

λ 小的超导体临界温度理论 (III)

翁征宇 吴杭生

(中国科学技术大学物理系)

1985年6月2日收到

提 要

在本文中,作者将前文得到的 T_c 公式与 Eliashberg 方程数值解和实验值进行了比较. 在小 λ 区域,它们符合得很好.

一

在文献 [1—3] 中,我们用解析方法从线性 Eliashberg 方程中导出了适用于小 λ 区域的 T_c 公式. 在本文中,我们把它和 Eliashberg 方程数值解以及实验值进行比较. 在小 λ 区域,它们符合得很好.

二

在文献 [3] 中,我们从 Eliashberg 方程导出如下 T_c 公式:

$$T_c = \frac{2\gamma}{\pi} \omega_{\log} \left(\frac{\omega_{\log}}{\omega_c} \right)^{\mu^*/(\lambda-\mu^*)} \cdot \exp \left(-\frac{1+\lambda(1+\delta)}{\lambda-\mu^*} \right), \quad (1)$$

其中 δ 的表示式为

$$\begin{aligned} \delta = & A_0 + \lambda A_2 + \lambda^2 A_{12} + \mu^* \left[A_{31} + (A_{13} - A_{33} - \mu^* A_{22}) \right. \\ & \cdot \left. \frac{1+\lambda(1+\ln(\omega_c/\omega_{\log}))}{\lambda-\mu^*} \right] + \lambda \mu^* \left[A_{32} + A_{33} A_{31} \right. \\ & \left. + (A_{23} - A_{13} A_{33} - A_{21}) \frac{1+\lambda(1+\ln(\omega_c/\omega_{\log}))}{\lambda-\mu^*} \right]. \end{aligned} \quad (2)$$

(2) 式中系数的表示式见文献 [3] (20)–(32) 式. 库仑势 μ^* 的数据依赖截断频率 ω_c 的选取. 本文取 $\omega_c = 10(\langle \omega^2 \rangle)^{1/2}$, 相应的 μ^* 值和隧道效应定出的相符^[4,5].

通常把有效声子谱 $\alpha^2 F(\omega)$ 分解成性质不同的两部分的乘积^[6], 即

$$\alpha^2 F(\omega) = \frac{\lambda \omega}{2} g(\omega), \quad (3)$$

参量 λ 的大小表示电声子耦合的强弱. $g(\omega)$ 是反映谱形状的函数. 系数 A_{ij} 不依赖于 λ , 但是是 $g(\omega)$ 的泛函, 因而它们的数值因材料而异. 对选定的超导材料来说, 我们先从隧道效应测出的 $\alpha^2 F(\omega)$ 数据算出 $g(\omega)$, 再用数论网格法数值计算出 A_{ij} 中的多重积

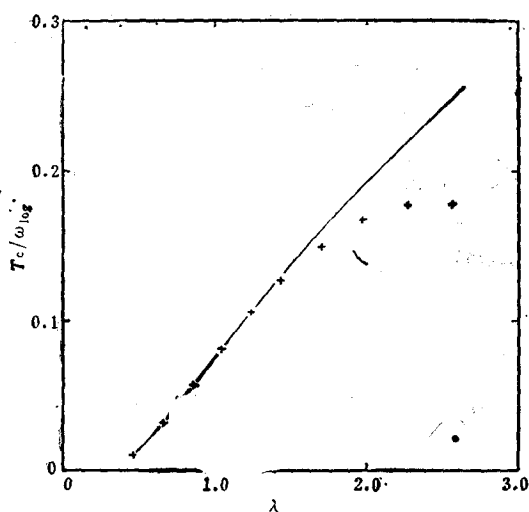


图1 Hg 的 $T_c/\omega_{\log}$ - λ 曲线. $\mu^* = 0.1$, $A = 5.0$, 实线为 Eliashberg 方程数值解, + 表示本文 T_c 公式计算值.

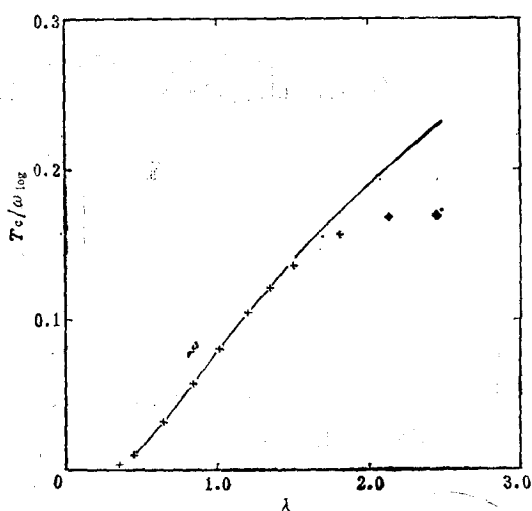


图2 In 的 $T_c/\omega_{\log}$ - λ 曲线
 $\mu^* = 0.1$, $A = 1.32$,
图注同图1

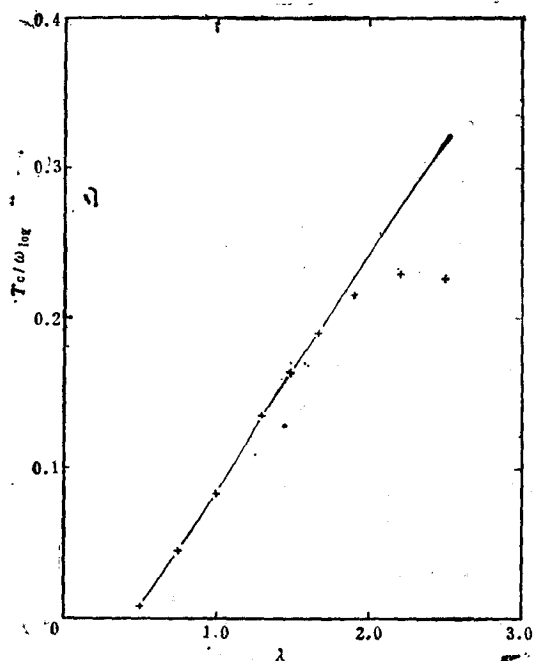


图3 非晶 Bi 的 $T_c/\omega_{\log}$ - λ 曲线
 $\mu^* = 0.1$, $A = 2.75$, 图注同图1

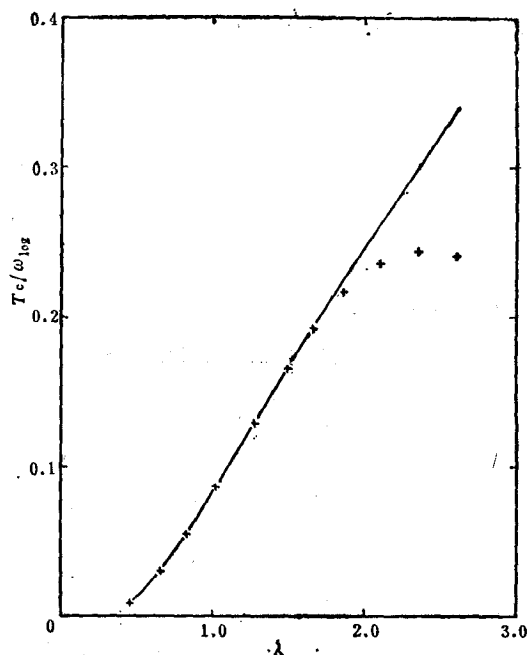


图4 非晶 Ga 的 $T_c/\omega_{\log}$ - λ 曲线
 $\mu^* = 0.1$, $A = 2.70$, 图注同图1

分^[7], 从而算得诸系数 A_{ij} 的数值.

在算出系数 A_{ij} 后, 用文献 [2] 说明的步骤, 从 T_c 公式 (1), (2) 便可算出和不同 λ 及 μ^* 相应的 T_c 值. 按通常采用的比较方式, 把它们同 Eliashberg 方程的数值解进行比

较。图 1 至图 4 是几个例子。图中实线表示从 Eliashberg 方程数值计算出的晶态材料 $\text{Hg}^{[8]}$, $\text{In}^{[8]}$ 以及非晶态材料 $\text{Bi}^{[9]}$ 和 $\text{Ga}^{[9]}$ 的 $T_c/\omega_{\log}-\lambda$ 曲线, 其中 μ^* 值均取为 0.1。这里注明文献是指在这个计算中用到的 $\alpha^2F(\omega)$ 数据的来源。“+”表示由本文 T_c 公式算出的数值。从图上看到, 凡 λ 较小的超导材料(例如 In , $\lambda = 1.32$)¹⁾, 本文 T_c 公式 (1) 在整个 $\lambda \lesssim \lambda$ 区域均和 Eliashberg 方程数值解符合很好, 而对 λ 过大的超导体(例如 Hg , 非晶 Bi 和 Ga , 它们的 λ 值分别为 5.0, 2.75 和 2.70)²⁾, 两者在 $\lambda \sim 1.5-1.8$ 以下符合。

表 1

材料	λ	μ^*	$T_c(\text{K})$		λ	材料	λ	μ^*	$T_c(\text{K})$		λ
			实验值	本文公式					实验值	本文公式	
$\text{Pb}^{[8]}$	1.55	0.131	7.19	7.40	1.1	$\text{Pb}_{0.6}\text{Ti}_{0.4}^{[8]}$	1.38	0.126	5.90	5.80	1.3
$\text{Sn}^{[8]}$	0.72	0.11	3.72	3.91	1.2	$\text{Pb}_{0.4}\text{Bi}_{0.2}\text{Ti}_{0.2}^{[8]}$	1.81	0.137	7.26	7.16	1.3
$\text{In}^{[8]}$	0.805	0.12	3.41	3.30	1.4	$\text{Pb}_{0.8}\text{Bi}_{0.2}^{[8]}$	1.88	0.111	7.95	7.26	0.79
$\text{Hg}^{[8]}$	1.6	0.11	4.19	4.01	5.1	$\text{Pb}_{0.7}\text{Bi}_{0.3}^{[8]}$	2.01	0.11	8.45	7.77	1.26
$\text{Al}^{[8]}$	0.38	0.11	1.175	1.32	0.63	$\text{Ti}_{0.3}\text{Bi}_{0.7}^{[8]}$	0.779	0.119	2.30	2.22	1.35
$\text{Nb}^{[11]}$	1.04	0.188	9.25	9.16	0.92	$\text{In}_{0.10}\text{Sn}_{0.90}^{[11]}$	0.94	0.146	4.50	4.82	1.5
非晶- $\text{Nb}^{[11]}$	0.8	0.1	5.2	5.03	1.2	$\text{In}_{0.91}\text{Sn}_{0.09}^{[11]}$	0.932	0.137	4.00	4.01	1.4
$\text{Ti}^{[8]}$	0.795	0.135	2.36	2.37	1.5	$\text{Nb}_3\text{Ge}^{[12]}$	0.81	0.13	7.0	7.23	1.55
$\text{Ta}^{[8]}$	0.69	0.11	4.48	4.70	0.88	(16.7at%Ge)					
$\text{In}_{0.73}\text{Ti}_{0.27}^{[8]}$	0.93	0.13	3.36	3.48	1.7	$\text{Nb}_3\text{Ge}^{[12]}$	1.70	0.11	21.2	18.0	1.28
$\text{In}_{0.07}\text{Ti}_{0.93}^{[8]}$	0.89	0.13	2.77	2.85	1.3	(24.7at%Ge)					

1) E. L. Moore InSn 合金的 $\alpha^2F(\omega)$ 数据。

表 1 列出了一些超导体的 λ , μ^* 和 T_c 的实验值以及从本文 T_c 公式算出的 T_c 值。表中还列出了参量 λ 的数值, 它们中的一部分是转引自文献 [9] 的表 2, 其余的是本文计算出的。在这些计算中, 用到的有效声子谱数据的来源, 在各材料的名称旁注出。除了文献 [8] 及表 1 中注 1) 外, 其它的文献只画出 $\alpha^2F(\omega)$ 曲线, 没有具体数据可供使用。在此情况, $\alpha^2F(\omega)$ 数据是由文献发表的曲线放大读出的。

表中没有列入象 Bi , Ga , PbBi 合金等非晶态材料。它们的 λ 均超过 2 (例如见文献 [9] 表 2), 此时 T_c 的理论值和实验值有较大偏差。例如: 非晶态 Bi ($\lambda = 2.46$), T_c (实验值) = 6.11 K, 而 T_c (本文公式) = 4.27 K。除了这些材料外, 其它已发现的超导体 λ 均不超过 2。考虑到实验误差, (特别是 μ^* 值误差较大, 达到 10%—20%^[10])。本文 T_c 公式算出的 T_c 值和实验值符合的情况, 如表 1 所示, 是令人满意的。

表 1 中除了列出 $\lambda \lesssim \lambda$ 的超导材料外, 在其中还列入了 $\lambda > \lambda$ 的超导体。迄今为止在已发现的超导材料中, 虽然有的超导体的 λ 超过 λ , 但它们的 λ 均超过 λ 值不远。表 1 中数据表明, 只要 λ 不超过 2, 从本文 T_c 公式算出的这些超导体的 T_c 和实验值仍然有较好的符合。

1) J. D. Leslie 等, 非晶态 Ga , Bi 及 PbBi 合金的数据。

2) 在文献 [9] 中的表 2 和本文表 1 列出一些超导材料的 λ 数值。

参 考 文 献

- [1] 吴杭生、翁征宇, 物理学报, **33** (1984), 277.
- [2] 吴杭生、翁征宇, 物理学报, **33** (1984), 975.
- [3] 翁征宇、吴杭生, 物理学报, **33** (1984), 1326.
- [4] C. R. Leavens, *Solid State Commun.*, **15** (1974), 1329.
- [5] 蔡俊道、吉光达、吴杭生、蔡建华、龚昌德, 物理学报, **28** (1979), 393.
- [6] P. B. Allen and R. C. Dynes, *Phys. Rev.*, **B12** (1975), 905.
- [7] 冯康, 数值计算方法, 国防工业出版社, (1978).
- [8] J. M. Rowell, W. L. McMillan and R. C. Dynes, A Tabulation of the Electron-phonon Interaction in Superconducting Metals and Alloys, Part I.
- [9] 周子舫、吴杭生、茅德强、顾一鸣, 物理学报, **29** (1980), 1186.
- [10] C. S. Owen, D. J. Scalapino, *Physica*, **55** (1971), 691.
- [11] E. L. Wolf, G. B. Arnold, *Phys. Reports*, **91** (1982), 33.
- [12] K. E. Kihlstrom, D. Mael, T. H. Geballa, *Phys. Rev.*, **B29** (1984), 150.

THEORY OF THE CRITICAL TEMPERATURE FOR SUPERCONDUCTORS WITH SMALL λ (III)

WENG ZHENG-YU WU HANG-SHENG

(Department of Physics, University of Science and Technology of China, Hefei)

ABSTRACT

The T_c formula, derived in the previous papers of this series, is examined by comparing the T_c values, calculated from it, either with the numerical solutions of the Eliashberg equation or with the experimental values of various superconductors. The agreement between them are satisfactory for superconductors with small λ .