

光纤材料折射率的温度和非线性特性

朱诗尧 方俊鑫

(上海交通大学应用物理系)

1985 年 5 月 8 日收到

提 要

用半经典理论研究了光纤材料的线性和非线性折射率,以及它们与温度的关系,并研究了零色散点与温度的关系.理论与实验相符.

一、引 言

对光通讯来说,光纤介质的材料色散、折射率对光波的线性和非线性响应是很重要的.对工作波长在 $1.3\mu\text{m}$ 附近的光通讯系统,要求工作在零色散点.因此零色散以及它与温度的关系是设计时必须考虑的重要因素.对于利用孤立波来进行光通讯的系统,它利用材料对光的非线性响应效应抵消色散效应,从而保持波形不变,因而材料对光的非线性响应和负色散特性是至关重要的.对于这方面的研究已有很多^[1-6].以往的理论所得的极化率正比于 $E(t, z)E(t, z)$, 而不是 $|A(t, z)|^2$. 这样就导不出非线性 Schrödinger 方程,也就不能形成孤立波的传播.

本文从材料的微观结构出发,考虑到电子和声子之间的相互作用,导出光纤介质系统与光相互作用时的哈密顿量.通过部分精确求解,部分求高阶微扰得出折射率公式.第一次从理论上导出了折射率,零色散与温度的关系式,说明了它们与温度关系的来源是由于受声子作用的电子(电声子相互作用)对光场的响应.零色散是电子和横光学声子对光场响应的结果.同时还作了数值计算,计算结果与实验作了比较,两者是吻合的.考虑到电声子相互作用,导出了合理的、能得出非线性 Schrödinger 方程的非线性折射率表达式,理论计算的非线性折射率与实验一致.

二、基本哈密顿量和极化率

考虑光纤材料,它由带电的原子核(离子)和电子组成.电子离子都要发生运动.假定离子处于平衡位置,在 Hartree-Fock 近似下,电子的运动可用能带来描述.离子偏离平衡位置的运动可用声子来描述.由于离子偏离平衡位置而产生的对电子运动的影响用电声子相互作用来描述.在光场作用下,电子离子都要与光发生相互作用,分别用电子光相互作用能,声子光相互作用能来描述.设原子系统由一个价带(基态), N 个导带,初始

电子占满整个价带,而导带上没有电子.假定声子可分为纵向声子和横向声子,电子和纵向声子之间有相互作用^[7,8],光场与电子、声子(只与横光学声子)发生相互作用^[7],体系的总哈密顿量为

$$H = H_0 + H' = H_E + H_L + H_{TO} + H_{E-O} + H_{TO-O} + H_{E-L}. \quad (1)$$

H_0 为无微扰哈密顿量,它由三部分组成:电子、纵向声子和横光学声子.由于光只与横光学声子作用而电子只与纵向声子作用,因此把这两类声子在哈密顿量中区分开来.考虑到光纤材料是二氧化硅,电子的 Wannier 函数不同原胞的重叠很小,可忽略不计,因而可得

$$H_0 = \sum_{l,j} \hbar(\omega_{lj}^c a_{lj}^\dagger a_{lj} - \omega_l^v d_l^\dagger d_l) + \sum_q \hbar \mu_q b_q^\dagger b_q + \sum_q \hbar \nu_q B_q^\dagger B_q, \quad (2)$$

其中 $a_{lj}^\dagger$ 和 a_{lj} 为第 j 导带在 l 位置上的电子产生和湮没算符, $\hbar \omega_{lj}^c$ 为对应的能量, $d_l^\dagger$, d_l 为价带在 l 位置上的电子产生和湮没算符, $\hbar \omega_l^v$ 为对应的能量, $b_q^\dagger$, b_q , $B_q^\dagger$, B_q 分别为纵声子和横光学声子的产生和湮没算符, μ_q , ν_q 为它们对应的频率.对 $q(q)$ 求和包括对各支的求和.

H' 为相互作用哈密顿量.它由三部分组成:电光、声光和电声相互作用能.

$$H_{E-O} = - \sum_{lj} \sum_{\omega} g_l (d_l a_{lj} + a_{lj}^\dagger d_l^\dagger) E(\omega, l) e^{-i\omega t}, \quad (3)$$

$$H_{TO-O} = - \sum_{l,q} \sum_{\omega} M_q [B_q^\dagger(l) + B_q(l)] E(\omega, l) e^{-i\omega t},$$

$$B_q(l) = B_q e^{iq \cdot l}, \quad (4)$$

$$H_{E-L} = \frac{i}{\sqrt{N}} \sum_{l,q,j} k_q \{ (V_{qj}^c a_{lj}^\dagger a_{lj} - V_q^v d_l^\dagger d_l) b_q^\dagger(l) - (V_{qj}^{c*} a_{lj}^\dagger a_{lj} - V_q^{v*} d_l^\dagger d_l) b_q(l) \},$$

$$b_q(l) = b_q e^{iq \cdot l}, \quad (5)$$

$$E(t, l) = \sum_{\omega} E(\omega, l) e^{-i\omega t} = A(t, l) e^{-i\omega_0 t} + A^*(t, l) e^{i\omega_0 t}, \quad (6)$$

其中 g_l 为第 j 导带与价带的耦合矩, M_q 为声光耦合常数^[7], V_{qj}^c , V_q^v 分别为导带电子、价带电子与声子的耦合常数^[8] ((5)式的详细推导见附录), l 为原胞位置标号, 电场假定为线偏振的, k_q 为与原胞内离子数有关的常数.

介质在光场作用下极化.极化率包含两部分的贡献:一部分来自电子;另一部分来自横光学声子.由于哈密顿量中 B_q 与电子和纵声子算符没有交叉,因此可以单独列出运动方程,从而求出横光学声子对极化率的贡献.由量子力学公式

$$i\hbar \frac{d}{dt} \langle A \rangle = \text{Tr}[H, \rho] A$$

可得

$$i\hbar \frac{d}{dt} \langle B_q(l) \rangle = - \sum_{l'} M_q e^{-iq \cdot (l' - l)} E(t, l') + \hbar \nu_q \langle B_q(l) \rangle, \quad (7)$$

$$i\hbar \frac{d}{dt} \langle B_q^\dagger(l) \rangle = \sum_{l'} M_q e^{iq \cdot (l' - l)} E(t, l') - \hbar \nu_q \langle B_q^\dagger(l) \rangle. \quad (8)$$

用 $\bar{\nu}$ 代替 ν_q , 对于光学声子频率与波矢 q 的关系不大.相应的 $M_q = e^* \sqrt{\frac{\hbar}{2Nm\nu_q}}$ 用

$\bar{M} = e^* \sqrt{\frac{\hbar}{2Nm\bar{\nu}}}$ 代替. 在这样的近似下, (7), (8) 两式可解得

$$\sum_q \langle B_q^+(l) \rangle = \sum_{\omega} \frac{2\bar{M}NE(\omega, l)}{\hbar(\bar{\nu} + \omega)} e^{-i\omega t}, \quad (9)$$

$$\sum_q \langle B_q(l) \rangle = \sum_{\omega} \frac{2\bar{M}NE(\omega, l)}{\hbar(\bar{\nu} - \omega)} e^{-i\omega t}. \quad (10)$$

声子引起的极化算符为 $p_{TO}(l) = \sum_q M_q [B_q(l) + B_q^+(l)]$. 考虑到光波长远大于原胞的线度, 由(9)和(10)式可得横光学声子的极化贡献为

$$P_{TO}(t, z) = n_0 \langle p_{TO}(l = z) \rangle = n_0 \sum_{\omega} \frac{2e^{*2}E(\omega, z)}{m(\bar{\nu}^2 - \omega^2)} e^{-i\omega t}, \quad (11)$$

其中 n_0 为单位体积内的原胞数, m 为离子的平均质量, e^* 为离子的有效电量.

由电子引起的极化率不能精确求出. 我们采用微扰法求得时间演化算符, 从而得到极化率. 在哈密顿量中对 l 的求和没有交叉, 又考虑到光波波长远大于原胞的线度, 只要求得位于 z 处的第 l 个原胞的极化, 再乘以 n_0 即可得 z 点的极化率.

在相互作用绘景下的相互作用哈密顿量(不包括横光学声子)为

$$\begin{aligned} V(t) = & - \sum_i \sum_{\omega} (g_i d_l a_{li} e^{-i\Delta\omega_{li}t} E(\omega, l) e^{-i\omega t} + \text{h.c.}) \\ & + \frac{i}{\sqrt{N}} \sum_{jq} (V_{qi}^c a_{li}^{\dagger} a_{lj} - V_q^v d_l^{\dagger} d_l) (b_q^+(l) e^{i\mu_q t} - b_q(l) e^{-i\mu_q t}). \end{aligned} \quad (12)$$

计算到三阶微扰, 可得时间演化算符为

$$\begin{aligned} U(t) = & 1 + \sum_j \frac{g_j}{\hbar} a_{lj}^{\dagger} d_l^{\dagger} \sum_{\omega} \frac{e^{i\Delta\omega_{lj}t}}{\Delta\omega_{lj} - \omega} E(\omega, l) e^{-i\omega t} \\ & + \sum_{j,q,\omega} k_q g_j \frac{V_{qi}^c - V_q^v}{i\hbar^2 \sqrt{N}} a_{li}^{\dagger} d_l^{\dagger} e^{i\Delta\omega_{li}t} \\ & \cdot \left[\frac{b_q^+(l) e^{i\mu_q t}}{\Delta\omega_{lj} - \omega - \mu_q} - \frac{b_q(l) e^{-i\mu_q t}}{\Delta\omega_{lj} - \omega - \mu_q} \right] \frac{E(\omega, l) e^{-i\omega t}}{\Delta\omega_{lj} - \omega} \\ & + \sum_{j,q,q',\omega} -k_{q'} k_q g_j \frac{(V_{q'i}^c - V_{q'}^v)(V_{qi}^c - V_q^v)}{\hbar^3 N} a_{li}^{\dagger} d_l^{\dagger} e^{i\Delta\omega_{li}t} \frac{E(\omega, l) e^{-i\omega t}}{\Delta\omega_{lj} - \omega} \\ & \cdot \left\{ \frac{b_{q'}^+(l) b_q(l) e^{i(\mu_{q'} + \mu_q)t}}{(\Delta\omega_{lj} - \omega + \mu_q)(\Delta\omega_{lj} - \omega + \mu_q + \mu_{q'})} \right. \\ & - \frac{b_{q'}(l) b_q(l) e^{i(\mu_q - \mu_{q'})t}}{(\Delta\omega_{lj} - \omega + \mu_q)(\Delta\omega_{lj} - \omega + \mu_q - \mu_{q'})} \\ & - \frac{b_{q'}^+(l) b_q(l) e^{i(\mu_{q'} - \mu_q)t}}{(\Delta\omega_{lj} - \omega - \mu_q)(\Delta\omega_{lj} - \omega - \mu_q - \mu_{q'})} \\ & \left. + \frac{b_{q'}(l) b_q(l) e^{-i(\mu_{q'} + \mu_q)t}}{(\Delta\omega_{lj} - \omega - \mu_q)(\Delta\omega_{lj} - \omega - \mu_q - \mu_{q'})} \right\} \\ & + \sum_{jq} -2k_q \frac{ig_j^2 (V_{qi}^c - V_q^v)}{\hbar^3 \sqrt{N} \Delta\omega_{lj}^2} [b_q^+(l) e^{i\mu_q t} + b_q(l) e^{-i\mu_q t}] \\ & \cdot \frac{|A(t, l)|^2}{\mu_q}. \end{aligned} \quad (13)$$

电子的极化算符为 $p_E(l) = \sum_j g_j(d_l a_{lj} + a_{lj}^\dagger d_l^\dagger)$. 由上式及条件 $\Delta\omega_{lj} \gg \omega \gg \mu_q$, 可得电子贡献的极化率.

$$\begin{aligned} P_E(z) &= n_0 \langle p_E(l) \rangle = n_0 \langle G | U^{-1}(t) p_E(l=z) U(t) | G \rangle \\ &= n_0 \sum_j \frac{g_j^2}{\hbar} \sum_\omega \frac{2\Delta\omega_j}{\Delta\omega_j^2 - \omega^2} E(\omega, z) e^{-i\omega t} \\ &\quad + n_0 \sum_{j,q,\omega} \frac{2k_q^2 (V_{qj}^c - V_q^v)^2 g_j^2 (2\bar{n}_q + 1)}{\hbar^3 N \Delta\omega_j (\Delta\omega_j^2 - 9\omega^2)} E(\omega, z) e^{-i\omega t} \\ &\quad + n_0 \sum_{j,q,\omega} \frac{4(V_{qj}^c - V_q^v)^2 g_j^2 k_q^2}{\hbar^5 N \Delta\omega_j^4 \mu_q} |A(t, z)|^2 E(\omega, z) e^{-i\omega t}. \end{aligned} \quad (14)$$

这里已假定原子系统的能级差与原胞位置无关, $\Delta\omega_{lj} = \Delta\omega_j$. 对于 $\Delta\omega_{lj}$ 与 l 有关的情况, 乘 n_0 变为一个对各种不同的 $\Delta\omega_{lj}$ 的求和或积分, 但不会对结果有本质的改变.

由(11)和(14)式得总极化率为

$$P(t, z) = P_{TO}(t, z) + P_E(t, z).$$

三、折射率、零色散以及它们与温度的关系

由总极化率可得折射率为

$$\begin{aligned} n^2(\omega) &= 1 + \sum_j \frac{8\pi n_0 g_j^2 \Delta\omega_j}{\hbar(\Delta\omega_j^2 - \omega^2)} + \frac{8\pi n_0 e^{*2}}{m(\bar{v}^2 - \omega^2)} \\ &\quad + \sum_{jq} \frac{8\pi n_0 (V_{qj}^c - V_q^v)^2 g_j^2 k_q^2}{\hbar^3 N (\Delta\omega_j^2 - 9\omega^2) \Delta\omega_j} (2\bar{n}_q + 1) \\ &\quad + \sum_{jq} \frac{16\pi n_0 k_q^2 (V_{qj}^c - V_q^v)^2 g_j^4}{\hbar^5 N \Delta\omega_j^4 \mu_q} |A(t, z)|^2 \\ &= 1 + D_1 + D_2 + D_3 + D_4. \end{aligned} \quad (15)$$

$$n(\omega) = \sqrt{1 + D_1 + D_2} + \frac{D_3}{2\sqrt{1 + D_1 + D_2}} + \frac{D_4}{2\sqrt{1 + D_1 + D_2}}. \quad (16a)$$

D_3, D_4 为高阶微扰项, 分别为折射率的温度效应和非线性效应. D_1 和 D_2 对于近红外光分别大于零和小于零, 因此在红外光波区域有一个零色散点, 如图 1 所示. D_3 与平均声子数有关, 温度升高平均声子数增加, D_3 增加, 折射率增加^[3,4]. 假定体系处于温度为 T 的热平衡状态, 则平均声子数为 $\bar{n}_q = (e^{\hbar\mu_q/kT} - 1)^{-1}$. 利用(A.6)式可得

$$\begin{aligned} \frac{D_3}{\sqrt{1 + D_1 + D_2}} &= \frac{n_0^3}{\sqrt{1 + D_1 + D_2}} \sum_j \frac{32\pi^3 g_j^2 e^4 (\bar{r}_j^2 - \bar{r}^2)^2 z^2}{\hbar^3 \Delta\omega_j (\Delta\omega_j^2 - 9\omega^2) m} \sum_q \frac{\hbar \mu_q \bar{n}_q q^2 k_q^2}{N \mu_q^2} \\ &= L \sum_q \frac{\hbar \mu_q \bar{n}_q q^2 k_q^2}{N \mu_q^2}. \end{aligned} \quad (17)$$

对于声学支有 $\mu_q = v_a q$, v_a 为声波速度. 对于光学支 $\mu_q = \bar{\mu}$, 近似为一常数^[7,9]. 光学支是声学支的二倍, 因此有

$$\frac{D_3}{\sqrt{1 + D_1 + D_2}} = 2L k_1^2 \sum_q \frac{\hbar \mu_q \bar{n}_q}{N} + 4L k_1^2 \hbar \bar{\mu} \bar{n} \sum_q \frac{q^2}{N \bar{\mu}^2} \quad (18)$$

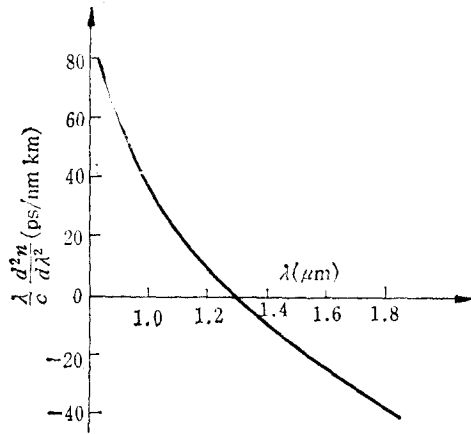


图 1 色散-波长曲线(理论)

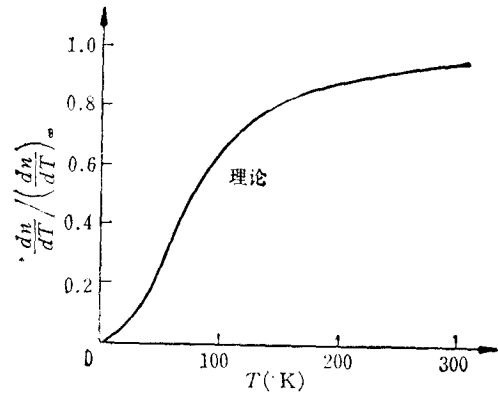


图 2

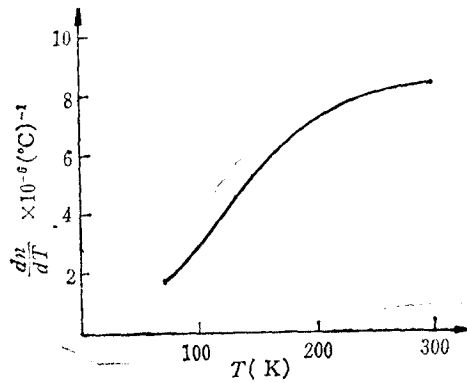


图 3

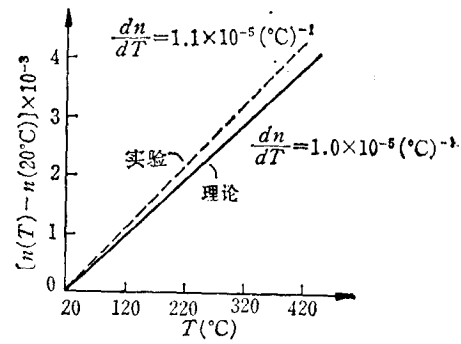


图 4

因此折射率与晶格振动的平均能量成正比。由固体物理^[7,9]可知, 折射率在高温下与 T 成线性关系, 在低温时与 T^3 成正比, 因此折射率温度系数 dn/dT 在高温时为一常数, 在低温时与 T^3 成正比, 如图 2 所示。图 3 是实验曲线^[3]。理论结果与实验结果基本相符, 趋势是一致的。

光纤材料随温度升高要热膨胀, 因而材料的原子数密度随温度升高而下降。设体膨胀系数为 β , 则原子数密度应写成 $n_0(1 - \beta T)$, 因此(16a)式中 $\sqrt{1 + D_1 + D_2}$ 应作如下代换:

$$\begin{aligned} \sqrt{1 + D_1 + D_2} &\rightarrow \sqrt{1 + (D_1 + D_2)(1 - \beta T)} \\ &= \sqrt{1 + D_1 + D_2} - \frac{(D_1 + D_2)\beta T}{2\sqrt{1 + D_1 + D_2}}, \end{aligned}$$

因此折射率为

$$\begin{aligned} n(\omega, T) &= \sqrt{1 + D_1 + D_2} - \frac{(D_1 + D_2)\beta T}{2\sqrt{1 + D_1 + D_2}} + \frac{D_3}{2\sqrt{1 + D_1 + D_2}} \\ &\quad + \frac{D_4}{2\sqrt{1 + D_1 + D_2}}. \end{aligned} \quad (16b)$$

在高温时 $\bar{n}_q = kT/\hbar\mu_q$, 利用下列数据: $n_0 = 2.71 \times 10^{22} \text{cm}^{-3}$, $m = 3.35 \times 10^{-23} \text{g}$, $\bar{\mu} = 10^{14} \text{s}^{-1}$, 导带数取 2, $g_1 = 0.553 \times 10^{-17} \text{cgs}$, $g_2 = 0.314 \times 10^{-17} \text{cgs}$, $\Delta\omega_1 = 2.85 \times 10^{16} \text{s}^{-1}$, $\Delta\omega_2 = 1.57 \times 10^{16} \text{s}^{-1}$, $k_1 = 3$, $k_2 = 0.5$, $(\bar{r}_1^2 - \bar{r}^2)^2 z^2 = 5 \times 10^{-32} \text{cm}^4$, $(\bar{r}_2^2 - \bar{r}^2)^2 z^2 = 4 \times 10^{-32} \text{cm}^4$, $v_a = 5 \times 10^5 \text{cm/s}$, $\bar{v} = 1.91 \times 10^{14} \text{s}^{-1}$, $e^* = 11.3 \times 10^{-10} \text{cgs}$, $\beta = 2 \times 10^{-5} (\text{°C})^{-1}$

$\sum_q \frac{q^2}{N} = \frac{\pi^3}{2} n_0^{2/3}$ 代入(16b)式和(17),(18)式可得

$$n(\omega) = 1.45 + 1.02 \times 10^{-5} T + D_4/1.45.$$

因此在高温下, 折射率随温度升高而上升. 如图 4 所示. 图 4 中的虚线是文献[3] 和 [4] 的实验结果. 理论与实验基本一致.

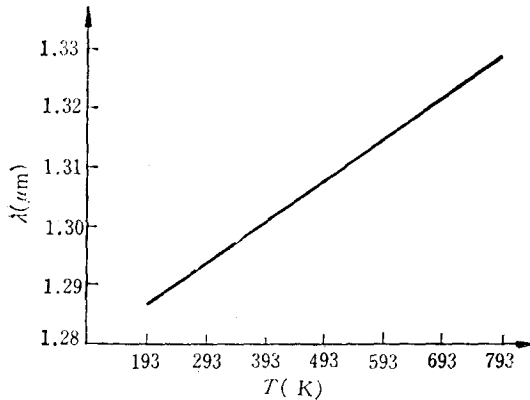


图 5

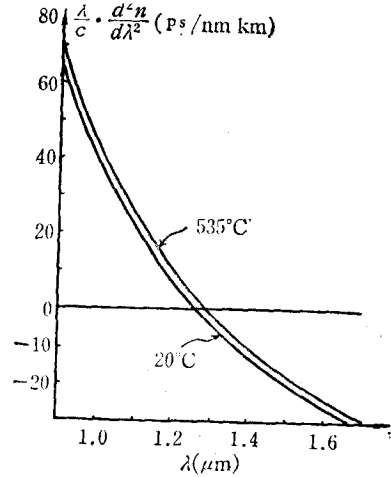


图 6

在低温下, 略去含 β 的项, 才能得到 dn/dT 与 T^3 成正比, 由于 β 的作用比 D_3 要小, 因此不会改变曲线的趋势, 但会有一些修正. 另外, 在很高温度下有可能 β 项上升为主要因素, dn/dT 有可能随温度升高而下降. 这一现象在文献[4] 的实验中已观察到.

由 (15) 式还可知随着温度的变化零色散点也要发生变化. 图 5 是计算得出的零色散点与温度的关系曲线. 温度从 20°C 升高到 520°C 时零色散点波长向长波方向移动 $0.036 \mu\text{m}$. 图 6 是文献[4] 报道的结果, 从 20°C 到 535°C, 零色散波长向长波方向移动了 $0.03 \mu\text{m}$. 两者是一致的.

四、折射率的非线性效应

(15) 式的最后一项 D_4 是折射率的非线性效应, 由此可求得非线性折射率为

$$\begin{aligned} n_2 &= \frac{n_0}{2\sqrt{1 + D_1 + D_2}} \sum_{i,q} \frac{16\pi k_a^2 g_i^4 (V_{qi}^c - V_q^c)^2}{\hbar^5 N \Delta\omega_i^4 \mu_q} \\ &= \frac{n_0}{2.90} \sum_i \frac{32\pi^3 n_0^2 g_i^4 e^4 (\bar{r}_i^2 - \bar{r}^2)^2 z^2}{\hbar^4 \Delta\omega_i^4 m} \sum_q \frac{q^2 k_i^2}{\mu_q^2 N}. \end{aligned}$$

利用上一节提到的数据可得 $n_2 = 1.05 \times 10^{-13} \text{cgs}$, 实验数值^[5,6] 为 $1.08 \times 10^{-13} \text{cgs}$, 两者吻合.

D_4 正比于 $|A(t, z)|^2$ 而不是 $E(t, z)E(t, z)$, 因此不含有高频项, 即不会出现三倍频的项. 因而能由麦克斯韦方程导出有孤立波解的非线性 Schrödinger 方程. D_4 是电子和声子对光场共同的响应, 相当于这样的过程: 电子吸收一个频率为 ω_1 的光子而虚跃迁到上能态, 再发出(或吸收)一个频率为 μ_q 的声子, 再从虚能态发出一个 $\omega_1 - \mu_q$ (或 $\omega_1 + \mu_q$) 的光子回到基态, 光的频率发生了 μ_q 的变化, 相对光的频率 μ_q 是一个小量. 同时频率为 $\omega_2 = \omega_1 - \mu_q$ 的光波可经过类似的过程而变为频率为 ω_1 的光波. 当这种变化相互平衡时, 就形成了孤立波传播.

五、结 论

1. 零色散是由电子和横光学声子对光的共同响应的结果.
2. 折射率随温度升高而增加. 这一效应是电子与纵向声子相互作用的结果, 是受声子作用的电子对光场的响应而引起的. 低温时折射率与 T^4 成正比. 高温时与 T 成线性关系.
3. 零色散点随温度升高而向长波方向移动.
4. 由电子声子而引起的非线性折射率与 $|A(t, z)|^2$ 成正比, 而不是与 $E(t, z)E(t, z)$ 成正比, 因此不必考虑介质极化的三倍频分量. 由此非线性折射率可导出非线性 Schrödinger 方程.
5. 建立了宏观参数与微观参数之间的关系.

附 录

电声子相互作用哈密顿量

设电子的坐标为 $\mathbf{r}$, 离子的坐标为 $\mathbf{r}' + \mathbf{u}$, 其中 $\mathbf{r}'$ 为平衡位置坐标, $\mathbf{u}$ 为偏离平衡位置矢量. 电声子相互作用能为

$$\begin{aligned} H_{E-L} &= -\frac{1}{V_c} \iint \rho(\mathbf{r}) \left[\frac{ze}{|\mathbf{r} - (\mathbf{r}' + \mathbf{u})|} - \frac{ze}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} \right] d^3\mathbf{r}' d^3\mathbf{r}' \\ &= -n_0 ze \iint \rho(\mathbf{r}) \frac{1}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} \text{div} \mathbf{r}' \mathbf{u}(\mathbf{r}') d^3\mathbf{r}' d^3\mathbf{r}', \end{aligned} \quad (\text{A.1})$$

其中 $\rho(\mathbf{r})$ 是 $\mathbf{r}$ 处的电子密度算符, $V_c = 1/n_0$ 为单个原胞的体积. 用声子算符来表示 $\mathbf{u}(\mathbf{r}')$,

$$\mathbf{u}(\mathbf{r}') = \sum_{\alpha} \sum_q \sqrt{\frac{\hbar}{2m_{\alpha} N \omega_q}} \epsilon_{\alpha}^q (b_q e^{i\mathbf{q} \cdot \mathbf{r}'} + b_q^{\dagger} e^{-i\mathbf{q} \cdot \mathbf{r}'}), \quad (\text{A.2})$$

其中对 α 求和表示对原胞内的离子求和. 由(A.1)和(A.2)式可知, 只有当 $\epsilon_{\alpha}^q \parallel \mathbf{q}$ 时 $\text{div} \mathbf{r}' \mathbf{u}(\mathbf{r}')$ 才不为零. 即只有纵向声子才有电声子相互作用, 因此有 $\epsilon_{\alpha}^q = \mathbf{q}/q$. 对于纵声学支, 原胞内各离子的运动方向基本相同, 因此对 α 的求和用 k_1 来代替. k_1 大于 1, 小于原胞离子数. 对于光学支, 各离子运动方向基本相反, 因此对 α 的求和用 k_2 来代替. k_2 大于零小于 1. k_1 和 k_2 可统一用 k_q 表示. $\rho(\mathbf{r})$ 用算符表示则可得

$$H_{E-L} = \frac{i}{\sqrt{N}} \sum_{l, q, j} k_q \{ (V_q^c t^* a_{li}^{\dagger} e_{li} - V_q^c d_i^{\dagger} d_i) b_q^{\dagger}(l) - (V_q^v t^* a_{li}^{\dagger} u_{li} - V_q^v d_i^{\dagger} d_i) b_q(l) \}, \quad (\text{A.3})$$

其中

$$V_q^c = -\frac{4\pi ze^2 n_0}{q} \sqrt{\frac{\hbar}{2m\mu_q}} \int W_c^*(\mathbf{r} - l) e^{-i\mathbf{q} \cdot (\mathbf{r} - l)} W_c(\mathbf{r} - l) d^3\mathbf{r}, \quad (\text{A.4})$$

$$V_q^v = -\frac{4\pi ze^2 n_0}{q} \sqrt{\frac{\hbar}{2m\mu_q}} \int W_v^*(\mathbf{r} - l) e^{-i\mathbf{q} \cdot (\mathbf{r} - l)} W_v(\mathbf{r} - l) d^3\mathbf{r}. \quad (\text{A.5})$$

对 $e^{-i\mathbf{q} \cdot (\mathbf{r}-\mathbf{l})}$ 作级数展开取前三项可得 $V_{qi}^c = V_{qi}^{c*}$, $V_q^v = V_q^{v*}$, 以及

$$V_{qi}^c - V_q^v = 2\pi n_0 \epsilon^2 \sqrt{\frac{\hbar}{2m\mu_q}} q(\bar{r}_i^2 - \bar{r}^2), \quad (\text{A.6})$$

其中

$$\bar{r}_i^2 = \int W_{ci}^*(\mathbf{r}-\mathbf{l})(\mathbf{r}-\mathbf{l})^2 W_{ci}(\mathbf{r}-\mathbf{l}) d^3\mathbf{r},$$

$$\bar{r}^2 = \int W_v^*(\mathbf{r}-\mathbf{l})(\mathbf{r}-\mathbf{l})^2 W_v(\mathbf{r}-\mathbf{l}) d^3\mathbf{r}.$$

参 考 文 献

- [1] I. H. Malitson, *J. Opt. Soc. Am.*, **55**(1965), 1205.
- [2] J. W. Fleming, *Electron. Lett.*, **14**(1978), 326.
- [3] R. M. Waxler and G. W. Cleek, *J. Res. Nat. Bur. Stand.*, **75**(1971), 279.
- [4] N. Shibata *et al.*, *Electron. Lett.*, **17** (1981), 310.
- [5] A. Hasegawa, *Proc. IEEE*, **69**(1981), 1145.
- [6] M. Jain and N. Tzoar, *J. Appl. Phys.*, **49**(1978), 4649.
- [7] O. Madelung, *Introduction to Solid-State Theory*, Springer-Verlag, (1978), 4, 5.
- [8] A. Oswald, *Phys. Rev.*, **B28**(1983), 3291.
- [9] M. A. Omar, *Elementary Solid State Physics*, Addison-Wesley, (1975), 3.

THE NONLINEAR AND THERMAL EFFECTS OF REFRACTIVE INDEX OF OPTICAL FIBRE MATERIAL

ZHU SHI-YAO FANG JUN-XIN

(Department of Applied Physics, Shanghai Jiaotong University)

ABSTRACT

The refractive index including linear and nonlinear terms, the zero dispersion wavelength and their relation to the temperature have been calculated by using semi-classical method. The theoretical results are consistent with experiment results.