

单波驱动飞行粒子随机扩散

夏蒙梵 仇韵清

(北京大学物理系)

1985 年 2 月 7 日收到

提 要

本文讨论环等离子体中单波与飞行粒子相互作用的问题。当波的振幅相当低时，便可在相空间中波的相速度附近形成一个局域随机区。这可导致粒子的速度扩散、驱动电流及波的吸收。

一、引 言

单波在等离子体中驱动的随机运动是近年来颇引人注目的一个课题。Smith 与 Kaufman^[1] 讨论了斜静电波在磁化等离子体中引起的随机运动。Fukuyama 等人^[2]及 Karney^[3]研究了近于垂直传播的静电波所导致的随机加热效应。Ryabova 等人^[4]及 Riyopoulos 等人^[5]分析了非均匀磁场中垂直传播的静电波引起的随机现象。这一类动力学随机性^[6]在理论上和实践上都是很重要的。

环形等离子体是磁约束等离子体的基本位形之一。在环位形中，单波与等离子体相互作用时出现的动力学随机性是一个值得注意的问题。本文分析单波与飞行粒子相互作用时所出现的随机效应。指出，波的效应与环效应的非线性耦合是单波驱动随机运动的一种可能的机制。在相空间飞行粒子区中波的平行相速度附近，可形成一个局域随机区，其随机性阈值是比较低的。在随机区内，将发生单波驱动的速度扩散，这种效应可对一些物理过程发生影响。

对环位形中的磁场及单波采用下述模型：

$$\mathbf{B} = B_0(1 - \varepsilon \cos k_0 z) \hat{e}_z, \quad (1)$$

$$\phi = \phi_0 \cos(k_{\parallel} z + k_{\perp} y - \omega t), \quad (2)$$

其中 $\varepsilon = r/R$, $k_0 = 1/qR$, q 为安全因子, R 与 r 为大、小半径, $k_{\parallel}$ 与 $k_{\perp}$ 分别为纵向与垂直方向波矢, ω 为波的圆频率(取 $k_{\parallel} > 0$, $\omega > 0$)。

讨论电子(质量为 m , 电荷为 $-e$) 的运动。设 $k_{\perp} \rho_c \ll 1$, $\omega/|\Omega_c| \ll 1$, ρ_c 与 Ω_c 分别为电子的回旋半径与回旋频率。在这种情况下, 我们只对电子沿磁力线方向的纵向运动感兴趣, 对垂直方向的运动则取平均, 即令 $\mu B_0 \cong T$, μ 为粒子的磁矩。同时, 静电波的回旋谐波分量也是不重要的。

粒子运动的等效哈密顿量的形式为

$$H = H_0 + H_1, \quad (3)$$

$$H_0 = \frac{1}{2} V^2 - B \cos Z, \quad (4)$$

$$H_1 = -A \cos k(Z - \tau), \quad (5)$$

其中

$$\begin{aligned} \tau &= \omega t / k, \quad Z = k_0 z, \quad V = k_{\parallel} v_z / \omega, \\ k &= k_{\parallel} / k_0, \quad B = \varepsilon \frac{\mu B_0 k_{\parallel}^2}{m \omega^2} = \frac{\varepsilon}{\alpha^2}, \quad A = \frac{e \phi_0 k_{\parallel}^2}{m \omega^2} = \frac{e \phi_0}{\alpha^2 T}, \\ \alpha &= \omega / k_{\parallel} v_i, \quad v_i = \sqrt{T / m}. \end{aligned} \quad (6)$$

这样,我们就把问题归结为带电粒子与两支相速度不同的波相互作用的一维系统的形式. 这是动力学随机性问题中经常讨论的一类问题^[7]. 引入随机性参量

$$S = 2(\sqrt{B} + \sqrt{A}). \quad (7)$$

通常当 S 超过某个阈值 S_c 时, 相空间中出现大尺度的动力学随机性. 由共振重叠判据^[6], 有 $S_c = 1$, 而由数值计算及一些更细致的理论, 一般有 $S_c > 0.6$, 并与 k 及 B/A 的大小有关^[7].

本文将考虑波的相速度 $V_p = 1$ 落在飞行粒子区 ($V > 2\sqrt{B}$) 的情形, 即令 $2\sqrt{B} < 1$. 同时, 限于 $S < S_c$, 即不出现大尺度随机性, 这相当于 $A < A_c$,

$$A_c = (S_c/2 - \sqrt{B})^2. \quad (8)$$

为了能在相空间中比较小的尺度上进行讨论, 现对哈密顿量(3)式作一变量变换. 当 $H_1 = 0$ 时, H_0 为运动常数. 按 H_0 定义的飞行粒子相应于相空间中 $H_0 > B$ 的区域. 令

$$\begin{aligned} \beta &= \operatorname{sgn} V \cdot \sqrt{2B/(H_0 + B)}, \\ \operatorname{sgn} V &= \begin{cases} +1, & V > 0, \\ -1, & V < 0. \end{cases} \end{aligned} \quad (9')$$

对飞行粒子, 有 $|\beta| < 1$. 引入作用量

$$I = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} V dZ = \frac{4\sqrt{B}}{\pi\beta} E(\beta) \quad (10)$$

及相应角变量 θ , 则 Z 可表达为

$$Z = 2 \sin^{-1} \operatorname{sn} \left(\frac{K(\beta)\theta}{\pi} \right), \quad (11)$$

其中 $K(\beta)$ 与 $E(\beta)$ 分别为第一类和第二类完全椭圆积分, $\operatorname{sn} u$ 为雅可比椭圆函数. 对于飞行粒子, 有 $|I| > 4\sqrt{B}/\pi \equiv I_s$. 于是, 哈密顿量可表达为

$$H = H_0(I) - A \cos \left[2k \sin^{-1} \operatorname{sn} \left(\frac{K(\beta)\theta}{\pi} \right) - k\tau \right]. \quad (12)$$

为了简单起见, 以下设 k 为整数. 将(12)式对 θ 作傅氏展开^[8], 得到

$$H = H_0(\tau) - A \sum_{n=-\infty}^{\infty} g_n(I) \cos[(k+n)\theta - k\tau], \quad (13)$$

其中

$$g_n(I) = \left[\frac{2\pi\lambda^{1/2}}{(1-\lambda^2)|\beta|K(\beta)} \right]^{2k} \cdot \left\{ \delta_{n0} + \sum_{m=1}^{\infty} C_{2k}^m \left[\sum_{\substack{l_1=-\infty \\ l_1 \neq 0}}^{\infty} \cdots \sum_{\substack{l_m=-\infty \\ l_m \neq 0}}^{\infty} \left(\prod_{j=1}^m a_{l_j} \right) \delta_{n, \left(\sum_{j=1}^m a_{l_j} \right)} \right] \right\}, \quad (14)$$

$$C_{2k}^m = \begin{cases} 2k(2k-1)\cdots(2k-m+1)/m! & m \leq 2k; \\ 0 & m > 2k, \end{cases} \quad (15)$$

$$\lambda = e^{-\pi K(\sqrt{1-\beta^2})/K(\beta)}, \quad (16)$$

$$a_l = \begin{cases} \frac{(1-\lambda^2)\lambda^l}{1-\lambda^{4l+2}} & l > 0; \\ -\frac{(1-\lambda^2)\lambda^{3|l|-2}}{1-\lambda^{4|l|-2}} & l < 0. \end{cases} \quad (17)$$

对较快的飞行粒子(即 $|l|$ 不太靠近 l_c 的粒子),有

$$l \cong 2\sqrt{B}/\beta, \quad \lambda \cong \beta^2/16 \cong B^2/4l^2 \ll 1. \quad (18)$$

利用(18)式,对较快的飞行粒子可将(14)式简化.

环效应的强弱取决于 B 的大小,在等离子体的小截面上, B 是变化的,有 $B \propto \epsilon T$. 因而,一般在靠近磁轴及靠近边界的区域环效应较弱,而在一个较宽的中间区内环效应是重要的.

二、局域随机区

共振之间的非线性耦合可导致动力学随机性. (13)式表明,在 (I, θ) 相空间中存在着一系列共振. 由于波的每一分量主要在其相应的共振位置 $I = I_n$ 附近起作用,在远处是快振荡的,其平均效应是不重要的,因而可采取下述近似:

$$g_n(I) \cong g_n(I_n) \equiv g_n. \quad (19)$$

共振条件为

$$(k+n)\Omega_B(I_n) - k = 0, \quad (20)$$

其中

$$\Omega_B(I) = \frac{\pi\sqrt{B}}{\beta K(\beta)}. \quad (21)$$

对较快的飞行粒子,有 $\Omega_B(I) \cong I$, 则共振位置在

$$I_n \cong \frac{k}{k+n}. \quad (22)$$

我们将讨论波长远小于环的特征尺度的静电波,即

$$k = k_u/k_0 \gg 1. \quad (23)$$

在这种情形下,对于 $|n| \ll k$ 的共振,共振间的间隔 $\delta I \sim 1/k \ll 1$. 这样,就可在较小的尺度上考察相空间中的随机现象.

现考虑 $I = I_n$ 与 $I = I_{n+1}$ 之间的区域,哈密顿量(13)式中起主要作用的是第 n 与第 $n+1$ 个分量,其余分量是快振荡的,其平均效应可略去. 于是可得到一个等效哈密顿量的形式为

$$\bar{H} = \frac{1}{2} \bar{V}^2 - \bar{B} \cos \bar{Z} - \bar{A} \cos \bar{k}(\bar{Z} - \bar{\tau}), \quad (24)$$

其中

$$\begin{aligned} \bar{\tau} &= -\frac{k}{k+n+1} \tau, \quad \bar{Z} = (k+n)\theta - k\tau, \\ \bar{V} &= -\frac{(k+n)(k+n+1)}{k} \eta(I_n)(I - I_n), \\ \bar{k} &= \frac{k+n+1}{k+n}, \quad \bar{B} = Ag_n \eta(I_n) \frac{(k+n)^2(k+n+1)^2}{k^2}, \\ \bar{A} &= Ag_{n+1} \eta(I_n) \frac{(k+n)^2(k+n+1)^2}{k^2}, \\ \eta &= \frac{\pi^2}{4} \frac{E(\beta)}{(1-\beta^2)K^3(\beta)}. \end{aligned} \quad (25)$$

哈密顿量(24)式与(3)式具有相同的形式,同样可引入一个随机性参量

$$\bar{S} = 2(\sqrt{|\bar{B}|} + \sqrt{|\bar{A}|}). \quad (26)$$

令 $\bar{S}$ 的随机性阈值为 $\bar{S}_c$, 则由(25)式可得到静电波振幅 A 的相应阈值为

$$\bar{A}_c = \frac{k^2 \bar{S}_c^2}{4(k+n)^2(k+n+1)^2 |\eta(I_n)| (\sqrt{|g_n|} + \sqrt{|g_{n+1}|})^2}. \quad (27)$$

当 $A > \bar{A}_c$ 时, $I = I_n$ 与 $I = I_{n+1}$ 之间的局域区域将出现动力学随机性.

以下,选取几组参量进行数值计算. 这几组参量列于表 1 中,它们大体上相应于中等尺度托卡马克与低杂波相互作用的情形,适用于等离子体截面中较宽的中间区域. 在表 1 中,独立选取的参量是 ε , α 与 k , B 由(6)式定出, A_c 由(8)式确定(取 $S_c = 1$),

$$A_0 = (0.3 - \sqrt{B})^2. \quad (28)$$

相当于 $S = 0.6$ 时的 A 值, $E_{\parallel 0}$ 是与 A_0 相应的波电场振幅.

表 1 几组典型参量

	ε	α	k	B	A_c	A_0	$E_{\parallel 0}(\text{V/m})$
(a)	0.1	4	40	0.00625	0.177	0.0488	1.33×10^4
(b)	0.2	4	40	0.0125	0.151	0.0354	9.68×10^3
(c)	0.1	2	80	0.025	0.117	0.0201	2.75×10^3
(d)	0.2	2	80	0.05	0.0764	0.00584	7.99×10^2
(e)	0.2	4	20	0.0125	0.151	0.0354	1.29×10^4

表 2 $|g_n|$ 值

n	-10	-9	-8	-7	-6
(a)				4.89×10^{-12}	6.22×10^{-10}
(b)				6.26×10^{-10}	3.90×10^{-8}
(c)			3.85×10^{-6}	4.82×10^{-5}	4.96×10^{-4}
(d)	1.47×10^{-5}	1.31×10^{-4}	9.85×10^{-4}	6.17×10^{-3}	3.17×10^{-2}
(e)					
n	-5	-4	-3	-2	-1
(a)	5.80×10^{-8}	4.06×10^{-6}	1.96×10^{-4}	6.28×10^{-3}	0.119
(b)	1.88×10^{-6}	6.49×10^{-5}	1.57×10^{-3}	2.51×10^{-2}	0.238
(c)	4.10×10^{-3}	2.66×10^{-2}	0.130	0.449	0.975
(d)	0.131	0.426	1.04	1.80	1.95
(e)	1.1×10^{-8}	1.46×10^{-6}	1.14×10^{-4}	5×10^{-3}	0.113
n	0	1	2	3	4
(a)	1	0.131	9.61×10^{-3}	5.21×10^{-4}	2.35×10^{-5}
(b)	1	0.263	3.85×10^{-2}	4.17×10^{-3}	3.76×10^{-4}
(c)	1	1.03	2.11	0.212	6.39×10^{-2}
(d)	1	2.05	2.22	1.69	1.02
(e)	1	0.138	1.17×10^{-2}	8.10×10^{-4}	5.06×10^{-5}
n	5	6	7	8	9
(a)	9.33×10^{-7}	3.40×10^{-8}	1×10^{-9}		
(b)	2.99×10^{-5}	2.18×10^{-6}	1.49×10^{-7}		
(c)	1.63×10^{-2}	3.63×10^{-3}	5.78×10^{-4}	1.35×10^{-4}	2.34×10^{-5}
(d)	0.520	0.232	7.39×10^{-2}	3.47×10^{-2}	1.20×10^{-2}
(e)	3.01×10^{-6}	1.76×10^{-7}			
n	10	11	12	13	14
(a)					
(b)					
(c)					
(d)	3.92×10^{-3}	1.22×10^{-3}	3.66×10^{-4}	1.06×10^{-4}	2.77×10^{-5}
(e)					

表 3 $\bar{A}_c$ 值

$n, n+1$	-10, -9	-9, -8	-8, -7	-7, -6	-6, -5
(a)					
(b)					
(c)			0.731	6.43×10^{-3}	6.79×10^{-3}
(d)	0.278	3.34×10^{-2}	4.79×10^{-3}	8.32×10^{-4}	1.78×10^{-4}
(e)					

$n, n+1$	-5, -4	-4, -3	-3, -2	-2, -1	-1, 0
(a)		0.879	2.33×10^{-2}	1.01×10^{-3}	9.09×10^{-5}
(b)		9.92×10^{-2}	5.15×10^{-3}	4.36×10^{-4}	7.43×10^{-5}
(c)	9.54×10^{-4}	1.70×10^{-4}	4.18×10^{-5}	1.53×10^{-5}	1.01×10^{-5}
(d)	4.78×10^{-5}	1.67×10^{-5}	7.96×10^{-6}	5.63×10^{-6}	6.79×10^{-6}
(e)			0.161	5.17×10^{-3}	3.88×10^{-4}

$n, n+1$	0, 1	1, 2	2, 3	3, 4	4, 5
(a)	8.01×10^{-5}	6.36×10^{-4}	8.39×10^{-3}	0.146	
(b)	6.50×10^{-5}	2.69×10^{-4}	1.80×10^{-3}	1.59×10^{-2}	0.165
(c)	9.41×10^{-6}	5.96×10^{-6}	9.43×10^{-6}	6.48×10^{-5}	2.17×10^{-4}
(d)	1.25×10^{-5}	4.25×10^{-6}	4.44×10^{-6}	6.15×10^{-6}	1.05×10^{-5}
(e)	3.02×10^{-4}	2.04×10^{-3}	2.09×10^{-2}	0.259	

$n, n+1$	5, 6	6, 7	7, 8	8, 9	9, 10
(a)					
(b)					
(c)	8.49×10^{-4}	4.02×10^{-3}	2.15×10^{-2}		
(d)	2.07×10^{-5}	5.03×10^{-5}	1.30×10^{-4}	2.98×10^{-4}	8.42×10^{-4}
(e)					

$n, n+1$	10, 11	11, 12	12, 13	13, 14
(a)				
(b)				
(c)				
(d)	2.51×10^{-3}	7.81×10^{-3}	2.53×10^{-2}	8.66×10^{-2}
(e)				

哈密顿量(13)式中各分量的振幅差异很大, 因为 g_n 的值对 n 十分敏感. 表 2 列出了对各组参量的 $|g_n|$ 值. 可以看出, 振幅较大的是 $n = 0$ 附近的若干个分量, 当 $|n|$ 较大时, 振幅随 $|n|$ 的增大而迅速变小. 因此, 比较容易出现随机性的是在 $|n|$ 较小的共振位置附近的区域.

表 3 列出第 n 与第 $n + 1$ 个共振之间的非线性耦合导致随机性时所相应的波的振幅 $\bar{A}_c$ (由(27)式给出). $A > \bar{A}_c$ 大体上代表了相应区域转变为随机区的条件.

比较表 3 与表 1, 可以看出: 当 $|n|$ 较小时, 有 $\bar{A}_c \ll A_c$; 而当 $|n|$ 较大时, 可有 $\bar{A}_c > A_c$. 这表明, 在 $I \sim I_0 \cong 1$ 附近的一个区域当波的振幅很低时即可变为随机区, 其阈值远低于 (V, Z) 空间中大尺度随机性所相应的阈值, 这种随机区在相空间中的分布是局域的, 随着波振幅的提高而变宽. 当 $A = A_0$ 时, 随机区大体上如表 4 所示. 在表 4 中, Δn 是随机区所包含的共振数, ΔI 是随机区的宽度, $\Delta v_z/v_t$ 是随机区所相应的速度范围与热速度之比.

表 4 $A = A_0$ 时随机区的范围

	重叠共振的范围	Δn	随机区	ΔI	$\Delta v_z/v_t$
(a)	$-3 \leq n \leq 3$	7	$1.08 \geq I \geq 0.930$	0.151	0.603
(b)	$-3 \leq n \leq 4$	8	$1.08 \geq I \geq 0.909$	0.172	0.688
(c)	$-6 \leq n \leq 7$	14	$1.08 \geq I \geq 0.920$	0.162	0.323
(d)	$-8 \leq n \leq 11$	20	$1.11 \geq I \geq 0.879$	0.232	0.464
(e)	$-2 \leq n \leq 3$	6	$1.11 \geq I \geq 0.870$	0.242	0.966

由于对飞行粒子而言, 作用量 I 的值大体上相应于 (V, Z) 空间中粒子速度 V 的平均值, 因此, 在 (V, Z) 空间中, 相应随机区大体上分布在 $V \sim I_0 \cong 1$ 附近. 这表明, 当波的振幅相当低时, 在 (V, Z) 相空间飞行粒子区中波的相速度附近可出现一个局域随机区. 波的振幅越高或环效应越强, 则随机区越宽. 前面已指出, B 越大则环效应越强. 另外, 波的相速度越低, 则波的相速度附近的区域感受到的环效应越强, 低相速表现为 α 值小或 k 值大.

粒子的行为完全由三个参量 (k, B, A) 决定. 本文以 (k, B) 为参量考察 A 的随机性阈值. 由表 3 可看出, k 和 B 的值越大(环效应越强), 则阈值 $\bar{A}_c$ 越低. 表 4 表明, 取 $A = A_0$ 时, 固定 k 增大 B 时, 随机区所包含的共振数 Δn 及随机区宽度 ΔI 均增大(比较(a)与(b), (c)与(d)); 而固定 B 增大 k 时, Δn 增大但 ΔI 不一定增大(比较(e)与(b)), 这是由于共振间隔随 k 的增大而变小.

在随机性条件下, 一个粒子在 (V, Z) 空间中作随机运动所能达到的区域具有双重的周期性结构, 周期 $\Delta Z = 2\pi$ 与 $\Delta Z = 2\pi/k$ 分别相应于环效应及波的周期. 周期性结构的位相由粒子的初始位相决定. 当考虑大量粒子组成的系统的速度扩散效应时, 这种结构被平均而不显示出来.

三、速度随机扩散

在随机区将出现速度随机扩散并导致波能的耗散。下面将看到,达到稳态时,联系于速度扩散的一些过程在一定条件下只与速度扩散系数的量级有关,而对扩散系数的准确数值并不敏感。因此,重要的问题是对波驱动的飞行粒子速度扩散系数作出粗略的量级估计。

速度扩散系数定义为

$$\bar{D} = \lim_{\tau \rightarrow \infty} \frac{1}{2\tau} \langle (\Delta V)^2 \rangle, \quad (29)$$

$\langle \dots \rangle$ 代表系综平均, $\bar{D}$ 可表达为

$$\bar{D} = \lim_{\tau \rightarrow \infty} \frac{1}{2\tau} \int_0^\tau d\tau_1 \int_0^\tau d\tau_2 G(\tau_1, \tau_2), \quad (30)$$

其中 $G(\tau_1, \tau_2)$ 为相关函数。对波引起的速度扩散,

$$G(\tau_1, \tau_2) = k^2 A^2 \langle \sin k(Z(\tau_1) - \tau_1) \cdot \sin k(Z(\tau_2) - \tau_2) \rangle. \quad (31)$$

在随机性条件下,我们假定近似有

$$G(\tau_1, \tau_2) = \frac{k^2 A^2}{2} \delta(\tau_1 - \tau_2). \quad (32)$$

于是,可得到对扩散系数的量级估计为

$$\bar{D} = A^2 k^2 / 4. \quad (33)$$

以有量纲的量表示的扩散系数为

$$\begin{aligned} D &= \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{1}{2t} \langle (\Delta v_z)^2 \rangle \\ &= \alpha^3 v_i^3 k_0 \bar{D} = \frac{1}{4} \alpha^3 v_i^3 k_0 A^2 k^2. \end{aligned} \quad (34)$$

描写粒子分布函数演化的动力方程为

$$\frac{\partial f}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial v_z} D \frac{\partial}{\partial v_z} f + \frac{\partial}{\partial v_z} D_c \frac{\partial}{\partial v_z} (f - f_M). \quad (35)$$

上式右端第一项是波驱动项,扩散系数 D 在随机区(记为 $v_1 \leq v_z \leq v_2$) 由(34)式给出,在非随机区取为零;上式右端第二项是库仑碰撞项, f_M 是平衡分布函数,而

$$D_c = \frac{v_c v_i^2}{2[1 + (v_z/v_i)^2]^{3/2}}, \quad (36)$$

v_c 为电子平均碰撞频率。对于稳态情形, $\frac{\partial f}{\partial t} = 0$, 在随机区有

$$\frac{\partial f}{\partial v_z} = \frac{D_c/D}{1 + D_c/D} \frac{\partial f_M}{\partial v_z}. \quad (37)$$

对表 1 中的各组参量,取电子密度 $n = 10^{13} \text{cm}^{-3}$, 计算出 $A = A_0$ 时的 D , $v_z = \omega/k_{\parallel}$ 时的 D_c 及两者之比如表 5 所示。可以看出,在随机区 $D_c/D \ll 1$ 。由(37)式,有

$$\frac{\partial f}{\partial v_z} = \frac{D_c}{D} \frac{\partial f_M}{\partial v_z}. \quad (38)$$

在这种条件下,分布函数在随机区基本上被拉成平台形式,与 D 的精确数值关系不大. 波的耗散功率密度可表示为

$$\begin{aligned} p &= \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{2} m v_z^2 \frac{\partial}{\partial v_z} D \frac{\partial}{\partial v_z} f dv_z \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{2} m v_z^2 \frac{\partial}{\partial v_z} D_c \frac{\partial}{\partial v_z} f_M dv_z. \end{aligned} \quad (39)$$

这表明,波的耗散功率密度也与 D 的精确数值关系不大.

表5 D 与 D_c 比较 ($n = 10^{13} \text{cm}^{-3}$, $A = A_0$, $v_z = \omega/k_{||}$)

	$D(\text{cm}^2/\text{s}^3)$	$D_c(\text{cm}^2/\text{s}^3)$	D_c/D
(a)	6.86×10^{26}	2.03×10^{20}	2.96×10^{-7}
(b)	3.61×10^{26}	2.03×10^{20}	5.62×10^{-7}
(c)	5.82×10^{25}	1.27×10^{21}	2.18×10^{-3}
(d)	4.91×10^{24}	1.27×10^{21}	2.59×10^{-4}
(e)	3.21×10^{26}	1.53×10^{20}	4.77×10^{-7}

由于随机区的分布对速度轴的正负两个方向是不对称的,因而这种随机扩散原则上也是一种单波驱动电流的可能机制. 波驱动的电流密度、波的耗散功率密度及波驱动电流的效率分别为

$$j \cong -nev_t \frac{\alpha}{\sqrt{\pi}} \left(\frac{\Delta v_z}{v_t} \right) e^{-\left(\frac{v_z}{v_t}\right)^2}, \quad (40)$$

$$p \cong nT v_c \frac{2}{\alpha \sqrt{\pi}} \left(\frac{\Delta v_z}{v_t} \right) e^{-\left(\frac{v_z}{v_t}\right)^2} \quad (41)$$

及

$$\eta_D = |j|/p \cong \frac{nev_t}{nT v_c} \cdot \frac{\alpha^2}{2}. \quad (42)$$

这种驱动电流和功率吸收的特点是: 当波的振幅提高时,随机区随之扩大,这就使 j 和 p 均随波振幅的提高而增大,因而不显示波谱为一定宽度的连续谱情形的准线性饱和现象. 同时,这种驱动电流和功率吸收主要发生在环效应较强的区域,即等离子体截面的中间区域. 驱动电流的效率 $\eta_D \propto (\omega/k_{||})^2$, 波的相速度越高,则效率越高,但高相速时电流密度较低. 如对于相速度较高的(a), (b)及(c)情形($\alpha = \omega/k_{||} v_t = 4$), 效率可达 $\eta_D \sim 10^3 \text{A} \cdot \text{cm}/\text{W}$, 但 $A = A_0$ 时电流密度的量级只有 $j \sim 10^{-3} - 10^{-2} \text{A}/\text{cm}^2$, 是很低的. 对于相速度较低的(c)与(d)情形($\alpha = 2$), 效率为 $\eta_D \sim 2 \times 10^2 \text{A} \cdot \text{cm}/\text{W}$, 而当 $A = A_0$ 时,电流密度可达到较高的值

$$j \sim 30 \text{A}/\text{cm}^2, \quad (\text{c})$$

$$\sim 57 \text{A}/\text{cm}^2. \quad (\text{d})$$

这种量级的电流密度可产生明显的效应.

四、结 论

在单波与环等离子体相互作用的情形,由于环效应与波效应的非线性耦合,在飞行粒子区中波的相速度附近可出现一个局域的随机区。随机区的范围随波振幅的提高而扩大。随机性阈值及随机区的范围对有关参量是敏感的。在适当的条件下,可有很低的阈值。在本文所选用的参量范围内,阈值最低可达 $E_{c\parallel} \sim 1-10^2 \text{V/m}$, 这里 $E_{c\parallel}$ 是指波电场纵向分量的振幅阈值。当波电场振幅达到 $E_{\parallel} \sim 10^3-10^4 \text{V/m}$ 时(这相应于 $A = A_0$ 情形),随机区的宽度与热速度的比值约为 $\Delta v_z/v_t \sim 1/3-1$ 。

随机区的出现可导致粒子速度的随机扩散及波功率的随机耗散,从而对一些物理现象发生影响。这种效应主要出现在等离子体中环效应较强的区域,即等离子体截面上不靠近磁轴与边界的中间区域。

参 考 文 献

- [1] G. R. Smith *et al.*, *Phys. Fluids*, **21**(1978), 2230.
- [2] A. Fukuyama *et al.*, *Phys. Rev. Lett.*, **38**(1977), 701.
- [3] C. F. F. Karney, *Phys. Fluids*, **21**(1978), 1584; *ibid.*, **22**(1979), 2188.
- [4] N. A. Ryabova *et al.*, *Phys. Lett.*, **97A**(1983), 194.
- [5] S. Riyopoulos *et al.*, *Phys. Fluids*, **27**(1984), 184.
- [6] B. V. Chirikov, *Phys. Reports*, **52**(1979), 263.
- [7] D. F. Escande *et al.*, *J. Stat. Phys.*, **26**(1981), 257.
- [8] G. R. Smith *et al.*, *Phys. Fluids*, **21**(1978), 2253.

STOCHASTIC DIFFUSION OF TRANSIT PARTICLES DRIVEN BY A SINGLE WAVE

XIA MENG-FEN QIU YUN-QING

(Department of Physics, Peking University)

ABSTRACT

In this paper, the interaction of a single wave with the transit particles in a toroidal plasma is discussed. When the wave amplitude is very low, a stochastic region may exist localized in phase-space in the vicinity of phase velocity of the wave. The velocity diffusion, current drive and wave absorption will result.