

级联型三能级原子受激辐射中的 反聚束效应

刘 正 东

(江西师范大学物理系)

1986年12月26日收到

提 要

本文讨论了级联型三能级原子与初始处于相干态或混沌态的辐射场相互作用中受激辐射的二阶关联函数的性质,指出存在着场的反聚束效应.

经典理论中强度为 $I_i (i = 1, 2)$ 的二束光的归一化二阶关联函数定义为^[1]

$$g_{12}^{(2)}(\tau) = \langle I_1(t + \tau) I_2(t) \rangle / \langle I_1 \rangle \langle I_2 \rangle, \quad (1)$$

其中 τ 指延迟时间;对于单光束则有

$$g_{11}^{(2)}(\tau) = \langle I_1(t + \tau) I_1(t) \rangle / \langle I_1 \rangle^2. \quad (2)$$

量子理论中描写二束光强度涨落关联的归一化二阶关联函数定义为^[2]

$$g_{12}^{(2)}(\tau) = \langle \hat{E}_1^{(-)}(t) \hat{E}_1^{(-)}(t + \tau) \hat{E}_2^{(+)}(t + \tau) \hat{E}_2^{(+)}(t) \rangle / \langle \hat{E}_1^{(-)} \hat{E}_1^{(+)} \rangle \langle \hat{E}_2^{(-)} \hat{E}_2^{(+)} \rangle, \quad (3)$$

其中 $\hat{E}^{(\pm)}$ 为电场算符 $\hat{E}$ 的正频部分和负频部分^[3], 它们彼此互为厄密共轭算符, 但由于 $\hat{E}^{(\pm)}$ 本征地代表复数场, 故它们自身又都不是厄密算符.

若讨论单模零延迟情况, 则(3)式可变为

$$g_{11}^{(2)}(0) = \langle \hat{a}^+ \hat{a}^+ \hat{a} \hat{a} \rangle / \langle \hat{a}^+ \hat{a} \rangle^2, \quad (4)$$

其中 $\hat{a}^+, \hat{a}$ 为该模场的产生、湮灭算符. 而由方差定义可得

$$g_{11}^{(2)}(0) = 1 + \frac{\langle \Delta \hat{n}^2 \rangle - \langle \hat{n} \rangle^2}{\langle \hat{n} \rangle^2}. \quad (5)$$

热场中的光子在热平衡状态下遵从玻色分布, 有方差 $\langle \Delta \hat{n}^2 \rangle = \langle \hat{n} \rangle + \langle \hat{n} \rangle^2$, 则 $g_{11}^{(2)}(0) = 2$, 称这种正关联的光子具有聚束效应. 场的高阶相干性与在该场中进行的符合计数结果有直接的关系, 故该结果又意味着热光源不会具有二阶以上的相干性.

处于相干态的场的光子遵从泊松分布, 有方差 $\langle \Delta \hat{n}^2 \rangle = \langle \hat{n} \rangle$, 则 $g_{11}^{(2)}(0) = 1$, 即相干光场的光子间为零关联, 光子接续呈随机性.

若考虑粒子数算符 $\hat{n}$ 的本征态, 由于此态中粒子数完全确定 $\langle \hat{n} \rangle = n$ 而 $\langle \Delta \hat{n}^2 \rangle = 0$, 则有 $g_{11}^{(2)}(0) = 1 - \frac{1}{n}$, 故总有 $g_{11}^{(2)}(0) < 1$, 称这种负关联的光子具有反聚束效应. 注意到在经典理论中由于 $\langle I^2 \rangle \geq \langle I \rangle^2$ 而有 $g_{11}^{(2)}(0) \geq 1$, 故反聚束效应与经典理论相悖. 又, 聚束与反聚束效应描述的是光子在时间顺序上的接续而不是指在空间的聚束.

研究热场或相干场与原子相互作用时,其二阶相关性质的变化并观察是否出现非经典的反聚束效应无疑是有意义的^[4-6].

以光学腔中的级联型三能级原子为例^[7],并设原子初始处于激发态,则场的密度算符可求得为

$$\begin{aligned}\hat{\rho}_f(t) = & \left(1 + \lambda_1^2 \hat{a}_1^\dagger \frac{\cos \hat{\mu}t - 1}{\hat{\mu}^2} \hat{a}_1\right) \hat{\rho}_f(0) \left(1 + \lambda_1^2 \hat{a}_1 \frac{\cos \hat{\mu}t - 1}{\hat{\mu}^2} \hat{a}_1^\dagger\right) \\ & + \lambda_1^2 \frac{\sin \hat{\mu}t}{\hat{\mu}} \hat{a}_1^\dagger \hat{\rho}_f(0) \hat{a}_1 \frac{\sin \hat{\mu}t}{\hat{\mu}} \\ & + \lambda_1^2 \lambda_2^2 \hat{a}_2^\dagger \frac{\cos \hat{\mu}t - 1}{\hat{\mu}^2} \hat{a}_1^\dagger \hat{\rho}_f(0) \hat{a}_1 \frac{\cos \hat{\mu}t - 1}{\hat{\mu}^2} \hat{a}_2,\end{aligned}\quad (6)$$

其中

$$\hat{\mu} = (\lambda_1^2 \hat{a}_1^\dagger \hat{a}_1 + \lambda_2^2 \hat{a}_2^\dagger \hat{a}_2)^{\frac{1}{2}}, \quad (7)$$

$$\hat{\rho}_f(0) = \hat{\rho}_{f_1}(0) \otimes \hat{\rho}_{f_2}(0), \quad (8)$$

$\hat{\rho}_f(0)$ 为初始时刻场的密度算符,若模 i 场初始处于相干态 $|\alpha\rangle$ 并具有平均光子数 $\bar{n}_i = |\alpha|^2$, 则

$$\hat{\rho}_{f_i}(0) = \sum_{m_i, m'_i} \alpha^{m_i} \alpha^{*m'_i} e^{-|\alpha|^2} (m_i! m'_i!)^{-\frac{1}{2}} |m_i\rangle \langle m'_i|. \quad (9)$$

若模 i 场初始处于混沌态或热场^[8], 则

$$\hat{\rho}_{f_i}(0) = \sum_{m_i} [\bar{n}_i^{m_i} / (\bar{n}_i + 1)^{m_i+1}] |m_i\rangle \langle m'_i|. \quad (10)$$

λ_i 为模 i 场与原子的耦合系数,它在式中为一权重因子且其作用显然是非线性的.

由此,可计算相应的零延迟的二阶关联函数并用计算机作出曲线以便分析.

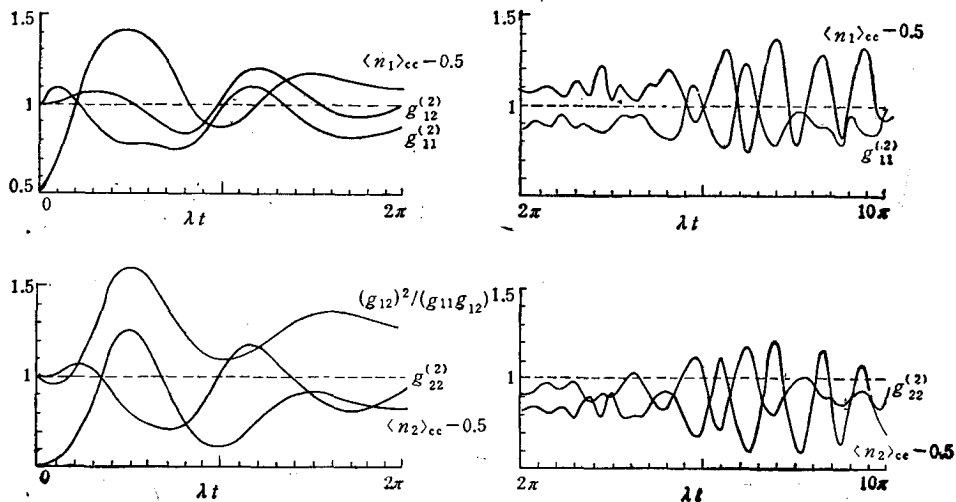


图1 $\bar{n}_1 = \bar{n}_2 = 1, \lambda_1 = \lambda_2 = \lambda$
双模场初始均处于相干态(用下标 c 表示)

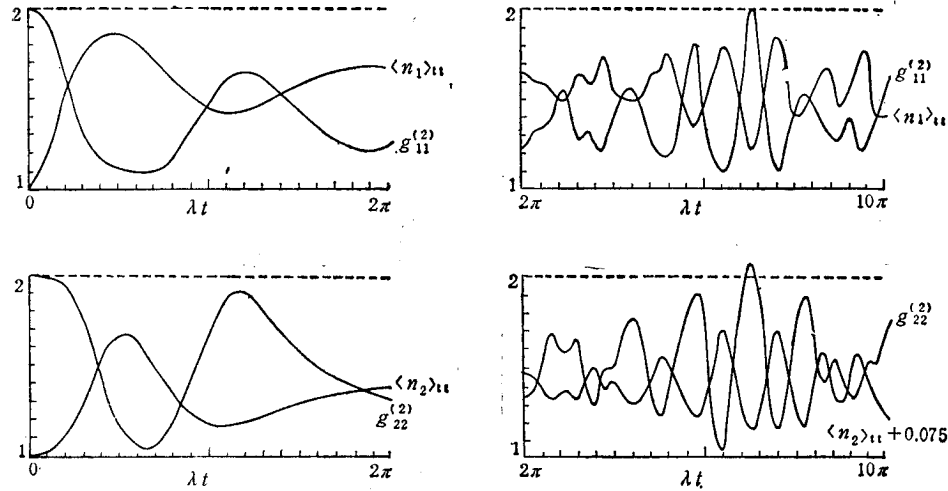


图2 $\bar{n}_1 = \bar{n}_2 = 1$, $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda$
双模场初始均处于热场(用下标 t 表示)

可以看到, 当腔场初始具有小的平均光子数时 ($\bar{n}_i = 1$), 原子与场的相互作用对场的二阶相关函数 $g_{ii}^{(2)}(0)$ 曲线起伏有较大的影响 (见图1, 图2). 当双模腔场初始均处于相干态时, 两个模场的 $g_{ii}^{(2)}(0)$ 曲线均在大于1与小于1之间振荡, 表现出两个辐射场各自具有的聚束效应与反聚束效应为“时间” λt 的函数, 而且相对来说两个模场的光子各均处于非经典的反聚束效应状态的“时间”为多. 仔细观察图1中的 $g_{ii}^{(2)}(0)$ 曲线与光子数平均值 $\langle \hat{n}_i \rangle$ 曲线, 可以看到在 $\langle \hat{n}_i \rangle$ 振荡曲线的衰减期以前二曲线约有 3/4 周期 (Rabi 频率) 的位相差, 而在衰减期以后二曲线则有近似的反相关系, 这表明辐射场的聚束与反聚束效应与原子的受激发射和吸收过程有一定的关系.

注意到光学腔中原子与场的相互作用的哈密顿量 $\hat{H}^I = \lambda_1 \hat{\sigma}_{12} \hat{a}_1 + \lambda_2 \hat{\sigma}_{23} \hat{a}_2 + \text{h.c.}$ 反映的是一个封闭体系, 能量在原子与场之间交换而使 $\langle \hat{n} \rangle$ 曲线振荡. 因此任一模的辐射场可看成是其原初始场 (平均光子数 $\bar{n}$) 与原子的影响 ($\langle \hat{n} \rangle - \bar{n}$) 这两部分的叠加. 若对任一模场用 n_f, n_a 分别描述其原初始场及原子发射、吸收的光子, 则 $n = n_f \pm n_a$ 可以简略且特征地表示原子受激发射或吸收时该辐射场的光子群体. 在三能级原子与双模场相互作用问题中有 $\langle \hat{n} \rangle - \bar{n} < 1$, 当初始场的场强增加时, $\langle \hat{n} \rangle - \bar{n}$ 曲线的 Rabi 频率加快而增强单位时间内的光子数密度, 但曲线幅度并不超过反映同模式单光子过程的 1. 为简化讨论, 仅考虑稳定振荡后 $\langle \hat{n} \rangle - \bar{n}$ 曲线的最大的波峰与波谷两个代表点, 此两点有接近于 1 的幅度而可以近似地代表原子发射及吸收光子的两个典型过程. 而当原子在发射或吸收一个光子时, 该光子具有确定的统计性质, 此时 n_a 接近粒子数算符的本征态, 若进一步简化而视 n_f 与 n_a 相互独立, 则有

$$g_{ii}^{(2)}(0) \approx 1 + \frac{\langle \Delta n_f^2 \rangle - \langle n_f \rangle^2}{\langle n_f \pm n_a \rangle^2} \mp \frac{\langle n_a \rangle}{\langle n_f \pm n_a \rangle^2}. \quad (11)$$

腔场初始处于相干态时, 有 $g_{ii}^{(2)}(0) \approx 1 \mp \frac{\langle n_a \rangle}{\langle n_f \pm n_a \rangle^2}$, 表现出辐射场的二阶相关函数

确实在小于 1 和大于 1 之间振荡并分别对应着原子受激发射与吸收的过程。当初始的场强较小时(如 $\bar{n}_i = 1$), $g^{(2)}$ 曲线有较大的不对称振幅。

初始场为热场时, 有 $g_i^{(2)}(0) \approx 1 + \frac{\langle n_i \rangle^2}{\langle n_i \pm n_a \rangle^2} \mp \frac{\langle n_a \rangle}{\langle n_i \pm n_a \rangle^2}$, 式中第二项的存在往上抬高了整个曲线同时又加大了振幅的上下不对称性。注意到完全量子化计算所得的 $\langle n \rangle$ 曲线并不是简单的谐振振荡曲线, 因而对应的 $g^{(2)}$ 曲线自然更趋复杂。图 2 的 $g_i^{(2)}(0)$ 曲线从表征热场的 2 开始下降, 但一直在反映为正关联的大于 1 的区域内不对称地振荡, 甚至在个别地方大于 2, 即在原子较强吸收光子时 $g^{(2)}$ 曲线亦反相比较大。反映了此时的辐射场有比初始热场还要强烈的聚束效应, 即其光子接续的紧凑程度超过了热平衡状态下的热光子的接续程度。

可以看到, 尽管图 1、图 2 各自反映的辐射场的光子平均数曲线基本相似, 但二者的二阶关联函数的曲线却是不同的。即使这两种辐射场在强度、频率, 偏振等各方面均相同, 但由于它们的统计性质不同而很容易通过强度关联的光子计数检测而区别开来。

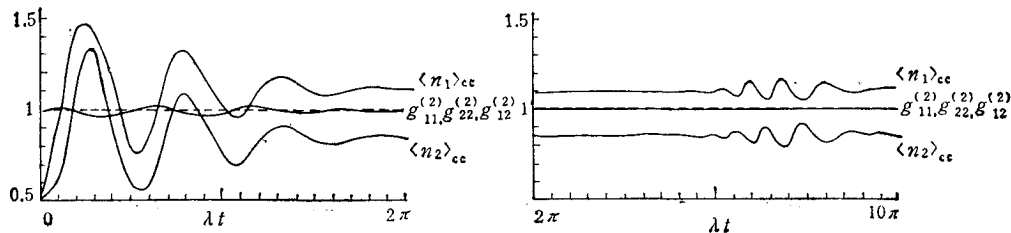


图 3 $\bar{n}_1 = \bar{n}_2 = 6, \lambda_1 = \lambda_2 = \lambda$
双模场初始均为相干场

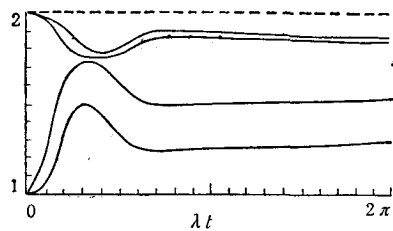


图 4 $\bar{n}_1 = \bar{n}_2 = 4, \lambda_1 = \lambda_2 = \lambda$
双模场初始均为热场

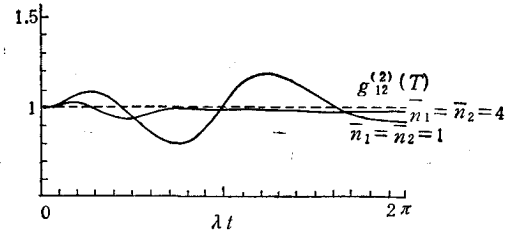


图 5 双模场初始均为热场的 $g_i^{(2)}(0)$ 曲线 振幅
大者 $\bar{n}_1 = \bar{n}_2 = 1$; 振幅小者 $\bar{n}_1 = \bar{n}_2 = 4$;
均有 $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda$

若初始场的平均光子数 $\bar{n}_i$ 增大, 则有比值 $\frac{\langle n_a \rangle}{\langle n_i \pm n_a \rangle^2}$ 变小及 $\frac{\langle n_i \rangle^2}{\langle n_i \pm n_a \rangle^2}$ 接近 1. 因此当腔场初始处于相干态有 $g_i^{(2)}$ 趋近 1, 而初始为热场则 $g_i^{(2)}$ 趋近 2. 从图 3、图 4 可以看到, 激发场场强的增大确实使两模辐射场各自的二阶关联函数曲线的振荡减弱并迅速趋近初始时刻激发场的二阶关联性质。即原子影响的相对程度随初始场强的增加而减小, 辐射场的性质主要由占据大多数比例的原初始场的统计性质所决定。

注意到原子初始处于激发态, 故辐射场的平均值要高于原初始场, 这偏高的部分来源

于原子受激发射的贡献,而这种贡献是反聚束性质的.从图1可以看到当 $\langle \hat{n}_i \rangle$ 在衰减期间的平坦部分高于 $\bar{n}_i$ 时, $g_i^{(2)}$ 确实小于1并使辐射场处于反聚束状态的时间相对增多.

在三能级原子与双模场的作用问题中还存在着两个模场之间的相互影响,(7)式反映了双模场通过原子耦合而具有某种整体性.我们在图1,图3,图5中作入了 $g_{12}^{(2)}(0)$ 曲线来反映两个模场光子之间的关系.原子初始处于激发态时,级联型跃迁结构的特点确定了模2场的光子发射只有在原子由激发态发射一个模1场的光子跃迁到中间能级以后才可能实现.因此在 $\lambda t > 0$ 的开始时间 $\langle \hat{n}_2 \rangle$ 曲线比 $\langle \hat{n}_1 \rangle$ 曲线略微滞后,此时有 $g_{12}^{(2)}(0) > 1$ 而显示二者之间的正关联,这也从另一个侧面反映了 $g^{(2)}$ 的物理意义及与 $\langle \hat{n} \rangle$ 之间固有的关系.无论初始场是热场还是相干场,当初始场强较小时($\bar{n}_i = 1$), $g_{12}^{(2)}(0)$ 曲线均随“时间” λt 的增长而在1的水平线上下振荡,而当初始场的强度增加后,二模通过原子耦合的影响相对减小,两个模场之间迅速趋近于零关联,二者光子之间的接续基本上是随机的而显示独立性.

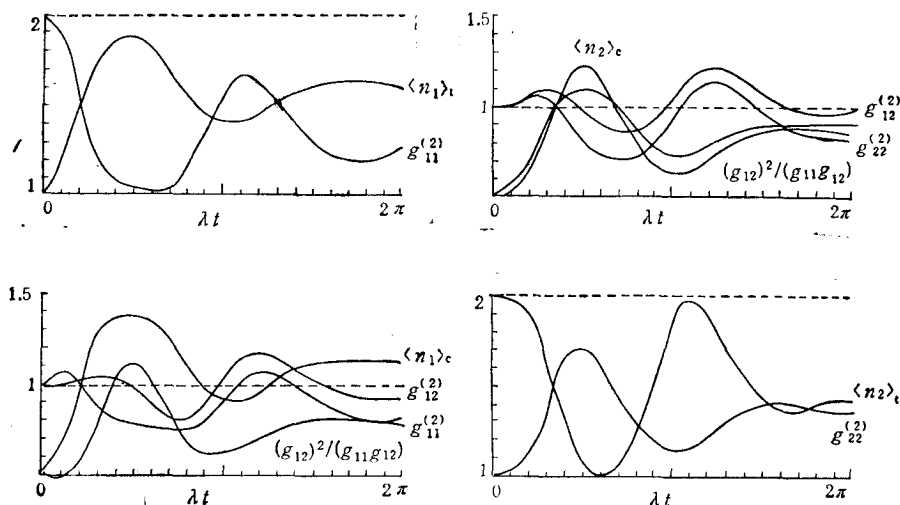


图6 $\bar{n}_1 = \bar{n}_2 = 1$, $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda$
两个模场初始各处于相干态及混沌态

当两个模场初始处于不同的统计状态,即分别为热场及相干场时,其 $g_{ii}^{(2)}(0)$ 曲线与前面两种情况下(或均为相干场或均为热场)对应的曲线相比较,变化甚微(见图6).反映了各模场的二阶关联函数的性质受邻模场性质的影响不大.

在经典理论中由Cauchy不等式 $\langle I_1^2 \rangle \langle I_2^2 \rangle \geq \langle I_1 I_2 \rangle^2$ 而有 $g_{11}^{(2)}(0)g_{22}^{(2)}(0) \geq [g_{12}^{(2)}(0)]^2$,我们在部分图中作入了 $[g_{12}^{(2)}(0)]^2 / [g_{11}^{(2)}(0)g_{22}^{(2)}(0)]$ 曲线.在两个模场初始各处于相干态及混沌态时,该曲线从纵标0.5处发展后均出现了超过1的情况(图6).在两个模场初始均处于相干态时,该曲线在 $\lambda t > 0$ 以后的大部分时间里都明显地大于1(图1),此时有 $g_{12}^{(2)}(0)g_{22}^{(2)}(0) < [g_{12}^{(2)}(0)]^2$ 而表现出强烈的非经典特性.

若该三能级原子的二对能级间隔等距离且与单模腔场共振,则在RWA近似下的相

相互作用哈密顿量为

$$\hat{H}_I = (\lambda_1 \hat{A}_a^\dagger \hat{A}_b + \lambda_2 \hat{A}_b^\dagger \hat{A}_c) \hat{a} + \text{H.c.}, \quad (12)$$

其中 $\hat{A}_\eta^\dagger, \hat{A}_\eta$ 为能态 $|\eta\rangle (\eta = a, b, c)$ 的产生和湮灭算符, 这里采用了相互作用绘景和自然单位. 若该单模腔场初始处于相干态 $|\alpha\rangle$ 而原子处于激发态 $|\alpha\rangle$, 可有薛定谔方程

$$|\dot{\phi}(t)\rangle = -i\hat{H}_I|\phi(t)\rangle, \quad (13)$$

其中

$$|\phi(t)\rangle = \sum_m [A(m, t)|a, m\rangle + B(m+1, t)|b, m+1\rangle + c(m+2, t)|c, m+2\rangle] \frac{\alpha^m}{\sqrt{m!}} e^{-\frac{1}{2}|\alpha|^2}, \quad (14)$$

且

$$|\phi(0)\rangle = |a, \alpha\rangle. \quad (15)$$

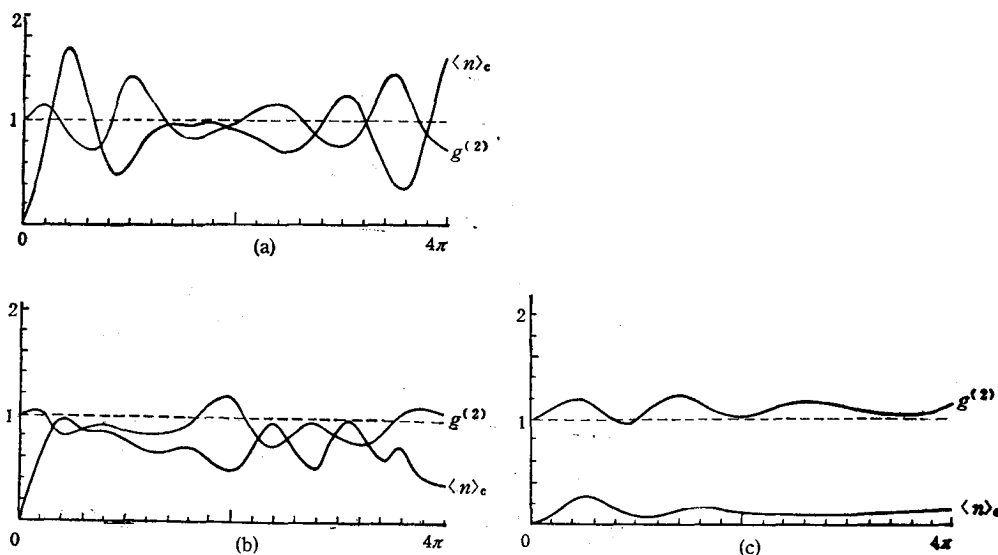


图7 级联单模共振 (a) 为 $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda$; (b) 为 $\lambda_1 = \lambda, \lambda_2 = \frac{\lambda}{2}$;

(c) 为 $\lambda_1 = \frac{\lambda}{2}, \lambda_2 = \lambda$; 场初始为相干态 $\bar{n} = 1$

可求得原子-场系统的密度算符

$$\hat{\rho}(t) = |\phi(t)\rangle\langle\phi(t)|. \quad (16)$$

该情况中场的另一非经典特性压缩会进一步加深, 但图7所示其聚束与反聚束效应的变化却与双模场情况相似. 注意到此时由于存在着同模式双光子过程而有 $1 < \langle\langle n \rangle - \bar{n}\rangle_{\max} < 2$, 故 $\frac{\langle n_a \rangle}{\langle n_f \pm n_a \rangle^2}$ 在 $\bar{n} = 1$ 的条件下并不增大甚至略有不对称地减小, 故图示的结果与前面的分析是符合的. 图中还作了 $\lambda_1 = \lambda, \lambda_2 = \frac{\lambda}{2}$ 及 $\lambda_1 = \frac{\lambda}{2}, \lambda_2 = \lambda$ 这两种耦合程度相对不同的情况, 前者 $\langle n \rangle$ 曲线表现出有弛豫过程的多光子现象而场在反聚束状态的时间增长; 后者 $\langle n \rangle$ 曲线振荡明显减弱其光子接续却基本上处于正关联状态表现出典型的非线性及量子特性.

参 考 文 献

- [1] R. Loudon *Rep. Prog. Phys.*, **43**(1980), 913.
- [2] R. J. Glauber, *Phys. Rev.*, **131**(1963), 2766.
- [3] X. S. Li and C. D. Guo *Phys. Rev.*, **A33**(1986), 2801.
- [4] H. J. Kimble, M. Dagenais, L. Mandel, *Phys. Rev. Lett.*, **39**(1977), 691.
- [5] M. Dagenais and L. Mandel, *Phys. Rev.*, **A318**(1978), 2217.
- [6] J. F. Clauser, *Phys. Rev.*, **D9**(1974), 853.
- [7] 李孝申, 物理学报, **34**(1985), 833.
- [8] X. S. Li and Y. N. Pang, *Phys. Rev.*, **A32**(1985), 1501.

ANTIBUNCHING OF THE STIMULATED EMISSION FROM A THREE LEVEL CASCADE ATOM

LIU ZHENG-DONG

(Department of Physics, Jiangxi Normal University, nanchang)

ABSTRACT

The second-order correlation functions of the stimulated emission in the case of a three-level cascade atom interacting with radiation fields initially in coherent states or chaotic states are discussed. It is found that there exists photon antibunching.