

级联双光子过程中的压缩现象

李 孝 申

(南京大学物理系)

刘 正 东

(江西师范大学物理系)

龚 昌 德

(南京大学物理系)

1986 年 12 月 15 日收到

提 要

本文采用薛定谔方程方法,研究了能级结构为级联型的三能级原子同单模腔场相互作用下,电磁场的压缩现象.讨论了激发强度及耦合系数对压缩的影响,并揭示了饱和效应和双光子过程的作用以及场-阶相干性与压缩现象的联系.

一、引 言

压缩态是电磁场的一种新的量子态,在此态中场的某个正交分量具有比相干态更小的量子起伏^[1].因此,它在弱场的探测(如引力波)、光通讯等方面有着潜在而重要的应用前景^[2].最近,它引起理论和实验工作者越来越浓厚的兴趣^[3-10].压缩效应是一种纯粹的量子效应,它往往在辐射场与原子的非线性相互作用的过程中产生^[3-10].而在光学共振腔中,腔模同原子的相互作用显示了纯量子力学效应和非线性现象^[11-18],这种过程无疑会产生压缩现象^[19].由于有关的实验技术已得到迅速的完善和发展^[20,21],共振腔中腔模场与稀少原子的相互作用的研究,已不仅具有学术意义,而且还具有实际意义^[16].

文献[19]已讨论了二能级原子与单模腔场共振相互作用时压缩态的出现,但压缩量较小,即 $(\Delta d_1)^2 \geq 0.2$.本文将讨论具有级联型跃迁的三能级原子同单模腔场相互作用中的压缩问题.现在的相互作用过程中已包含了双光子跃迁过程,该过程可望产生较深的压缩.在具体计算中,我们将从体系的薛定谔方程出发,求出态矢量后,再构造密度算符,下一步再用密度算符求出无量纲电场、磁场算符的涨落量,最后讨论激发场强度及耦合常数对压缩的影响.同时,还揭示了场的压缩量与相干性的联系.

二、场密度矩阵元和压缩现象

这里采用的原子模型同文献[15]一样,为级联三能级模型.在与单模腔场共振相互作用下,体系在相互作用绘景中的相互作用能为

$$\hat{H}_1 = (\lambda_1 \hat{a}_{12} + \lambda_2 \hat{a}_{23}) \hat{a} + \text{H.c.}, \quad (1)$$

其中符号与文献[17]中的相同。原子-场体系的态矢量满足薛定谔方程

$$i \frac{\partial}{\partial t} |\phi(t)\rangle = \hat{H}_1 |\phi(t)\rangle. \quad (2)$$

本文将考虑 $t = 0$ 时, 原子处于最上能态 $|a\rangle$, 而场处于 $|\alpha\rangle$. 因此有初始时刻的态矢量 $|\phi(0)\rangle = |a, \alpha\rangle$. 在 t 时刻显然有^[22]

$$|\phi(t)\rangle = e^{-\hat{n}/2} \sum_n \frac{\alpha^n}{\sqrt{n!}} [a_n(t) |a, n\rangle + b_{n+1}(t) |b, n+1\rangle + c_{n+2}(t) |c, n+2\rangle]. \quad (3)$$

把(1)和(3)代入(2)式并注意到态矢量的正交性^[22], 便可求得关于系数的微分方程组

$$\begin{aligned} i \frac{\partial}{\partial t} a_n(t) &= v_1 b_{n+1}(t), \\ i \frac{\partial}{\partial t} b_{n+1}(t) &= v_1 a_n(t) + v_2 c_{n+2}(t), \\ i \frac{\partial}{\partial t} c_{n+2}(t) &= v_2 b_{n+1}(t), \end{aligned} \quad (4)$$

其中 $v_1 = \lambda_1 \sqrt{n+1}$, $v_2 = \lambda_2 \sqrt{n+2}$. 利用初始条件 $a_n(0) = 1$, $b_{n+1}(0) = c_{n+2}(0) = 0$, 便可求得(4)式的解为

$$a_n(t) = 1 - \frac{v_1^2}{\mu_1^2} [1 - \cos \mu_1 t], \quad (5)$$

$$b_{n+1}(t) = -i \frac{v_1}{\mu_1} \sin \mu_1 t, \quad (6)$$

$$c_{n+2}(t) = -\frac{v_1 v_2}{\mu_1^2} [1 - \cos \mu_1 t], \quad (7)$$

其中 $\mu_1 = (v_1^2 + v_2^2)^{1/2}$. 这样, 由(3), (5)–(7)式便确定了态矢量 $|\phi(t)\rangle$, 进而确定了体系的密度算符

$$\hat{\rho}(t) = |\phi(t)\rangle \langle \phi(t)|. \quad (8)$$

这样场的密度算符矩阵元便可求得

$$\begin{aligned} \rho_{nn'}(t) &= \langle n | \hat{\rho}_f(t) | n' \rangle = \langle n | [\text{Tr}_A \hat{\rho}(t)] | n' \rangle \\ &= \exp[-i(n-n')Q_1] \cdot \exp(-\bar{n}) \cdot [\alpha^{n-2} \alpha^{*n'-2} / (n! n'!)^{\frac{1}{2}}] \\ &\quad \cdot \left[\frac{\bar{n}^2 \lambda_2^2 (n+2) + \lambda_1^2 (n+1) \cos \mu_1 t}{\mu_1^2} \cdot \frac{\lambda_2^2 (n'+2) + \lambda_1^2 (n'+1) \cos \mu_1 t}{\mu_1'^2} \right. \\ &\quad + \lambda_1^2 \bar{n} n' \frac{\sin \mu_2 t \cdot \sin \mu_2' t}{\mu_2 \cdot \mu_2'} + \lambda_1^2 \lambda_2^2 n n' (n-1)(n'-1) \frac{\cos \mu_3 t - 1}{\mu_3^2} \\ &\quad \left. \cdot \frac{\cos \mu_3' t - 1}{\mu_3'^2} \right], \end{aligned} \quad (9)$$

其中

$$\mu_i' = \mu_i |_{n=n'}, \quad \mu_2 = [\lambda_1^2 n + \lambda_2^2 (n+1)]^{\frac{1}{2}},$$

$$\mu_3 = [\lambda_1^2(n-1) + \lambda_2^2 n]^{\frac{1}{2}} \quad i = 1, 2, 3.$$

按通常的方法^[19], 现在引入复振幅算符 $\hat{d}_1$ 和 $\hat{d}_2$, 它们满足

$$\hat{d}_1 = \frac{1}{2}(\hat{a} + \hat{a}^+), \hat{d}_2 = \frac{1}{2i}(\hat{a} - \hat{a}^+) \quad (10)$$

以及 $[\hat{d}_1, \hat{d}_2] = i/2$. 实际上它们正代表了无量纲电场和磁场^[23]. 相应的测不准关系为 $\Delta d_1 \cdot \Delta d_2 \geq 1/4$. 当其中有一个满足 $(\Delta d_i)^2 < 1/4$ 时, 我们就可称该场处于压缩态^[3-10]. 这里涨落的表达式为

$$(\Delta d_{1,2})^2 = \frac{1}{4}(2\langle \hat{a}^+ \hat{a} \rangle + 1 \pm \langle \hat{a}^2 \rangle \pm \langle \hat{a}^{+2} \rangle) - \frac{1}{4}\langle \hat{a} \hat{a}^+ \rangle^2. \quad (11)$$

类似于文献[19], 利用(9)式便可求得(11)式的具体表达式, 然后借助于数值计算便可对场的压缩现象进行分析和讨论. 结果见图1—图10, 其中 $\phi = 0$ ^[19], 并且在图1—图8中取了 $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda$.

首先讨论激发场强度 $\bar{n}$ 对场压缩量的影响. 从图1—图8可以看出, 随着 $\bar{n}$ 的增大将出现下述现象: 压缩产生; 压缩出现的时间提前; 压缩量先增大然后又减小, 在 $\bar{n} = 6$ 至 8 之间压缩量为最大, 即此时的 $(\Delta d_1)^2_{\min} = 0.17$; 当 $\bar{n}$ 较大时压缩出现的次数增多. 显然, 激发场的强度 $\bar{n}$ 的增大将加强原子和腔场之间在 $t > 0$ 后的耦合. 正是这个非线性耦合才导致了压缩现象的出现. 然而, 由于相互作用过程的非线性性质, 激发强度的增大并不会无止境地导致压缩量的增大, 而是存在一种饱和效应, 这就是为什么当 $\bar{n}$ 大过一

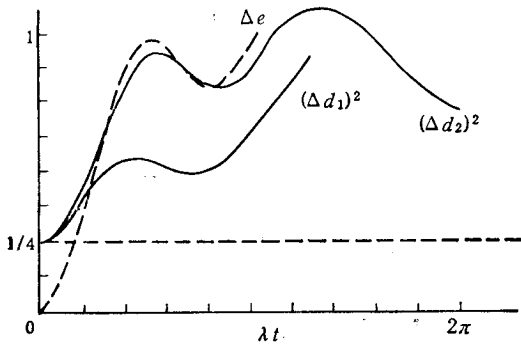


图1 $\bar{n} = 1$

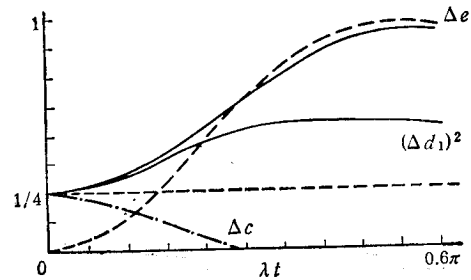


图2 $\bar{n} = 1$

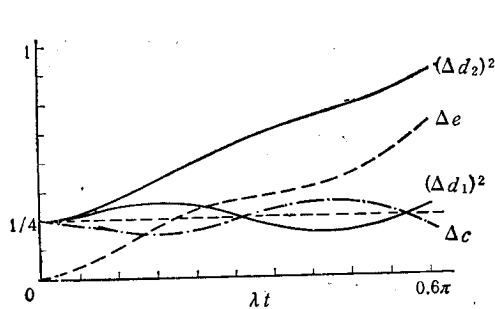


图3 $\bar{n} = 4$

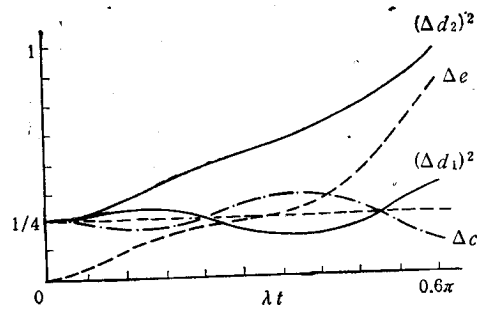
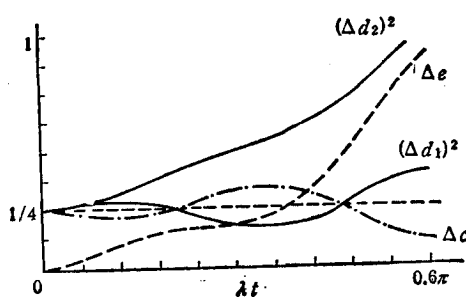
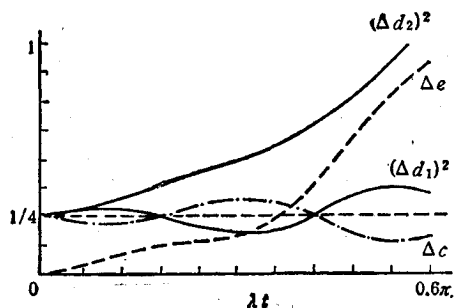
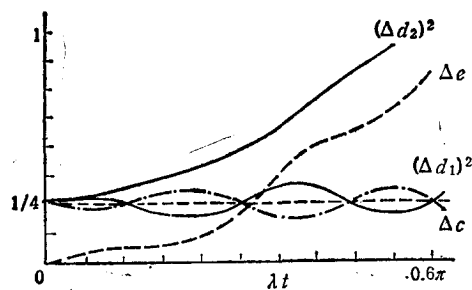
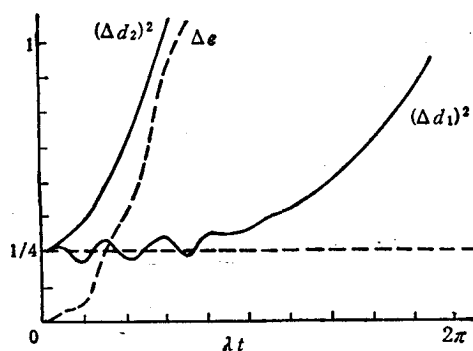
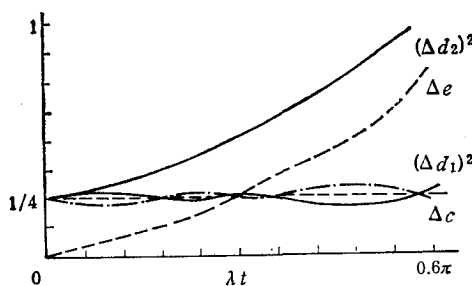
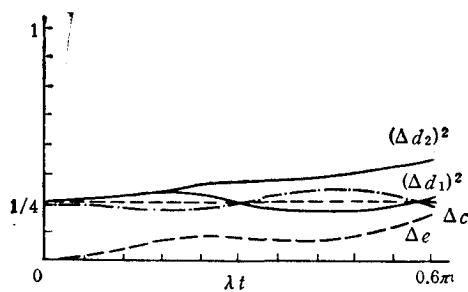


图4 $\bar{n} = 6$

图 5 $\bar{n} = 8$ 图 6 $\bar{n} = 10$ 图 7 $\bar{n} = 20$ 图 8 $\bar{n} = 30$ 图 9 $\bar{n} = 8; \lambda_1 = \lambda; \lambda_2 = 0.5\lambda$ 图 10 $\bar{n} = 8; \lambda_1 = 0.5\lambda; \lambda_2 = \lambda$

定值后 $(\Delta d_1)_{\min}^2$ 反而减小的原因。

从文献[18]我们已经知道, 激发场的强度对腔场的相干性质会产生巨大的影响。这里我们不妨讨论一下压缩现象与相干性质之间的关系。在相干性质的讨论中, 我们知道^[18], 当 $\langle E^- E^+ \rangle = \langle E^- \rangle \langle E^+ \rangle$ 时, 就可以近似地说腔场处于相干态。因此, 在此定义一个相干偏离度

$$\Delta E = \langle E^- E^+ \rangle - \langle E^- \rangle \langle E^+ \rangle, \quad (12)$$

以反映场与相干态的偏离程度。为了便于讨论, (12)式可以无量纲化, 因而有

$$\Delta e = \Delta E / \mathcal{E}^2 = \langle \hat{a} + \hat{a} \rangle - \langle \hat{a}^+ \rangle \langle \hat{a} \rangle. \quad (13)$$

本文的所有图中已包含了 Δe 的曲线, 故可以方便地进行分析。当 Δe 增大时, 腔场远离

相干态;当 Δc 减小时,腔场接近或趋近相干态. 另外,从(11)和(13)式可推得

$$(\Delta d_1)^2 + (\Delta d_2)^2 = \Delta c + \frac{1}{2}. \quad (14)$$

(14)式便把压缩现象和相干性质联系起来,从表观上看, Δc 减小将有利于压缩. 现在不妨看一下所有的图,便可知道确有此现象. 在这些图中,每当出现压缩时, Δc 曲线或者下凹或者上升的幅度减小(即 $\frac{d}{dt} \Delta c$ 减小). 也就是说,压缩的产生往往与腔场趋近相干态的现象同时出现. (14)式还可写成如下形式:

$$(\Delta d_1)^2 - \frac{1}{4} = -\left[\Delta c - \frac{1}{4}\right], \quad (15)$$

其中 $\Delta c = (\Delta d_2)^2 - \Delta c$. 显然, $(\Delta d_1)^2$ 和 Δc 曲线关于 $1/4$ 水平线成对称图形,这一点可从图 3—图 7 中明显看出. 也就是说,每当 $\Delta c > 1/4$ 时,便出现压缩. 此外,图中还显示了下述规律: 对于两个不对易量而言,一个量之所以取得压缩,是以另一个量的不确定程度增大而作为代价的.

最后,讨论耦合系数 λ_i 的影响. 我们知道^[23], λ_i 与在场的偏振方向上原子偶极矩阵元的投影值成正比,显然它们对级联双光子过程的强弱有巨大的影响. 在图 9 和图 10 中,分别计算了 $\lambda_1 = 2\lambda_2$ 和 $\lambda_1 = 0.5\lambda_2$ 这两种情况的值. 从图中可知,压缩量均变小. 这说明级联双光子过程减弱后,压缩量也随之减小.

三、结 束 语

至此我们已讨论了级联双光子过程对光学共振腔中辐射场压缩现象的影响与贡献. 这里的压缩量要比文献[19]的大,因此,我们期待在级联多光子过程中将发现更强的压缩效应. 另外,激发场的强弱对压缩量的影响中反映出来的饱和效应,可归因于腔场和原子之间的非线性耦合. 而压缩现象和场相干性质之间的有趣的联系,可被用于从其它角度来寻找和验证压缩现象以及研究场和原子相互作用过程中的量子力学本质^[23].

参 考 文 献

- [1] D. F. Walls and P. Zoller, *Phys. Rev. Lett.*, **47**(1981), 709.
- [2] C. M. Caves, *Phys. Rev.*, **D23**(1981), 1693.
- [3] M. W. Maeda *et al.*, *Phys. Rev.*, **A32**(1985), 3803.
- [4] W. Vogel and D. G. Welsch, *Phys. Rev. Lett.*, **54**(1985), 1802.
- [5] M. D. Levenson *et al.*, *Opt. Lett.*, **10**(1985), 514; R. E. Slusher *et al.*, *Phys. Rev. Lett.*, **55**(1985), 2409.
- [6] D. A. Holm and M. Sargent III, *Phys. Rev.*, **A33**(1986), 1073.
- [7] C. W. Gardiner, *Phys. Rev. Lett.*, **56**(1986), 1917.
- [8] D. A. Holm *et al.*, *Opt. Lett.*, **11**(1986), 443.
- [9] J. Janszky and Y. Y. Yushin, *Opt. Commun.*, **59**(1986), 151.
- [10] C. M. Savage and D. F. Walls, *Phys. Rev. Lett.*, **57**(1986), 2164.
- [11] J. H. Eberly *et al.*, *Phys. Rev. Lett.*, **44**(1980), 1323.
- [12] J. J. Sanchez-Mondragon *et al.*, *Phys. Rev. Lett.*, **51**(1983), 550.
- [13] N. B. Narozhny *et al.*, *Phys. Rev.*, **A23**(1981), 236.
- [14] X. S. Li and N. Y. Bei, *Phys. Lett.*, **101A**(1984), 169.

- [15] 李孝申, 物理学报, **34**(1985), 833; 李孝申、彭耀南, 物理学报, **35**(1986), 115.
- [16] H. I. Yoo and J. H. Eberly, *Phys. Rep.*, **118**(1985), 239.
- [17] X. S. Li and Y. N. Peng, *Phys. Rev.*, **A32**(1985), 1051.
- [18] X. S. Li and C. D. Gong, *Phys. Rev.*, **A33**(1986), 2801.
- [19] P. Meystre and M. S. Zubairy, *Phys. Lett.*, **89A**(1982), 390.
- [20] Y. Kaluzny *et al.*, *Phys. Rev. Lett.*, **51**(1983), 1175.
- [21] D. Meschede *et al.*, *Phys. Rev. Lett.*, **54**(1985), 551.
- [22] S. Y. Chu and D. C. Su, *Phys. Rev.*, **A25**(1982), 3169.
- [23] M. Sargent *et al.*, *Laser Physics*, Addison-Wesley, (1974), ch. 14.

SQUEEZING PHENOMENON IN THE CASCADE TWO-PHOTON PROCESS

LI XIAO-SHEN

(Department of Physics, Nanjing University)

LIU ZHENG-DONG

(Department of Physics, Teachers University of Jiangxi, Nanchang)

GONG CHANG-DE

(Department of Physics, Nanjing University)

ABSTRACT

The Schrodinger's equation method is used to investigate the squeezing phenomenon of the electromagnetic field in the case of a three-level cascade atom interacting with single-mode cavity field. The effects of the stimulating strength and the coupling constants on the squeezing phenomenon are discussed. Furthermore, the roles played by the saturation effect and the two-photon process, and the relation between the 1st order coherence and the squeezing effects of the field are revealed.