对椭圆参数求解, 必然出现多解. 当薄膜有吸收时它的折射率为一复数便属于这种情形. 在这种情况下, 为要得到唯一解必需要有更多的约束条件. 这可以由在不同条件下测量多组椭圆参数来得到. 根据 (5) 式可以提出的方案有: (一) 改变环境介质. (二) 改变入射角. (三) 改变薄膜厚度. 第一种方案在实施上有不少困难, 因此难于实现. Azzam 等人^[6]论述了第二种方案的可能性, 发现在某些角度时出现相关性, 因此对入射角度要仔细选取. So 等人^[7]利用改变薄膜厚度的办法确定它的折射率和衬底的光学常数, 并用图解来证明该方法是可行的, 但该方法也只适用于透明膜. 本文提出一个利用不同厚度测量来计算光学常数的方法. 它不仅适用于透明膜, 对有吸的膜也同样适用. 不但可以确定它的复折射率, 而且还可同时测定衬底的光学常数以及所有薄膜的厚度. 这方法的本质是寻找一个合适的目标函数, 使需要搜索的参量数目减至最少, 以克服计算上的困难, 从而能够迅速求解.

目 标 函 数

椭圆方程(1)是非线性的复数方程, 因此不可能把系统的光学常数写成关于椭圆参数的明显表达式. 故此求解只有用数字反演方法. 为此, 常利用一个目标函数, 系统的各个参数作为参变量出现在这个目标函数内, 当选取的某一组参变量值使得该目标函数数值成为最小值时, 就认为这组参量是方程的真解, 也就是系统的真正参数. 直观上可考虑取

$$G = \sum_{i=1}^J |\rho_i^M - \rho_i^C|^2 \quad (6a)$$

或

$$G' = \sum_{j=1}^J [(\phi_j^M - \phi_j^C)^2 + (\Delta_j^M - \Delta_j^C)^2] \quad (6b)$$

作为求解的目标函数。式中 ρ_j^M , ϕ_j^M , Δ_j^M 是对第 j 个厚度样品的测量值。 ρ_j^C , ϕ_j^C , Δ_j^C 是由所选用的 $\hat{n}_2$, $\hat{n}_3$ 和第 j 个 d_j 值代入方程(1)得到的计算值。求解这样的一个目标函数时,需要搜索的参变量是 $J+4$ 个,即 J 个薄膜厚度和系统的 4 个光学常数值。搜索的空间维数大,计算困难。因此我们不准采用这样的目标函数。从物理上考虑,在任何情况下,薄膜的厚度均应是一个正实数,即由(4)式得到的

$$d_j = \frac{\lambda \delta_j}{2\pi(\hat{n}_2^2 - \hat{n}_1^2 \sin^2 \phi_1)^{\frac{1}{2}}} \quad (7)$$

应是

$$\text{Im}(d_j) \equiv 0, \quad \text{Re}(d_j) > 0.$$

而(7)式中的 δ_j 可由测量的 ϕ_j , Δ_j 代入方程(1)中得到。为此,令

$$\eta = e^{-i2\delta}. \quad (8)$$

则(1)式可写为

$$A_j \eta_j^2 + B_j \eta_j + C_j = 0. \quad (9)$$

$$A_j = (\rho_j r_{1p} - r_{1s}) r_{2p} r_{2s},$$

$$B_j = (\rho_j r_{2s} - r_{2p}) + (\rho_j r_{2p} - r_{2s}) r_{1p} r_{1s},$$

$$C_j = r_{1s} \rho_j - r_{1p}.$$

由(9)式,立刻可求得 η_j

$$\eta_j = \frac{-B_j \pm \sqrt{B_j^2 - 4A_j C_j}}{2A_j}, \quad (10)$$

于是

$$d_j = \frac{\lambda i \ln \eta_j}{4\pi(\hat{n}_2^2 - \hat{n}_1^2 \sin^2 \phi_1)^{\frac{1}{2}}}. \quad (11)$$

在选取(10)式的解时,应取 $|\eta| \leq 1$ 的解(见附录一)。

由前面考虑可知,当选取的参量值不是系统的真实参数时,由(11)式得到的 d_j 将会是一复数,如选取正确, d_j 应是一正实数。但由于仪器所用的光学元件都不可能是完善的理想元件,以及测量中不可避免的误差等原因,致使 d_j 仍会是一复数,但其虚部相对于其它参数组的选取应是最小。根据上述讨论,我们可以选用

$$F = \sum_{j=1}^J (er_j)^2$$

$$er_j = \frac{\lambda}{4\pi} \text{Im} \frac{i \ln \eta_j}{(\hat{n}_2^2 - \hat{n}_1^2 \sin^2 \phi_1)^{\frac{1}{2}}} \quad (12)$$

作为求解的目标函数。在这个目标函数 F 中, d_j 不再以参变量的形式出现,因而使得待搜索的空间由 $J+4$ 维减少到 4 维。如若衬底的 $\hat{n}_3$ 为已知,则进一步退化为两维。故此,采用 F 作目标函数就把搜索维数大大减少,使得计算容易进行。

这里还有一个问题,就是解的唯一性问题。我们把这问题的讨论放在附录二中进行。下面我们把这个方法对硅上生长的 ITO 膜进行初步的研究。

样品的制备和测量

样品是由射频溅射在硅衬底上生长的 ITO 膜。靶是由 95% 的 In_2O_3 掺入 5% SnO_2 压制而成。真空室抽至 10^{-5} Torr 时充入溅射气体氩气至 10^{-2} Torr。选定一个输出功率, 改变溅射时间, 得到厚度不同的一组样品。一共选取了五个不同的输出功率, 得到五组样品供测量。

测量是在我们自己设计的一台自动椭圆偏光谱仪上进行的, 它是一台由微处理机作过程自动控制和数据采集处理的光度法椭圆偏光谱仪。仪器的设计和软件的细节将另外报道。测量范围由 3500 到 8500 Å, 波长间隔 100 Å。

数据处理及结果

光度法是利用偏振光从样品反射后, 通过检偏器出来的光强与检偏器方位角的关系来得到 ϕ 和 Δ 的数值的。通过检偏器出来的光强与检偏器方位角 A 的关系是

$$I = I_0(1 + a \cos 2A + b \sin 2A), \quad (13)$$

$$\phi = \text{tg}^{-1} \left(\frac{1-a}{1+a} \right)^{\frac{1}{2}}, \quad (14)$$

$$\Delta = \cos^{-1} \frac{b}{\left(1 - \frac{a}{I_0}\right)^{\frac{1}{2}}}. \quad (15)$$

I_0, a, b 均可由不同方位角 A 测得的光强, 通过傅氏级数展开求得。由(15)式可以看到, Δ 有两个解。即一个在 $0-180^\circ$ 之间, 另一个在 $180-360^\circ$ 之间。计算机对原始数据处理后只给出 Δ 在 $0-180^\circ$ 之间的群。因此, 光度法测量需要首先确定 Δ 的正确位置。在单色的测量可由附加一块四分之一波片来确定^[8]。但光谱测量却有困难。为此, 我们利用了 ϕ, Δ 随着 n_2 和 d 变化的规律来作判断。

图 1 是硅衬底上不同折射率薄膜的 ϕ, Δ 随 d 变化的图形。我们注意到它们的一个显著特点, 它有一个特定的薄膜折射率 n_2^* , 当 $n_2 > n_2^*$ 时, ϕ, Δ 随厚度变化的走向与 $n_2 < n_2^*$ 不相同。当 $n_2 > n_2^*$ 时, 在 $0^\circ \leq \Delta \leq 180^\circ$ 之间当 ϕ 从极小值变到极大值, Δ 是从 180° 变至 0° , 即 ϕ 和 Δ 随 d 增大变化方向相反。而 $180^\circ \leq \Delta \leq 360^\circ$ 之间, 当 ϕ 从极大变至极小, Δ 则从 360° 变到 180° , 即 ϕ 和 Δ 随 d 变化方向一致。当 $n_2 < n_2^*$ 时, 在 $0^\circ \leq \Delta \leq 180^\circ$ 之间, 当 ϕ 从极小变到极大, Δ 并不从 180° 变至 0° , 而是经过一个极小值后又恢复到 180° 。反之 $180^\circ \leq \Delta \leq 360^\circ$ 之间, 当 ϕ 由极大变到极小, Δ 亦由 180° 经过一极大值后又回到 180° 。只要是光学常数随波长变化不大急剧, 则可认为波长的增大等价于 d 的减少。根据这个特点, 可以用来确定 Δ 的范围。图 2(a), (b) 是一个样品的测量结果。可以看到, 当 ϕ 达到极大时 Δ 接近 0° , 说明应是 $n_2 > n_2^*$ 情形。从长波开始, ϕ 从极小值变到极大值, Δ 约从 180° 变到 0° , 其变化规律符合 $0^\circ \leq \Delta \leq 180^\circ$ 条件下 ϕ, Δ 随 d 变化规律。故可认为 Δ 是在 $0-180^\circ$ 之间。随着波长的减小, ϕ 从极大变到

极小, 而 Δ 则从 0° 变到约 180° , 故可认为 Δ 在 $180^\circ-360^\circ$ 之间, 即以 $360^\circ-\Delta$ 作为 Δ 的值. 修改后的 $\Delta-\lambda$ 曲线如图 2(c) 所示. 这样, 我们便把 Δ 的位置确定下来. 图 1 虽然是对折射率为实数时绘得, 但若折射率为复数时, $\phi-\Delta$ 图形不同之处仅在于随 d 变化不再具有周期性. 故上面规律仍可适用.

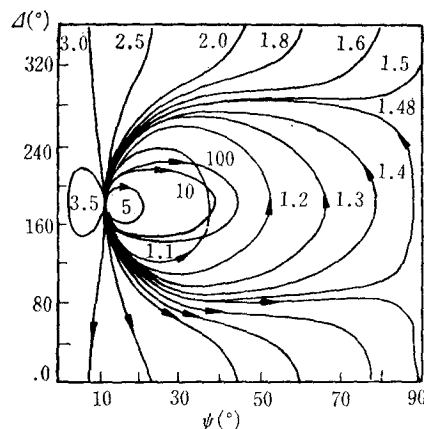
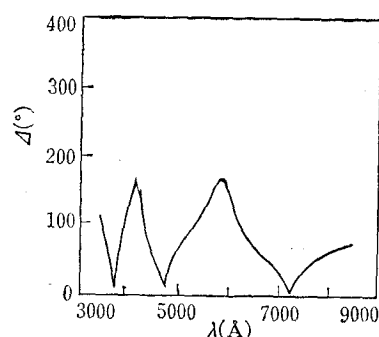
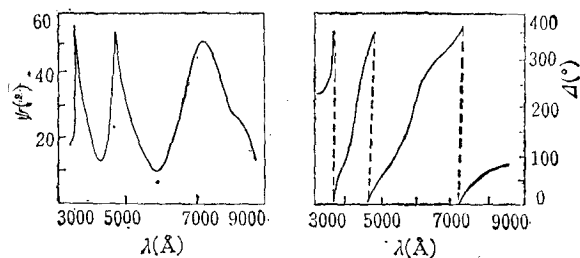


图 1 硅衬底上不同折射率薄膜的 $\phi-\Delta$ 图形^[6]



(a) $\phi-\lambda$ 曲线

(b) $\Delta-\lambda$ 曲线



(c) 修改后 $\Delta-\lambda$ 曲线

图 2

在利用目标函数 F 作搜索求解编程时, 由于方程是非线性的复数方程, 用最速下降法或最小二乘法经常出现某一谷点而使搜索无法进行. 为了避免出现这一情况, 我们采用单纯形法¹⁾. 但这种方法计算时间较长.

图 3 是计算得到的 ITO 膜样品的折射率随波长变化的色散关系. 为了便于比较, 我们把近年来发表的有关工作也一同绘在图上. 有关他们的制备条件和各成份的比例可参阅文献[4, 5]. 由于制备方式以及掺锡比例不相同, 数值上的差异是早已预料到的. 但由图 3 可见, 我们的结果与 Smith 的比较接近, 在 4400 Å 附近有一极小值, 波长 6000 Å 以后随波长缓慢地稍有增加. 只是我们的结果在 4400 Å 附近的变化比较显著. 而 Gouskov 的结果是随波长增加, 在 $3500-8000 \text{ Å}$ 范围内折射率是缓慢地减少. 而 Szczyrkowski 的结果也是随波长增加而缓慢地稍有增大, 但并没在 4400 Å 附近出现谷值的趋势. 他们都是利用透射谱和反射谱来计算的, 在可见光区忽略吸收影响, 并事先作了折射率在这波段内随波长变化很小的假定. 而我们的计算却没有事先作过任何的假设.

图 4 是消光系数 k 的色散. 我们的结果也和 Smith 的趋势相接近, 在 $3500-8000 \text{ Å}$ 范围内, k 值的极小位于 5100 Å 附近. 而 Szczyrkowski 并没有给出 k 的结果. 在我们用以溅射的整个输出功率范围内, 未发现样品的折射率和消光系数随溅射功率不同而有差异.

1) 上海计算技术研究所, 电子计算机算法手册, 552 页 (1982).

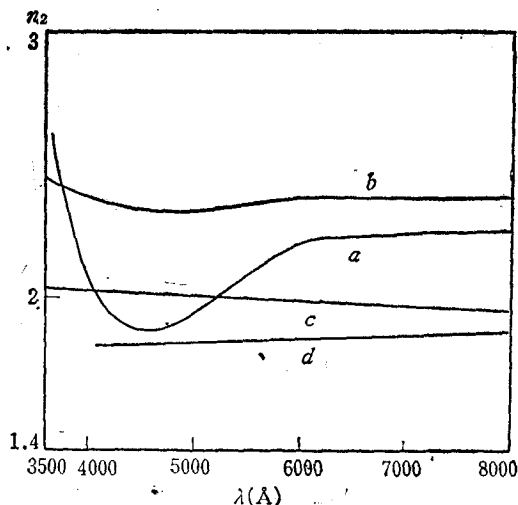


图 3

a 为本工作; b 为 Smith 的工作^[3]; c 为 Gouskov 的工作^[4]; d 为 Szczyrkowski 的工作^[5]

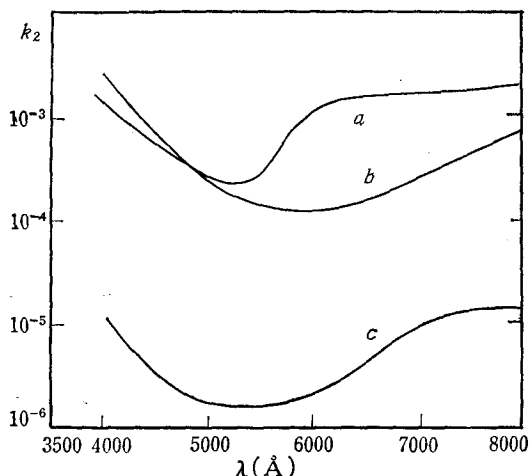


图 4

a 为本工作; b 为 Gouskov 的工作^[4]; c 为 Smith 的工作^[3]

计算结果还发现,硅衬底的光学常数经溅射生长 ITO 膜后有了变化。图 5 a 线是计算的结果, b 线则是硅的光学常数。衬底光学常数发生变化原因,我们认为有两种可能。一是溅射开始时衬底表面受到电子和负离子的轰击形成一表面损伤层。另一原因则是硅衬底在溅射前表面已有一薄自然氧化层。我们得到的是把这些影响包括在内的表观光学常数。但氧化层存在只会使硅的表观光学常数中的 n 值减少, k 值增加,图 5 c 线是按 $10 \text{ \AA}$ 氧化层存在计算的表观光学常数。 d 线是经氩等离子体轰击后硅的表观光学常数^[9]。可见硅衬底表观光学常数变化的主要原因不是由于氧化层存在,而是衬底表面因溅射受到负离子轰击引起损伤所致。

图 6 是 ITO 膜生长厚度与溅射时间的关系。除溅射开始几分钟外,基本是线性。不同输出功率溅射的生长速率不同。输出功率大生长速率也较快。溅射起始时生长速率较

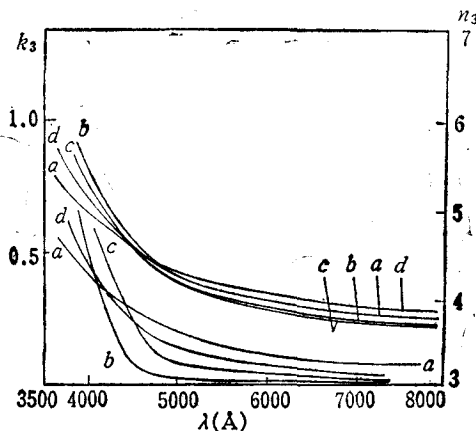


图 5

● 线为本文得到的硅衬底表观值; b 线为硅单晶的光学常数; c 线为硅表面存在 10 Å 氧化层的表观光学常数; d 线为轰击后硅的表观光学常数^[9]

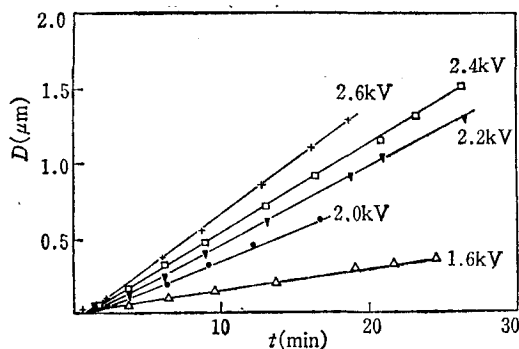


图 6

慢的原因,可能是由于靶温较低缘故。随着氩离子对靶的轰击,靶温逐渐上升。最后当靶与周围的热交换达到稳定时,靶温保持不变,生长速率便维持在一个恒值。不同波长得到的厚度相差最多只有几个埃。厚度不会随波长而改变以及生长速度与时间成线性关系这一结果,似乎可进一步说明这个方法是可靠的。关于 ITO 膜性质的进一步研究,我们目前正在进行中。

附录一 η 解应取 $|\eta| \leq 1$ 的证明

对于透明膜, $\tilde{n}_2 \equiv n_2$, 退化为一实数。又因 $n_2 > n_1 \sin \theta_1$, 由

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda} d(n_2^2 - n_1^2 \sin^2 \theta_1)^{1/2} \quad (\text{A.1})$$

知 δ 也是一实数,所以

$$|e^{i2\delta}| = \eta = 1. \quad (\text{A.2})$$

对于吸收膜, $\tilde{n}_2 = n_2 - ik_2$. 为讨论方便,假定膜厚 d 足够大,反射由三相模式退化为二相模式,即

$$\lim_{d \rightarrow \infty} \rho^{(3)} \rightarrow \rho^{(2)} = \frac{r_{12}}{r_{12}}. \quad (\text{A.3})$$

设 δ 可写成

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda} d(a + ib) = \frac{2\pi}{\lambda} da + i \frac{2\pi}{\lambda} db, \quad (\text{A.4})$$

因此

$$|e^{-i2\delta}| = \left| e^{-\frac{4\pi}{\lambda} db} \right| = e^{-\frac{4\pi}{\lambda} db} < 1. \quad (\text{A.5})$$

联合 (A.2) 和 (A.5) 式, 则

$$|\eta| = |e^{-i2\delta}| \leq 1.$$

附录二 关于解的唯一性的讨论

利用下面记号

$$\bar{r} = \begin{bmatrix} r_{1p} \\ r_{1s} \\ r_{2p} \\ r_{2s} \end{bmatrix}, \quad (\text{A.6})$$

并把 η_j 看作参变量, 于是椭圆方程 (1) 为

$$\rho_j(\bar{r}, \eta_j) = \frac{r_{1p} + r_{2p}\eta_j}{1 + r_{1p}r_{2p}\eta_j} \bigg/ \frac{r_{1s} + r_{2s}\eta_j}{1 + r_{1s}r_{2s}\eta_j}. \quad (\text{A.7})$$

设 $\bar{r}_0$ 满足方程 (A.7), 证明, 当 $J > 4$ 时, $\bar{r}_0$ 是方程 (A.7) 的唯一解. 为此令

$$\bar{\rho} = \begin{bmatrix} \rho_1 \\ \rho_2 \\ \vdots \\ \rho_j \\ \vdots \\ \rho_l \end{bmatrix}. \quad (\text{A.8})$$

在 $\bar{r}_0$ 附近把 $\bar{\rho}$ 按泰勒级数展开, 取其一次项

$$\bar{\rho}(\bar{r}) = \bar{\rho}(\bar{r}_0) + \nabla \bar{\rho} \cdot \delta \bar{r} \quad (\text{A.9})$$

如 $\bar{\rho}(\bar{r}) = \bar{\rho}(\bar{r}_0)$, 则

$$\nabla \bar{\rho} \cdot \delta \bar{r} = 0. \quad (\text{A.10})$$

若方程 (A.10) 有非零解, 则 $\bar{r} \neq \bar{r}_0$, 方程 (A.7) 存在多解. 若 $\delta \bar{r} = 0$, 则 $\bar{r} = \bar{r}_0$ 是为方程的唯一解. 为此, 我们只需证明 $\nabla \bar{\rho}$ 的秩等于 4 便可. 把 $\nabla \bar{\rho}$ 写成明显表达式

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho_j}{\partial r_{1p}} &= (1 - r_{2p}^2 \eta_j^2)(1 + r_{1s}r_{2s}\eta_j)(r_{1s} + r_{2s}\eta_j)/\alpha_j, \\ \frac{\partial \rho_j}{\partial r_{1s}} &= -(1 - r_{2s}^2 \eta_j^2)(1 + r_{1p}r_{2p}\eta_j)(r_{1p} + r_{2p}\eta_j)/\alpha_j, \\ \frac{\partial \rho_j}{\partial r_{2p}} &= \eta_j(1 - r_{1p}^2)(1 + r_{1s}r_{2s}\eta_j)(r_{1s} + r_{2s}\eta_j)/\alpha_j, \\ \frac{\partial \rho_j}{\partial r_{2s}} &= -\eta_j(1 - r_{1s}^2)(1 + r_{1p}r_{2p}\eta_j)(r_{1p} + r_{2p}\eta_j)/\alpha_j. \end{aligned} \quad (\text{A.11})$$

其中

$$\alpha_j = (1 + r_{1p}r_{2p}\eta_j)^2(r_{1s} + r_{2s}\eta_j)^2.$$

令

$$M = \alpha \nabla \bar{\rho} \beta, \quad (\text{A.12})$$

其中

$$\alpha_{ij} = 0 \quad (i \neq j),$$

$$\alpha_{jj} = \alpha_j,$$

$$\beta = \begin{bmatrix} 1 & r_{1p} & 0 & 0 \\ 0 & r_{1s} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & (1 - r_{1p}^2)^{-1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -(1 - r_{1s}^2)^{-1} \end{bmatrix}. \quad (\text{A.13})$$

经此简单变换后, 矩阵 M 的秩仍与 $\nabla \bar{\rho}$ 相同. 而

$$\begin{aligned}
M_{j1} &= r_{1s} + r_{2s}(1 + r_{1s})\eta_j + r_{1s}(r_{2s}^2 - r_{2p}^2)\eta_j^2 - r_{2p}^2 r_{2s}(1 + r_{1s}^2)\eta_j^3 - r_{1s}r_{2s}^2 r_{2p}^2 \eta_j^4, \\
M_{j2} &= [r_{2s}r_{1p}(1 + r_{1s}) - r_{2p}r_{1s}(1 + r_{1p})]\eta_j + 2r_{1p}r_{1s}(r_{2s}^2 - r_{2p}^2)\eta_j^2 \\
&\quad - r_{2s}r_{2p}[r_{2p}r_{1p}(1 + r_{1s}^2) - r_{2s}r_{1s}(1 + r_{1p}^2)]\eta_j^3, \\
M_{j3} &= r_{1s}\eta_j + (1 + r_{1s}^2)r_{2s}\eta_j^2 + r_{1s}r_{2s}^2\eta_j^3, \\
M_{j4} &= r_{1p}\eta_j + (1 + r_{1p}^2)r_{2p}\eta_j^2 + r_{1p}r_{2p}^2\eta_j^3,
\end{aligned} \tag{A.14}$$

若

$$r_{1p} = 0, \quad r_{1s} = 0,$$

则 $M_{j2} = 0$, 而 M_{j3} 与 M_{j4} 相关, 于是 M 的秩是 2. 又若

$$r_{2p} = 0, \quad r_{2s} = 0,$$

同样 $M_{j2} = 0$, 则上一种情形一样. 这时, 三相系统已退化为二相反射系统, 即只有两个光学常数待定. 若 $r_{1p}, r_{1s}, r_{2p}, r_{2s}$ 均不为零, 把 M 进一步进行简单变换可得

$$M_j^1 = (a_1\eta_j, a_2\eta_j^2, a_3\eta_j^3, 1 + a_4\eta_j^4).$$

其中

$$a_1 = r_{1s},$$

$$\begin{aligned}
a_2 &= r_{1p}r_{1s}(r_{2s}^2 - r_{2p}^2)\{2r_{1s}^2r_{1p}(r_{2s}^2 - r_{2p}^2) - (1 + r_{1s}^2)r_{2s}[r_{2s}r_{1p}(1 + r_{1s}) - (1 + r_{1p})r_{1s}r_{1p}]\} \\
&\quad - [r_{1s}(1 + r_{1p}^2)r_{2p} - r_{1p}(1 + r_{1s}^2)r_{2s}]r_{1s}r_{2s}\{r_{2p}[r_{2p}r_{1p} \\
&\quad \cdot (1 + r_{1s}^2) - r_{2s}r_{1s}(1 + r_{1p}^2)] - r_{2s}[r_{2s}r_{1p}(1 + r_{1s}) - (1 + r_{1p})r_{1s}r_{2p}]\}, \\
a_3 &= r_{1p}r_{1s}(r_{2s}^2 - r_{2p}^2), \\
a_4 &= -r_{2s}^2r_{2p}^2.
\end{aligned}$$

可以证明 $J > 4$ 时, 矩阵 M' 的秩等于 4. 由此可知 $\delta\bar{r} = 0$, 即 $\bar{r}_0$ 是方程组 (A.7) 的唯一解.

参 考 文 献

- [1] T. Feng, A. K. Ghosh, C. J. Fishman, *J. Appl. Phys.*, **50**(1979), 4972.
- [2] S. Jost, *J. Appl. Phys.*, **49**(1978), 5332; T. D. Beard, *Appl. Phys. Lett.*, **22**(1973), 90.
- [3] R. B. Goldner and H. M. Haskal, *Appl. Opt.*, **14**(1975), 2358;
J. C. C. Fan, J. F. Bachner, *J. Electrochem. Soc.*, **122** (1975), 1719.
- [4] L. Gousskov *et al.*, *Thin Solid Films*, **99**(1983), 365.
- [5] J. Szczyrbowski, A. Dietrich and H. Hoffmann, *Phys. Stat. Sol. (a)*, **78**(1983), 243;
F. T. J. Smith and S. L. Lyu, *J. Electrochem. Soc.*, **128**(1981), 2388.
- [6] R. M. A. Azzam and N. M. Bashara, *Ellipsometry and Polarized light* (North-Holland, Amsterdam 1977) p. 386.
- [7] S. S. So and K. Vedam, *J. Opt. Soc. Am.*, **62**(1972), 16.
- [8] P. S. Hauge and F. H. Dill, *IBM J. Res. Develop.*, **17**(1973), 472.
- [9] F. Ohira and M. Itakura, *Appl. Phys. Lett.*, **37**(1980), 398.

A STUDY ON THIN FILM WITH COMPLEX REFRACTION INDEX BY SPECTROSCOPIC ELLIPSOMETRY

OPTICAL CONSTANT DISPERSION AND GROWTH RATE OF ITO

FENG HONG-AN YU YU-ZHEN HUANG BING-ZHONG

(Zhongshan University)

ABSTRACT

In this paper, we propose a method which make it possible to investigate the films with complex refraction index using spectroscopic ellipsometry. By introducing a new aiming function, the search parameters space can be reduced to 4-dimension, so we not only can calculate the optical constant and the thickness of the films, but also the optical constant of the substrate simultaneously. Using this method, we studied the optical constant dispersion and the growth rate of ITO films which is deposited on Si substrate by sputtering. At the same time, we observed that the apparent optical constants of the Si substrate were changed.