

含红外发散的低温玻璃超声吸收理论*

王国樑 戴培英 范希庆 姜王也

(郑州大学物理系)

刘 福 绥

(北京大学物理系)

1986年10月29日收到

提 要

本文采用红外发散理论^[1]和二能级体系模型,讨论玻璃超声吸收在2K温度以下的行为.与现有的隧道二能级模型不同,我们把 Bloch 方程看作“磁化强度”所满足的宏观方程,方程中所有的物理量都是系综平均值.并且把缺陷态看作处在局域涨落场中的赝自旋,提出了在低温下赝自旋角扩散与温度的关系.我们不但得到与实验符合较好的理论吸收曲线,并且解释了弱照射共振吸收正比于 $T^{-0.7}$ 和饱和吸收正比于 ω^2 的实验规律.

一、引 言

SiO₂ 玻璃在 0.4K 到 2K 的低温范围内,超声吸收有反常行为. Arnold 等人的实验表明^[2],一方面当超声强度 J 足够大,声吸收系数 α 正比于 $J^{-\frac{1}{2}}$,即出现饱和,吸收同频率的关系为 ω^2 规律;另一方面,当 J 足够小,非饱和吸收在 0.6 K 左右达到极小值,此后随温度下降,超声吸收将增加,其中共振吸收的温度和频率关系分别遵循 $T^{-0.7}$ 和 ω^2 规律.

1976 年, Jäckle 等人根据 Anderson 二能级模型,发展了二能级体系的量子力学隧道理论^[3]. 1981 年, Hunklinger 等人在综述文章^[4]中进一步讨论了上述理论. 按照上述理论,把玻璃中的缺陷态比做赝自旋,它满足 Bloch 方程,对 Bloch 方程的解作能谱平均,由此可解出“交流磁化率” χ . χ 相当于动力学弹性常数 $\delta c(\omega)$,由 $\delta c(\omega)$ 的虚部即得到共振吸收的表达式^[4]

$$L_{\text{res}}^{-1} = L_0^{-1} \frac{\lg h(\hbar\omega/2k_B T)}{(1 + J/J_c)^{1/2}},$$
$$J = \rho v^3 c^2/2, J_c = \hbar^2 \rho v^3/2M^2 T_1 T_2, \quad (1)$$

其中 $L_0^{-1} = \pi n_0 M^2 \omega / \rho v^3$, v 为声速. 由于超声声子能量 $\hbar\omega \ll k_B T$, $\lg h(\hbar\omega/2k_B T)$ 可用 $\hbar\omega/k_B T$ 代替,在强度 J 的两个极端,有

$$(1) J/J_c \ll 1, L_{\text{res}}^{-1} \approx L_0^{-1} \frac{\hbar\omega}{2k_B T} \propto \frac{\omega^2}{T}, \quad (2)$$

* 国家自然科学基金资助的课题.

$$(2) J/J_c \gg 1, L_{\text{res}}^{-1} \approx L_0^{-1} \frac{\hbar\omega}{2k_B T} \left(\frac{J_c}{J}\right)^{1/2} \propto \frac{\omega^2}{T} (J_c/J)^{1/2}. \quad (3)$$

由(2), (3)式可见,大强度时,吸收 $\propto (J)^{-1/2}$, 确有饱和现象,但由于 J_c 与 ω 有关,频率关系是 ω^4 规律^[2], 与实验不一致;小强度时, ω^2 规律得到了解释,但温度关系 T^{-1} 与实验略有不同,未能充分说明. Jäckle 等人的理论取得了相当大的成功,但在这一理论中,横向弛豫时间 T_2 的大小是与吸收无关的^[3]. 我们认为这是理论的不足之处. 我们采用修正的宏观 Bloch 方程,将代表赝自旋-赝自旋相互作用的横向弛豫时间直接联系于吸收过程,从而可以解释饱和吸收的 ω^2 规律. 而弱照射下吸收的 $T^{-0.7}$ 温度关系,则可将二能级模型同红外发散理论结合起来得到.

二、修正的 Bloch 方程和红外发散修正

我们用缺陷态非对称双势阱的二能级模型研究玻璃介质的声学性质. 令粒子在两势阱的基态分别为 $|1\rangle$ 和 $|2\rangle$. 由于隧道量子效应,在此表象的未微扰哈密顿量为

$$H_0 = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} \Delta & \Delta_0 \\ \Delta_0 & -\Delta \end{pmatrix}, \quad \Delta_0 = \hbar Q e^{-\lambda}, \quad \lambda = d(2mV/\hbar^2)^{1/2}, \quad (4)$$

其中 Δ 为双势阱中两势能最小值之差(简称为非对称), Q 为单个谐振子势阱中的零点振动频率, d 为势阱间距, V 为势垒高度, m 为粒子质量. 可作么正变换,使 H_0 对角化

$$H_0 = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} E & 0 \\ 0 & -E \end{pmatrix}, \quad E = (\Delta^2 + \Delta_0^2)^{1/2}. \quad (5)$$

相应两态矢为

$$\begin{aligned} |\alpha\rangle &= |1\rangle \cos \theta + |2\rangle \sin \theta, \\ |\beta\rangle &= -|1\rangle \sin \theta + |2\rangle \cos \theta, \quad \tan 2\theta = \Delta_0/\Delta. \end{aligned} \quad (6)$$

扰动哈密顿量由耦合常数 M, D 及弹性应变场 e 给出

$$H' = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} D & 2M \\ 2M & -D \end{pmatrix} e. \quad (7)$$

这样可将缺陷态当做“磁场” $\mathbf{B}$ 作用下 $S = 1/2$ 的赝自旋

$$\begin{aligned} \mathbf{B} &= \mathbf{B}_0 + \mathbf{B}', \\ -\gamma \hbar \mathbf{B}_0 &= (0, 0, E), \quad -\gamma \hbar \mathbf{B}' = (2M, 0, D)e, \end{aligned} \quad (8)$$

$\frac{1}{2}$ 自旋在磁场中的弛豫问题可用 Bloch 方程解决,这正是 Jäckle 的做法. 与之不同,我们把 Bloch 方程中的量都看作宏观量,对其解不需要再作能谱平均,并且认为,缺陷态这一二能级体系与磁场中的自旋有共性,也有自己的特点. 赝自旋与外磁场 $\mathbf{B} = \mathbf{B}_0 + \mathbf{B}'$ 耦合,其中只有 $\mathbf{B}'$ 是真正的外加场(超声波场),而“静磁场” $\mathbf{B}_0$ 不是施加在样品上的实在外场,只是类比的赝稳定外场,可理解为缺陷态的本征应变场. 仅有 $\mathbf{B}_0$ 存在,是无所谓对外场响应而弛豫的. 因此,我们采用修正的宏观 Bloch 方程作为出发点^[9]. 在该方程中,由于弛豫作用,与赝自旋 $\mathbf{S}$ 对应的宏观量——“磁化强度” $\mathbf{M}$ 应趋于外场的瞬时平均值 $\chi_0 \mathbf{B} = \chi_0 (\mathbf{B}_0 + \mathbf{B}')$, 而不是在 Bloch 方程中趋于 $\chi_0 \mathbf{B}_0$. 修正的宏观 Bloch 方程为

$$\frac{d\mathbf{M}}{dt} = \gamma \mathbf{M} \times \mathbf{B} - \frac{\mathbf{M} - \chi_0 \mathbf{B}}{T}. \quad (9)$$

在三个分量上的弛豫项具体是 $\frac{(\mathbf{M} - \chi_0 \mathbf{B})_x}{T_2}$, $\frac{(\mathbf{M} - \chi_0 \mathbf{B})_y}{T_2}$ 和 $\frac{(\mathbf{M} - \chi_0 \mathbf{B})_z}{T_1}$.

解(9)式,按文献[5],可得“交流磁化率”为

$$\begin{aligned} \chi_2(\omega) &= \frac{N\gamma^2 \hbar^2}{2} \cdot \frac{\omega_0 \Delta\omega T_2^2 - [1 + (M^2 e^2 T_1 T_2 / \hbar^2)]}{1 + (M^2 e^2 T_1 T_2 / \hbar^2) + (\Delta\omega T_2)^2} \cdot \frac{\langle S_z^0 \rangle}{E}, \\ \chi_2'(\omega) &= -\frac{N\gamma^2 \hbar^2}{2} \cdot \frac{\omega T_2}{1 + (M^2 e^2 T_1 T_2 / \hbar^2) + (\Delta\omega T_2)^2} \cdot \frac{\langle S_z^0 \rangle}{E}, \\ \chi_1(\omega) &= -N\gamma^2 \hbar^2 \cdot \frac{1}{1 + (\omega T_1)^2} \cdot \frac{\langle S_z^0 \rangle}{E}, \\ \chi_1'(\omega) &= -N\gamma^2 \hbar^2 \cdot \frac{\omega T_1}{1 + (\omega T_1)^2} \cdot \frac{\langle S_z^0 \rangle}{E}, \end{aligned} \quad (10)$$

其中上标“ $\cdot$ ”及“ $\prime$ ”分别表示交流磁化率 $\chi = \chi' - i\chi''$ 的实部和虚部;下标 1 和 2 分别表示纵向和横向. N 为缺陷态数密度, $\Delta\omega = \omega_0 - \omega$, $\langle S_z^0 \rangle$ 为在无交流外场时求平均,

$$\langle S_z^0 \rangle = \frac{-1}{2} \tanh(E/2k_B T).$$

采用饱和因子 (J/J_c) [见(1)式],可将 χ_2' 写成

$$\chi_2' = -\frac{N\gamma^2 \hbar^2}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 + J/J_c}} \cdot \frac{\omega T_2'}{1 + (\Delta\omega T_2')^2} \cdot \frac{\langle S_z^0 \rangle}{E}, \quad T_2' = T_2 / \sqrt{1 + J/J_c}. \quad (11)$$

考虑到“外磁场”的不均匀加宽,按照 NMR 常规处理,将(11)式中的因子

$$T_2' / [1 + (\Delta\omega T_2')^2]$$

换成 $T_2^* / [1 + (\Delta\omega T_2^*)^2]$, 于是(11)式成为

$$\begin{aligned} \chi_2' &= -\frac{N\gamma^2 \hbar^2}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 + J/J_c}} \cdot \frac{\omega T_2^*}{1 + (\Delta\omega T_2^*)^2} \cdot \frac{\langle S_z^0 \rangle}{E}, \\ (T_2^*)^{-1} &= (T_2')^{-1} + (T_2^+)^{-1}. \end{aligned} \quad (12)$$

上式 $(T_2^+)^{-1}$ 是“外磁场”引起的不均匀加宽.

由(11)式可知, $(T_2')^{-1}$ 是与超声强度 J 有关, 因而表观线宽 $(T_2^*)^{-1}$ 也应随超声强度而变化. 但实验表明^[6], 即使超声强度有明显变化, 测量所得的表观线宽却几乎不变. 这只能解释为 $(T_2')^{-1}$ 的贡献相比 $(T_2^+)^{-1}$ 很小, 是不重要的. 略去小项, 则表观线宽为

$$(T_2^*)^{-1} \approx (T_2^+)^{-1}. \quad (13)$$

因此, T_2^+ 也可称为玻璃超声的横向弛豫时间.

与 NMR 情形不同, 这里的“外磁场” $\mathbf{B}_0$ 并不是真正的外场, 而是缺陷态的本征局域应变场. 由于热运动, 这个场具有随机性, 将 H_0 写成

$$\frac{1}{2} \begin{pmatrix} E & 0 \\ 0 & -E \end{pmatrix},$$

实际上是取平均的结果. 一般二能级系统可以考虑作为微波激射器或激光器, 只要设法实现在高低能态上的布居数反转即可. 但玻璃缺陷态的二能级系统没有这一性质, 它本

质上是一个无序体系,应当用一个带随机涨落的 2×2 哈密顿矩阵来描述它. 这一随机涨落如 (13) 式那样, 表现为对线宽的主要贡献, 相应地它使超声波场 $\mathbf{e}$ 对线宽的影响不突出了. 哈密顿量涨落的效果可通过横向弛豫时间 T_2^* 表现出来, T_2^* 直接与吸收过程相联系, 这是我们对 Jackle 等人的理论的主要修正之一. 对于这种无序体系, 微观上, 缺陷态双势阱结构参数 (例如势垒高度 V , 非对称 Δ 和势阱间距 d 等) 围绕平均值涨落; 宏观上, 可引起所谓“外场”不均匀. 由 (4), (5) 和 (6) 式可知, Δ , Δ_0 的涨落使得 H_0 也涨落, H_0 中的对角项 E 及非对角项都是随机量. 记 H_0 平均部份仍为 (5) 式, 涨落部份为 $H'(t)$. $H'(t)$ 的存在相当于质自旋处在一种随机场中, 这种随机场是与缺陷态结构涨落有关, 即与质自旋体系本身有关. 在 NMR 中, 横向弛豫过程主要所联系的是自旋之间的偶极-偶极相互作用. 与之类比, 这种与质自旋体系本身有关的随机场看作质自旋之间存在某种耦合成份, 我们用偶极-偶极耦合来比拟这种耦合对横向弛豫的贡献, 用质自旋-介质相互作用来比拟对纵向弛豫的贡献. 相应地用 $H_1(t)$ 表示质自旋偶极相互作用哈密顿量, 横向弛豫时间 T_2^* 将由这种弛豫机制所决定.

关于质自旋-介质弛豫引起的玻璃对超声吸收, 文献 [7] 已有讨论. 考虑到低温对直流“磁化率”的修正以及缺陷态的跃迁和退激发将同时伴随着具有红外发散性质的低能元激发, 我们把有关这部分虚部纵向“磁化率” χ_1' 和横向“磁化率” χ_2' 的红外发散修正式^[7] 列出如下:

$$\begin{aligned}\chi_1' &= \frac{N\gamma^2\hbar^2}{2E} \operatorname{tgh}(E/2k_B T) \cdot \operatorname{Im} \int_0^\infty \phi_1(t) e^{i\omega t} dt, \\ \chi_2' &= \frac{N\gamma^2\hbar^2\omega}{4E\Delta\omega} \cdot \frac{1}{\sqrt{1+J/J_c}} \operatorname{tgh}(E/2k_B T) \cdot \operatorname{Im} \int_0^\infty \phi_2(t) e^{i\Delta\omega t} dt,\end{aligned}\quad (14)$$

其中 $\phi_1(t)$, $\phi_2(t)$ 为跃迁几率分布函数

$$\begin{aligned}\phi_i(t) &= \frac{1}{T_i^*} e^{-n_i \nu} (E_c t)^{-n_i} e^{-\left(\frac{t}{T_{pi}}\right)^{1-n_i}} \quad i = 1, 2, \\ T_{pi} &= [(1-n_i) e^{n_i \nu} E_c^{\nu} T_i^*]^{\frac{1}{1-n_i}} \quad \nu = 0.5772.\end{aligned}\quad (15)$$

由 (8) 式, 通过磁能与弹性能比较, 可以求出复磁化率 $\hat{\chi}_1$, $\hat{\chi}_2$ 与复弹性模量 $\delta c(\omega)$ 之间关系^[3] 为

$$\delta c(\omega) = -\gamma^{-2} \hbar^{-2} (D^2 \hat{\chi}_1 + 4M^2 \hat{\chi}_2). \quad (16)$$

由此求出吸收系数 α 为

$$\alpha = -(\omega/\rho v^3) \operatorname{Im} \delta(\omega), \quad (17)$$

其中省略常数因子 $(10 \log e)$.

$$\begin{aligned}\alpha &= \alpha_1 + \alpha_2, \\ \alpha_1 &= \frac{\omega D^2}{\rho v^3 \gamma^2 \hbar^2} \chi_1', \quad \alpha_2 = \frac{4\omega M^2}{\rho v^3 \gamma^2 \hbar^2} \chi_2',\end{aligned}\quad (18)$$

其中 α_1 , α_2 分别为纵向和横向弛豫吸收, 而 α_2 简称为共振吸收.

当 $\Delta\omega T_{p2} \gg 1$, $\omega T_{p1} \gg 1$, (18) 式积分有渐近式

$$\operatorname{Im} \int_0^\infty \phi_1(t) e^{i\omega t} dt = \frac{\sin \left[(1 - n_1) \frac{\pi}{2} \right] \Gamma(1 - n_1)}{e^{n_1 \nu} E_c^{n_1}} \omega_1^{n_1-1} T_1^{-1},$$

$$\operatorname{Im} \int_0^\infty \phi_2(t) e^{i\Delta\omega t} dt = \frac{\sin \left[(1 - n_2) \frac{\pi}{2} \right] \Gamma(1 - n_2)}{e^{n_2 \nu} E_c^{n_2}} \Delta\omega^{n_2-1} (T_2^+)^{-1}, \quad (19)$$

$$\frac{1}{T_1} = \frac{1}{T_{11}} + \frac{1}{T_{12}}. \quad (20)$$

T_{11} 为赝自旋-介质弛豫时间, $\frac{1}{T_{12}}$ 为偶极-偶极相互作用对纵向弛豫的贡献. 由文献 [7]

$$T_{11}^{-1} = \tau_{1\infty}^{-1} e^{-E/k_B T}, \quad \tau_{1\infty} = 1 \times 10^{-7} \text{s}. \quad (21)$$

由 (14), (18)–(20) 式, α_1 可写为

$$\alpha_1 = \alpha_{11} + \alpha_{12}, \quad \alpha_{11} = A_1 T_{11}^{-1}, \quad \alpha_{12} = A_1 T_{12}^{-1}, \quad (22)$$

$$A_1 = \frac{ND^2 \omega^{n_1}}{2\rho \nu^3 E} \cdot \operatorname{tgh}(E/2k_B T) \cdot \frac{\sin \left[(1 - n_1) \frac{\pi}{2} \right] \cdot \Gamma(1 - n_1)}{e^{n_1 \nu} E_c^{n_1}}. \quad (23)$$

三、偶极-偶极相互作用对弛豫时间的影响

在很低温度, 赝自旋通过与局域随机场交换能量的弛豫过程是影响玻璃材料对超声吸收的主要过程. 关于同类自旋偶极-偶极相互作用对弛豫时间的影响, 我们引用 Abraham 的结论^[5]

$$T_{12}^{-1} = \frac{3}{2} r^4 \hbar^2 I(I+1) \{J^{(1)}(\omega_0) + J^{(2)}(2\omega_0)\},$$

$$(T_2^+)^{-1} = \frac{3}{8} r^4 \hbar^2 I(I+1) \{J^{(0)}(0) + 10J^{(1)}(\omega_0) + J^{(2)}(2\omega_0)\}. \quad (24)$$

谱密度函数为

$$J^{(q)}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} G^{(q)}(\tau) e^{-i\omega\tau} d\tau, \quad (25)$$

$G^{(q)}(\tau)$ 为偶-偶自相关函数,

$$G^{(q)}(\tau) = \overline{F^{(q)}(t) F^{(q)*}(t + \tau)}, \quad (26)$$

符号“—”表示系综平均, $F^{(q)}(t)$ 为有关两赝自旋相对位置的随机函数. 两自旋为 I, S 的偶极耦合哈密顿量为

$$\mathcal{H}_1 = \sum_q F^{(q)} A^{(q)}, \quad (27)$$

其中

$$F^{(1)} = \frac{\sin \theta \cos \theta e^{-i\phi}}{b^3}, \quad F^{(2)} = \frac{\sin^2 \theta e^{-i2\phi}}{b^3}, \quad F^{(0)} = \frac{1 - 3\cos^2 \theta}{b^3}, \quad (28)$$

$$\begin{aligned}
 A^{(0)} &= K \left\{ \frac{-2}{3} I_z S_z + \frac{1}{6} (I_+ S_- + I_- S_+) \right\}, \\
 A^{(1)} &= K \{ I_z S_+ + I_+ S_z \}, \\
 A^{(2)} &= \frac{1}{2} K I_+ S_+, \quad K = \frac{-3}{2} \gamma^2 \hbar.
 \end{aligned} \quad (29)$$

b, θ, ϕ 分别为两质自旋相对距离和方向角.

对于玻璃材料,在低温下,质自旋随机平移比随机转动小得多,我们只考虑角自相关函数. 满足经典扩散方程的角相关函数为^[5]

$$G^{(q)}(t) = G^{(q)}(0) \exp\left(\frac{-|t|}{\tau_c}\right), \quad (30)$$

其中

$$\tau_c = \frac{a^2}{6D_s}, \quad (31)$$

$$G^{(0)}(0) = \frac{12}{15} b^{-6}, \quad G^{(1)}(0) = \frac{2}{15} b^{-6}, \quad G^{(2)}(0) = \frac{8}{15} b^{-6}. \quad (32)$$

a 为缺陷态有效半径, D_s 为角扩散系数. 由 (25) 式得到谱密度

$$J^{(q)}(\omega) = G^{(q)}(0) \frac{2\tau_c}{1 + \omega^2 \tau_c^2}. \quad (33)$$

四、声子助隧道效应和角扩散系数

我们把缺陷态比作随机运动的质自旋,这就需要进一步讨论扩散系数与温度的关系. 1981 年 Teichler 和 Seeger 提出^[8],在低温条件下,单声子过程对扩散可能是重要的. 由于晶格缺陷,粒子在隧道过程中,伴随着放射一个声子或吸收一个声子. 理论上,由此过程引起的扩散系数正比于绝对温度. 1982 年 Kehr 等人在实验上发现^[9],温度在 2—20K, u^+ 在稀 Al-Mn 合金中的扩散系数 $D \propto T^{0.89 \pm 0.03}$. 1984 年 Yagi 等人在实验中发现^[10],温度在 0.85—12K, u^+ 在 Fe 中的扩散系数 $D \propto T$.

同样,我们可以用红外发散理论,证明角扩散系数具有以下形式:

$$D_s = D_{s_0} \left(\frac{T}{T_0} \right)^{1-n_2}, \quad (34)$$

其中 D_{s_0} 为 $T = T_0$ 时的扩散系数, T_0 为任意参考温度, n_2 为红外发散指数.

在 $\omega T_2^+ \gg 1$ 条件下,取文献 [11] 扩散系数短时极限的第一级近似

$$D_s = D_0 \alpha_1(n_2) (E_c t)^{-n_2}, \quad \alpha_1(n_2) = e^{-n_2} / (1 - n_2), \quad (35)$$

其中 $D_0 \propto T$, 为经典扩散系数(不含红外发散).

采用迭代法,由 (24), (31)—(33) 式,首先求出与经典扩散系数相对应的横向弛豫时间.(为简单计,以下 T_2^+ 省去“+”号.)

$$(T_2^0)^{-1} = \frac{3}{40} \gamma^4 \hbar^2 b^{-6} \frac{a^2}{D_0}. \quad (36)$$

其次,横向弛豫过程是各同色自旋在垂直于 B_0 平面上由有序分布到无序分布的弛豫过

程, T_2 就是各同色自旋进动位相角有序取向的寿命. 因此, 我们可以把 T_2 看作角扩散的特征时间, 把 (36) 式代入 (35) 式, 得到修正后的角扩散系数

$$D_s = D_0 \alpha_1(n_2) (E_c T_2^0)^{-n_2}, \quad (37)$$

或

$$D_s = \rho D_0^{1-n_2},$$

$$\rho = E_c^{-n_2} \alpha_1(n_2) \left(\frac{3}{40} \gamma^4 \hbar^2 b^{-6} a^2 \right)^{n_2}. \quad (38)$$

因为 $D_0(T) \propto T$, 令 $D_{s_0} = \rho D_0^{1-n_2}(T_0)$, 故有

$$D_s = D_{s_0} \left(\frac{T}{T_0} \right)^{1-n_2}. \quad (39)$$

五、结果与讨论

在 $\omega T_1 \gg 1$, $\Delta \omega T_2 \gg 1$ 和 $\omega_0 \tau_c \gg 1$ 条件下, 我们可以得到 α_{11} , α_{12} 和 α_2 对于频率和温度的显函数. 由 (24), (32) 和 (33) 式可得

$$T_{12}^{-1} = \frac{3}{5} \gamma^4 \hbar^2 b^{-6} E^{-2} \tau_c^{-1},$$

$$T_2^{-1} = \frac{9}{20} \gamma^4 \hbar^2 b^{-6} \tau_c. \quad (40)$$

将 (31), (39) 式代入上式

$$T_{12}^{-1} = T_{120}^{-1} \left(\frac{T}{T_0} \right)^{1-n_2}, \quad T_2^{-1} = T_{20}^{-1} \left(\frac{T}{T_0} \right)^{1-n_2}, \quad (41)$$

其中 T_{120} , T_{20} 均为 $T = T_0$ 时的弛豫时间. 现在我们把 α_{11} , α_{12} 和 α_2 的表达式整理如下:

$$\alpha_{11} = A_{11}(n_1) \omega^{n_1} \operatorname{tgh}(E/2k_B T) e^{-E/k_B T},$$

$$\alpha_{12} = A_{12}(n_1) \omega^{n_1} \operatorname{tgh}(E/2k_B T) \left(\frac{T}{T_0} \right)^{1-n_2},$$

$$\alpha_2 = B_2(n_2) \cdot \frac{1}{\sqrt{1+J/J_c}} \cdot \frac{\omega^2}{\Delta \omega^{2-n_2}} \operatorname{tgh}(E/2k_B T) \left(\frac{T}{T_0} \right)^{1-n_2}. \quad (42)$$

$$A_{11}(n_1) = \frac{ND^2}{2\rho v^3 E} \cdot \sin \left[(1-n_1) \frac{\pi}{2} \right] \frac{\Gamma(1-n_1)}{e^{n_1 \nu} E_c^{n_1}} \cdot \tau_{1\infty}^{-1},$$

$$A_{12}(n_1) = A_{11}(n_1) \tau_{1\infty} T_{120}^{-1},$$

$$B_2(n_2) = \frac{NM^2}{\rho v^3 E} \sin \left[(1-n_2) \frac{\pi}{2} \right] \frac{\Gamma(1-n_2)}{e^{n_2 \nu} E_c^{n_2}} \cdot T_{20}^{-1}. \quad (43)$$

根据 (42) 式计算的吸收理论曲线见图 1. 总的吸收为 $\alpha = \alpha_{11} + \alpha_{12} + \alpha_2$, 由图 1 可见, 理论与实验符合较好. T_{20} 直接取自文献 [6] 实验值, $T_{20} = 2 \times 10^{-8} \text{s}$ ($T_0 \approx 0.4 \text{K}$). 发散指数 n_1 和 E 值采用文献 [7] 的值, $n_1 = 0.6$, $E = 3.0 \times 10^{-4} \text{eV}$. 由于属于同一红外发散机制, 所以 $n_1 = n_2$. 根据理论与实验拟合, 得到 $M = 4.3 \text{eV}$, $T_{120} = 8.1 \times 10^{-9} \text{s}$, $D = 0.6 \text{eV}$, 缺陷态数密度 $N = 6 \times 10^{19} \text{cm}^{-3}$. 由此可见, $T_{20}^{-1} \gg T_{120}^{-1}$, 偶极-偶极相互作用对横向弛豫贡献为主. 且 N 占有 SiO_2 分子数的比例是相当小的, 这与文献 [4] 估计相同.

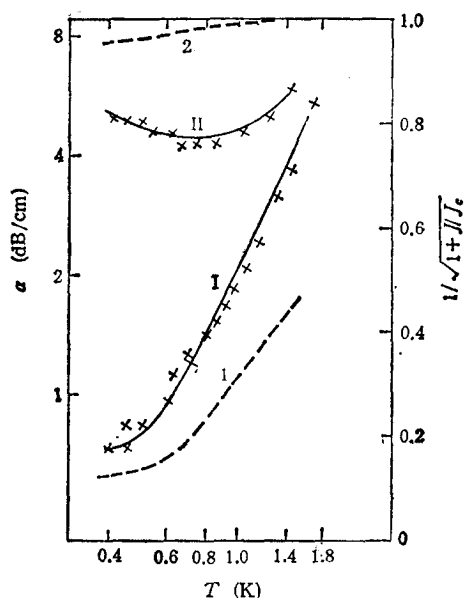


图1 SiO₂玻璃中超声吸收与温度的关系 频率为940MHz; 曲线I的超声强度 $J_1 = 3 \times 10^{-4} \text{ W/cm}^2$, 曲线II的 $J_2 = 2.3 \times 10^{-7} \text{ W/cm}^2$; 虚线为饱和衰减 $1/\sqrt{1+J/J_c}$ 与温度关系的理论曲线, 虚线1对应 J_1 , 虚线2对应 J_2 ; 实验资料取自文献[2]

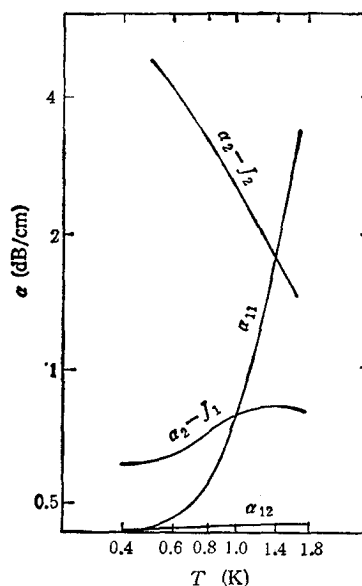


图2 横自旋-介质弛豫吸收 α_{11} , 偶-偶弛豫吸收 α_{12} 和共振吸收 α_2 与温度关系 (频率和 J_1 , J_2 的数值与图1相同)

图2为各种吸收的理论曲线。 α_{12} 和 α_{11} 不存在饱和问题。 相比之下, α_{12} 的贡献很小, α_{11} 在0.7K温度以上才有明显贡献, 1.4K以上逐渐成为主要贡献。 1K以下, 以共振吸收为主, 并以 $\alpha_2 \propto T^{-(1-n_2)}$ 关系随温度下降而增大。

当温度下降时, 由于热运动减弱, 弛豫也减弱, 使材料对超声吸收容易达到饱和状态。 正如图1虚线所示, 随温度下降, 饱和因子 J/J_c 增大, 因而饱和衰减 $1/\sqrt{1+J/J_c}$ 也加剧。

在0.6K温度以下, 当 $J/J_c \ll 1$, 由于 $\tanh(E/2k_B T) \approx 1$, $1/\sqrt{1+J/J_c} \approx 1$, 由(42)式, $\alpha_2 \propto T^{-0.4}$ 。 这种温度关系似乎与文献[2]中实验规律 $\alpha \propto T^{-0.7}$ 有矛盾。 这种差别是有限饱和因子 J/J_c 所引起。 根据图1中的吸收值 $\alpha_2(J_2)$, $\alpha_2(J_1)$ ($T = 0.4\text{K}$), 可估计饱和衰减因子 $1/\sqrt{1+J/J_c}$ 。 $T \approx 0.4\text{K}$, $J_2 = 2.3 \times 10^{-7} \text{ W/cm}^2$, $1/\sqrt{1+J/J_c} = 0.96$; $J_1 = 3 \times 10^{-4} \text{ W/cm}^2$, $1/\sqrt{1+J/J_c} = 0.12$ 。 因此, 图1中两条实验曲线在 $T \approx 0.4\text{K}$ 都未达到理想极限, 并且与 J_2 比较, J_1 离理想极限更远。 文献[2]中的实验规律 $\alpha_2 \propto T^{-0.7}$ 是由曲线II减去曲线I而得。 因此, 饱和因子 J/J_c 的有限值都将影响用上述数据处理方法得到的共振吸收与温度关系。 如果令 $\alpha_{11} = \alpha_1 \propto T^{-g}$, 图3表示理论计算的 g 值与超声强度关系。 有限小的 J_2/J_c 将使 g 值减少, 有限大的 J_1/J_c 使 g 值增加。 两者比较, 对图1的实验数据, J_1 对 g 值的影响更大, 致使两曲线相减 $\alpha_2 = \alpha_{11} - \alpha_1 \propto T^{-0.7}$ 。 这里给出图1实验曲线II在0.4—0.6K温度范围内吸收与温度关系: $\alpha_{11} \propto T^{-0.35}$ 。 由于 $1/\sqrt{1+J/J_c} = 0.96$, 比较接近理想弱照射的极限条件, 因此, 在理想弱照射的条件下, 在低温共振吸收 $\alpha_2 \propto T^{-0.4}$ 是与实验相符。

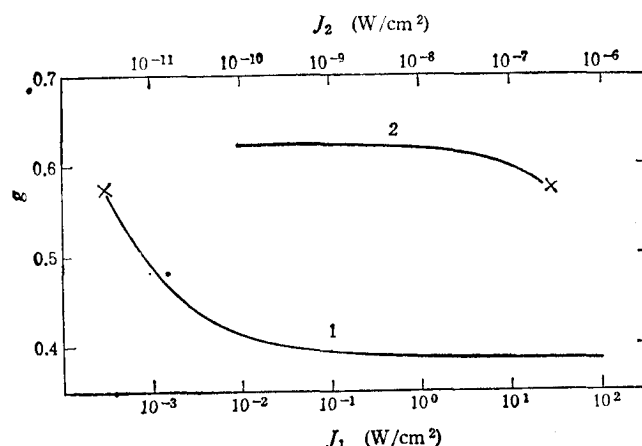


图3 超声强度 J_1, J_2 对 g 的影响 在温度 0.4—0.6K, 假定 $\alpha_2 \propto T^{-2}$, 曲线 1 对应 J_1 , 曲线 2 对应 J_2 ; 两曲线端“x”表示与图 1 中 J_1, J_2 相同的超声强度

由 (42) 式, 可得 $\alpha_2 \propto \frac{\omega^2}{(\omega_0 - \omega)^2 - \alpha_2} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 + J/J_c}}$. 由于弛豫时间 T_1 和 T_2 与频率

无关以及 $\omega_0 \gg \omega$, 所以 $\alpha_2 \propto \omega^2$. 在 0.5K 以下 (见图 2) 和有限强度的超声照射下, 吸收主要来自 α_2 . 这样, 在弱超声或强超声情况下都有 $\alpha \propto \omega^2$ 的关系. 这个与实验相符合的关系, 恰恰是用 Jäckle 理论所得不到的^[2].

根据 (41) 式, 横向弛豫时间随温度下降而减少, 但实验观察到与此相反现象^[6], 这说明缺陷态与自旋有所不同, 自旋可通过偶极-偶极直接作用, 而缺陷态之间的应力耦合是间接的. 由于缺陷态密度很小, 相隔较远的两缺陷态必须通过介质间接作用, 因而缺陷态与自旋有共性也有异性. 然而, 通过这种类比, 我们可以解释吸收饱和, 长短两种弛豫时间等现象.

参 考 文 献

- [1] K. L. Ngai, *Comments on Solid State Phys.*, 9(1979), 127; *ibid.*, 9 (1980), 141.
- [2] W. Arnold *et al.*, *J. Non-Cryst. Solid*, 14 (1974), 192.
- [3] J. Jäckle *et al.*, *J. Non-Cryst. Solid*, 20 (1976), 365.
- [4] S. Hunklinger and M. V. Schickfus, *Amorphous Solids Low-Temperature Properties*, Edited by W. A. Phillips, New York, (1981), p. 81.
- [5] A. Abragam, *The Principle of Nuclear Magnetism*, Oxford University Press, London, (1961), p. 54; 289; 298.
- [6] W. Arnold *et al.*, *Solid State Commun.*, 17 (1975), 883.
- [7] 范希庆等, *物理学报*, 35(1986), 896; 34(1985), 1270.
- [8] H. Teichler, A. Seeger, *Phys. Lett.*, A82 (1981), 91.
- [9] K. W. Kehr, *Phys. Rev.*, B 26(1982), 567.
- [10] E. Yagi *et al.*, *Phys. Rev.*, B30 (1984), 441.
- [11] 邓辉舫、刘福绥, *物理学报*, 34(1985), 784.

THEORY OF ULTRASONIC ABSORPTION WITH INFRARED DIVERGENCE IN GLASSES AT LOW TEMPERATURES

WANG GUO-LIANG DAI PEI-YING FAN XI-QING JIANG WANG-YE

(Department of Physics, Zhengzhou University)

LIU FU-SUI

(Department of Physics, Peking University)

ABSTRACT

The nonlinear behavior of ultrasonic absorption in glasses below 2 K is analysed by combining the two-level systems model and the infrared divergence theory^[1]. A modification of the existing tunneling two-level model of Jäckle et al. is given. The Bloch equations are used as the macroscopic equations of the "magnetization" and all quantities in the equations as ensemble averages rather than a state expectation value. With this modification, and the defect state as a pseudo-spin in the local fluctuation field, the relation between the angle diffusion of the spin and the temperature at low temperatures is deduced. The theoretical absorption curve obtained is consistent with the experimental data. The observed $T^{-0.7}$ rule of the resonance absorption under weak excitation and the proportional relation of the saturated absorption to ω^2 are also explained.