

横向 Zeeman He-Ne 激光器中 非线性混频效应的理论

金浩然 王庆吉 郑乐民

(北京大学无线电电子学系)

1987年1月2日收到

提 要

本文在文献[1]的基础上,考虑了原子速度的 Maxwell 分布,利用矢量场模型和 Lamb 半经典理论,研究了横向 Zeeman He-Ne 激光器中近简并四波混频效应,给出了高阶非线性项的计算公式,从理论上解释了拍频曲线畸变的物理原因. 并利用计算机进行了数值求解,结果表明本文的理论预言与实验结果相符.

一、引 言

近年来,人们对横向 Zeeman He-Ne 激光进行了不少理论和实验研究^[2-5]. 实验发现横向 Zeeman He-Ne 激光的拍频波形发生畸变^[4],文献[5]测量了横向 Zeeman He-Ne 激光中拍频信号中高次谐波的大小以及 σ , π 光自身拍频的频谱,但未能给予理论解释. 本文作者之一在文献[6]中首次用近简并四波混频理论解释了拍频信号的频谱分布,但没有给出高次谐波强度的定量结果. 之后作者在不考虑原子速率分布的简单情况下,利用矢量场模型和 Lamb 半经典理论,计算了四波混频效应对拍频信号的影响,初步估算了拍频信号中高次谐波的相对强度^[1],本文在文献[1]的基础上,考虑了原子速率的 Maxwell 分布,给出了气体介质中高阶非线性项的计算公式,从理论上解释了拍频曲线畸变的物理原因,并作了数值求解. 结果表明,本文的理论预言与实验结果基本相符.

二、粒子布居矩阵与近简并四波混频

激光腔内存在着两个偏振互相垂直的驻波电场,其能级跃迁见图1. 取激光传播方向为 y ,磁场方向为 z ,则有

$$\begin{aligned} \mathbf{E}(t) = & \frac{1}{2} \{ \hat{e}_x E_\sigma(t) \exp[-i(\omega_\sigma t + \varphi_\sigma)] + \hat{e}_z E_\pi(t) \exp[-i(\omega_\pi t + \varphi_\pi)] \} u(y) \\ & + \text{c.c.}, \end{aligned} \quad (1)$$

其中 $E_{\sigma,\pi}(t)$ 为时间的缓变量, $u(y) = \sin ky$, $k = 2\pi/\lambda$. 在由运动原子组成的介质中原子所感生的宏观极化强度矢量 $\mathbf{P}$ 是由不论其速度或激发位置如何的所有原子所贡献的,

只要原子于时刻 t_0 从其激发位置 y_0 运动到 y' , 就会于某一时刻 t' 在那里与电场发生相互作用。即满足 $y' = y_0 + v(t' - t_0)$ 的所
有原子均对宏观极化强度矢量有贡献

$$P_{\pi,\sigma}(y, t) = p_{\pi,\sigma} \int_{-\infty}^{+\infty} dv \sum_a \int_{-\infty}^t dt_0 \cdot \int_0^L dy_0 \lambda_a(y_0, t_0, v) \cdot \sum_{a,b} \rho_{ab}(\alpha, y_0, t_0, v, t) \cdot \delta(y - y_0 - vt + vt_0) + \text{c.c.}, \quad (2)$$

式中 $p_{\pi,\sigma}$ 为电偶极矩; $\lambda_a(y_0, t_0, v)$ 表示在时刻 t_0 , 位置 y_0 被激发到本征态 $|a\rangle$, 并且速度的 y 分量为 v 的原子数。 δ 为狄喇克函数。上式也可写为

$$P_{\pi,\sigma}(y, t) = p_{\pi,\sigma} \int_{-\infty}^{+\infty} dv \cdot \sum_{a,b} \rho_{ab}(y, v, t) + \text{c.c.}, \quad (3)$$

对 π 光 $a - b = 0$, 对 σ 光 $a - b = \pm 1$ 。式中粒子布居矩阵为

$$\rho(y, v, t) = \sum_a \int_{-\infty}^t dt_0 \cdot \int_0^L dy_0 \cdot \lambda_a(y_0, t_0, v) \cdot \rho(\alpha, y_0, t_0, v, t) \cdot \delta(y - y_0 - vt + vt_0). \quad (4)$$

粒子布居矩阵运动方程^[7]

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + v \frac{\partial}{\partial y} \right) \rho(y, v, t) = \lambda + \frac{1}{i\hbar} [\mathcal{H}, \rho] - \frac{1}{2} (\Gamma \rho + \rho \Gamma), \quad (5)$$

其中 λ 为激发矩阵, Γ 为弛豫矩阵^[1]。在腔内设有激光振荡时, 得到粒子布居矩阵运动方程的零阶解

$$\rho_{mn}^{(0)}(y, v, t) = \begin{cases} \frac{\lambda_c(y, v, t)}{\gamma_c} \delta_{m,n} & m = 1, 2, 3; \\ \frac{\lambda_g(y, v, t)}{\gamma_g} \delta_{m,n} & m = 4, 5, 6, 7, 8. \end{cases} \quad (6)$$

$\lambda_{c,g}$ 为上下能级激发速率, $\gamma_{c,g}$ 为上下能级衰变常数。此时的粒子布居差为

$$N(y, v, t) = \frac{\lambda_c(y, v, t)}{\gamma_c} - \frac{\lambda_g(y, v, t)}{\gamma_g}. \quad (7)$$

我们假定一个激发机制, 它可分解为

$$N(y, v, t) = W(v) \cdot N(y, t), \quad (8)$$

其中 $W(v) = (\sqrt{\pi}u)^{-1} \cdot \exp[-(\omega - \omega_0)^2 / (ku)^2]$ 为 Maxwell 速度分布, u 为最可几速率, ω_0 为谱线中心圆频率。

将(6)式代入布居矩阵运动方程(5)可得一阶近似解

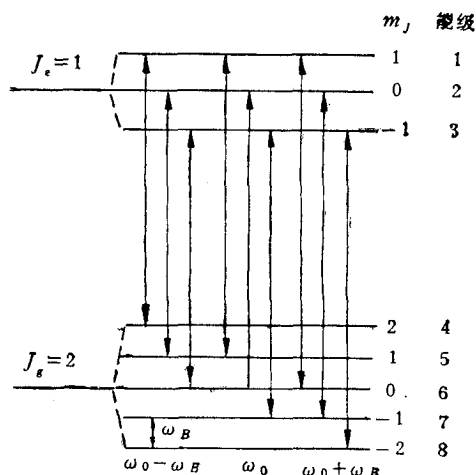


图1 横向 Zeeman He-Ne 激光 6328 Å 能级跃迁示意图

$$\begin{aligned}
\rho_{14}^{(1)}(y, v, t) &= -i \frac{p_\sigma E_\sigma(t)}{4\hbar} N(y, v, t) \cdot u(y) \cdot \exp[-i(\omega_\sigma t + \varphi_\sigma)] \\
&\quad \cdot [\mathcal{D}(\omega_0 - \omega_B - \omega_\sigma + kv) + \mathcal{D}(\omega_0 - \omega_B - \omega_\sigma - kv)], \\
\rho_{16}^{(1)}(y, v, t) &= -i \frac{p_\sigma E_\sigma(t)}{4\hbar} N(y, v, t) \cdot u(y) \cdot \exp[-i(\omega_\sigma t + \varphi_\sigma)] \\
&\quad \cdot [\mathcal{D}(\omega_0 + \omega_B - \omega_\sigma + kv) + \mathcal{D}(\omega_0 + \omega_B - \omega_\sigma - kv)], \\
\rho_{23}^{(1)}(y, v, t) &= \rho_{36}^{(1)}(y, v, t) = \rho_{14}^{(1)}(y, v, t), \\
\rho_{27}^{(1)}(y, v, t) &= \rho_{38}^{(1)}(y, v, t) = \rho_{16}^{(1)}(y, v, t), \\
\rho_{15}^{(1)}(y, v, t) &= -i \frac{p_\pi E_\pi(t)}{4\hbar} \cdot N(y, v, t) \cdot u(y) \cdot \exp[-i(\omega_\pi t + \varphi_\pi)] \\
&\quad \cdot [\mathcal{D}(\omega_0 - \omega_\pi + kv) + \mathcal{D}(\omega_0 - \omega_\pi - kv)], \\
\rho_{26}^{(1)}(y, v, t) &= \rho_{37}^{(1)}(y, v, t) = \rho_{15}^{(1)}(y, v, t); \text{ 其它 } \rho_{mn}^{(1)} = 0,
\end{aligned} \tag{9}$$

其中 $\mathcal{D}(\Delta\omega) = \frac{1}{\gamma + i\Delta\omega}$; $\gamma = \frac{1}{2}(\gamma_e + \gamma_g)$.

重复叠代, 得到粒子布居矩阵三阶近似解

$$\begin{aligned}
\rho_{16}^{(3)}(y, v, t) &= i \frac{E_\sigma p_\sigma}{8\hbar\gamma} N(y, v, t) \cdot \exp[-i(\omega_\sigma t + \varphi_\sigma)] \cdot \frac{1}{2} [f_1(v) \cdot \mathcal{D}(\omega_1^+) \\
&\quad + f_2(v) \cdot \mathcal{D}(\omega_1^-)] \cdot \{2\gamma I_\sigma \cdot [\mathcal{L}(\omega_1^+) + \mathcal{L}(\omega_1^-) + \mathcal{L}(\omega_3^+) \\
&\quad + \mathcal{L}(\omega_3^-)] + \gamma_g I_\pi [\mathcal{L}(\omega_2^+) + \mathcal{L}(\omega_2^-)]\} \\
&\quad + i \frac{E_\sigma p_\sigma \gamma_g \gamma_e}{16\hbar} N(y, v, t) \cdot I_\sigma \cdot \exp[-i(\omega_\sigma t + \varphi_\sigma)] \\
&\quad \cdot \frac{\mathcal{D}_g}{2} \{ [\mathcal{D}_g(2\omega_B + \mathcal{D}_e(2\omega_B))] \cdot [\mathcal{D}(\omega_3^+ + \mathcal{D}(\omega_3^-))] \\
&\quad + \frac{1}{2} \mathcal{D}(\omega_3^+) \cdot [\mathcal{D}_g(2\omega_B + 2kv) + \mathcal{D}_e(2\omega_B + 2kv)] \\
&\quad + \frac{1}{2} \mathcal{D}(\omega_3^-) \cdot [\mathcal{D}_g(2\omega_B - 2kv) + \mathcal{D}_e(2\omega_B - 2kv)] \} \\
&\quad + i \frac{E_\sigma p_\sigma \gamma_g \gamma_e}{16\hbar} N(y, v, t) \cdot I_\pi \cdot \exp[-i(\omega_\sigma t + \varphi_\sigma)] \\
&\quad \cdot \frac{\mathcal{D}_2}{2} \{ [\mathcal{D}_g(\omega_B - \omega_{\sigma\pi}) + \mathcal{D}_e(\omega_B - \omega_{\sigma\pi})] \cdot [\mathcal{D}(\omega_3^+ + \mathcal{D}(\omega_3^-))] \\
&\quad + \frac{1}{2} \mathcal{D}(\omega_3^+) [\mathcal{D}_g(\omega_B - \omega_{\sigma\pi} + 2kv) + \mathcal{D}_e(\omega_B - \omega_{\sigma\pi} + 2kv)] \\
&\quad + \frac{1}{2} \mathcal{D}(\omega_3^-) \cdot [\mathcal{D}_g(\omega_B - \omega_{\sigma\pi} - 2kv) + \mathcal{D}_e(\omega_B - \omega_{\sigma\pi} - 2kv)] \} \\
&\quad + i \frac{E_\sigma p_\sigma \gamma_g \gamma_e}{16\hbar} N(y, v, t) \cdot I_\pi \cdot \exp\{-i[(2\omega_\pi - \omega_\sigma)t + 2\varphi_\pi - \varphi_\sigma]\} \\
&\quad \cdot \frac{\mathcal{D}_1}{2} \{ [\mathcal{D}_g(\omega_B + \omega_{\sigma\pi}) + \mathcal{D}_e(\omega_B + \omega_{\sigma\pi})] \cdot [\mathcal{D}(\omega_0 + \omega_B - 2\omega_\pi
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \omega_{\sigma} + kv) + \mathcal{D}(\omega_0 + \omega_B - 2\omega_{\pi} + \omega_{\sigma} - kv)] \\
& + \frac{1}{2} [\mathcal{D}_g(\omega_B + \omega_{\sigma\pi} + 2kv) + \mathcal{D}_c(\omega_B + \omega_{\sigma\pi} + 2kv)] \\
& \cdot \mathcal{D}(\omega_0 + \omega_B - 2\omega_{\pi} + \omega_{\sigma} + kv) + \frac{1}{2} [\mathcal{D}_g(\omega_B + \omega_{\sigma\pi} - 2kv) \\
& + \mathcal{D}_c(\omega_B + \omega_{\sigma\pi} - 2kv)] \cdot \mathcal{D}(\omega_0 + \omega_B - 2\omega_{\pi} + \omega_{\sigma} - kv) \}, \quad (10)
\end{aligned}$$

其中等号右端第四个{ }项为近简并四波混频项的贡献。\$\rho_{14}^{(3)}\$, \$\rho_{25}^{(3)}\$, \$\rho_{27}^{(3)}\$, \$\rho_{36}^{(3)}\$, \$\rho_{38}^{(3)}\$ 具有与 \$\rho_{10}^{(3)}\$ 相似的结果。同样地,

$$\begin{aligned}
\rho_{13}^{(3)}(y, v, t) = & i \frac{E_{\pi} p_{\pi}}{8\hbar\gamma} N(y, v, t) \cdot \exp[-i(\omega_{\pi}t + \varphi_{\pi})] \cdot \frac{1}{2} [f_1(v)\mathcal{D}(\omega_2^+) \\
& + f_2(v)\mathcal{D}(\omega_2^-)] \cdot \{2\gamma I_{\pi}[\mathcal{L}(\omega_2^+) + \mathcal{L}(\omega_2^-)] + \gamma_g I_{\sigma}[\mathcal{L}(\omega_3^+) \\
& + \mathcal{L}(\omega_3^-)] + 2\gamma I_{\sigma}[\mathcal{L}(\omega_1^+) + \mathcal{L}(\omega_1^-)]\} \\
& + i \frac{E_{\pi} p_{\pi} \gamma_g \gamma_c}{16\hbar} N(y, v, t) \cdot \exp[-i(\omega_{\pi}t + \varphi_{\pi})] \\
& \cdot \left\{ \frac{1}{2} [\mathcal{D}_c(\omega_B + \omega_{\sigma\pi})\mathcal{D}_1 + \mathcal{D}_g^*(\omega_B - \omega_{\sigma\pi})\mathcal{D}_2^* \right. \\
& + \mathcal{D}_g(\omega_B + \omega_{\sigma\pi})\mathcal{D}_1] \cdot [\mathcal{D}(\omega_2^+) + \mathcal{D}(\omega_2^-)] \\
& + \frac{1}{4} [\mathcal{D}_c(\omega_B + \omega_{\sigma\pi} + 2kv)\mathcal{D}_1 + \mathcal{D}_g^*(\omega_B - \omega_{\sigma\pi} - 2kv)\mathcal{D}_2^* \\
& + \mathcal{D}_g(\omega_B + \omega_{\sigma\pi} + 2kv)\mathcal{D}_1] \mathcal{D}(\omega_2^+) + \frac{1}{4} [\mathcal{D}_c(\omega_B + \omega_{\sigma\pi} \\
& - 2kv)\mathcal{D}_1 + \mathcal{D}_g^*(\omega_B - \omega_{\sigma\pi} + 2kv)\mathcal{D}_2^* \\
& + \mathcal{D}_g(\omega_B + \omega_{\sigma\pi} - 2kv)\mathcal{D}_1] \mathcal{D}(\omega_2^-) \} \\
& + i \frac{E_{\pi} p_{\pi} \gamma_g \gamma_c}{16\hbar} N(y, v, t) \cdot I_{\sigma} \cdot \exp \cdot \{-i[(2\omega_{\sigma} - \omega_{\pi})t \\
& + 2\varphi_{\sigma} - \varphi_{\pi}]\} \cdot \left\{ \frac{1}{2} [\mathcal{D}_c(\omega_B - \omega_{\sigma\pi})\mathcal{D}_2 + \mathcal{D}_g^*(\omega_B + \omega_{\sigma\pi})\mathcal{D}_1^*] \right. \\
& \cdot [\mathcal{D}(\omega_0 - 2\omega_{\sigma} + \omega_{\pi} + kv) + \mathcal{D}(\omega_0 - 2\omega_{\sigma} + \omega_{\pi} - kv)] \\
& + \frac{1}{4} [\mathcal{D}_c(\omega_B - \omega_{\sigma\pi} + 2kv)\mathcal{D}_2 + \mathcal{D}_g^*(\omega_B + \omega_{\sigma\pi} - 2kv)\mathcal{D}_1^*] \\
& \cdot \mathcal{D}(\omega_0 - 2\omega_{\sigma} + \omega_{\pi} + kv) + \frac{1}{4} [\mathcal{D}_c(\omega_B - \omega_{\sigma\pi} - 2kv)\mathcal{D}_2 \\
& + \mathcal{D}_g^*(\omega_B + \omega_{\sigma\pi} + 2kv)\mathcal{D}_1^*] \cdot \mathcal{D}(\omega_0 - 2\omega_{\sigma} + \omega_{\pi} - kv) \}, \quad (11)
\end{aligned}$$

其中等号右端最后一个{ }项为近简并四波混频项的贡献。\$\rho_{26}^{(3)}\$ 与 \$\rho_{37}^{(3)}\$ 具有和 \$\rho_{13}^{(3)}\$ 相似的结果。式中

$$\mathcal{L}(\Delta\omega) = \frac{\gamma^2}{\gamma^2 + (\Delta\omega)^2}; \quad \mathcal{D}_{c,g}(\Delta\omega) = \frac{1}{\gamma_{c,g} + i\Delta\omega};$$

$$f_{1,2}(\nu) = 1 + \frac{\gamma_e(\gamma_e \pm i2k\nu)}{2(\gamma_e^2 + 4k^2\nu^2)};$$

$$\mathcal{D}_1 = \mathcal{D}(\omega_2^+) + \mathcal{D}(\omega_2^-) + \mathcal{D}^*(\omega_1^+) + \mathcal{D}^*(\omega_1^-);$$

$$\mathcal{D}_2 = \mathcal{D}^*(\omega_2^+) + \mathcal{D}^*(\omega_2^-) + \mathcal{D}(\omega_3^+) + \mathcal{D}(\omega_3^-);$$

$$\mathcal{D}_3 = \mathcal{D}(\omega_3^+) + \mathcal{D}(\omega_3^-) + \mathcal{D}^*(\omega_1^+) + \mathcal{D}^*(\omega_1^-);$$

$$\omega_1^\pm = \omega_0 - \omega_B - \omega_\sigma \pm k\nu; \quad \omega_2^\pm = \omega_0 - \omega_\pi \pm k\nu;$$

$$\omega_3^\pm = \omega_0 + \omega_B - \omega_\sigma \pm k\nu;$$

$I_{\sigma,\pi}$ 为无量纲光强表达式

$$I_\sigma = \frac{p_\sigma^2 E_\sigma^2}{2\hbar^2 \gamma_e \gamma_g}; \quad I_\pi = \frac{p_\pi^2 E_\pi^2}{2\hbar^2 \gamma_e \gamma_g}. \quad (12)$$

三、自洽方程与微扰解

由电磁场的矢量波动方程

$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{E} + \mu_0 \sigma \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} + \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} = -\mu_0 \frac{\partial^2 \mathbf{P}}{\partial t^2}, \quad (13)$$

忽略掉二阶小量并去掉复共轭项

$$\dot{E}_{\sigma,\pi} + \frac{\omega}{2Q} E_{\sigma,\pi} = -\frac{\omega}{2\epsilon_0} \text{Im}(\mathcal{D}_{\sigma,\pi}). \quad (14)$$

按照电场的形式,宏观极化强度可表为

$$\begin{aligned} \mathbf{P}(y, t) = & \frac{1}{2} \{ \hat{e}_x \mathcal{D}_\sigma(t) \cdot \exp[-i(\omega_\sigma t + \varphi_\sigma)] + \hat{e}_x \mathcal{D}_\pi(t) \\ & \cdot \exp[-i(\omega_\pi t + \varphi_\pi)] \} \varphi(y) + \text{c.c.}, \end{aligned} \quad (15)$$

$\mathcal{D}_{\sigma,\pi}(t)$ 为时间的缓变函数,由(3)式得

$$\begin{aligned} \mathcal{D}_\sigma(t) = & 2p_\sigma \cdot \exp[i(\omega_\sigma t + \varphi_\sigma)] \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} d\nu \frac{1}{\mathcal{N}} \int_0^L dy \cdot u^*(y) \cdot \sum_{\substack{a,b \\ a-b=\pm 1}} \rho_{ab}(y, \nu, t), \\ \mathcal{D}_\pi(t) = & 2p_\pi \cdot \exp[i(\omega_\pi t + \varphi_\pi)] \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} d\nu \frac{1}{\mathcal{N}} \int_0^L dy \cdot u^*(y) \cdot \sum_{\substack{a,b \\ a-b=0}} \rho_{ab}(y, \nu, t), \end{aligned} \quad (16)$$

其中 L 为增益区长度, $\mathcal{N}$ 为归一化因子,

$$\mathcal{N} = \int_0^L dy |u(y)|^2. \quad (17)$$

由布居矩阵一阶及三阶近似解可求出一阶及三阶宏观极化强度矢量, $\mathcal{D}_{\sigma,\pi}(t) = \mathcal{D}_{\sigma,\pi}^{(1)}(t) + \mathcal{D}_{\sigma,\pi}^{(3)}(t) + \dots$, 代入(14)式自洽方程变为

$$\begin{aligned} \dot{E}_\pi = & E_\pi [\alpha_\pi - \beta_\pi I_\pi - \theta_{\pi\sigma} I_\sigma - \epsilon_{\pi\sigma}(t) I_\sigma], \\ \dot{E}_\sigma = & E_\sigma [\alpha_\sigma - \beta_\sigma I_\sigma - \theta_{\sigma\pi} I_\pi - \epsilon_{\sigma\pi}(t) I_\pi], \end{aligned} \quad (18)$$

其中 $\alpha_{\sigma,\pi}$ 为线性净增益系数, $\beta_{\sigma,\pi}$ 为自饱和系数, $\theta_{\sigma\pi}, \theta_{\pi\sigma}$ 为交叉饱和系数, $\epsilon_{\pi\sigma}, \epsilon_{\sigma\pi}$ 为四波混频交叉饱和系数, 他们可由(9), (10), (11)式推出. 将(18)式两边乘以 $E_{\pi,\sigma}$, 得到

$$\begin{aligned} \dot{I}_\pi &= 2I_\pi[\alpha_\pi - \beta_\pi I_\pi - \theta_{\pi\sigma} I_\sigma - \varepsilon_{\pi\sigma}(t)I_\sigma], \\ \dot{I}_\sigma &= 2I_\sigma[\alpha_\sigma - \beta_\sigma I_\sigma - \theta_{\sigma\pi} I_\pi - \varepsilon_{\sigma\pi}(t)I_\pi]. \end{aligned} \quad (19)$$

由于 $|\varepsilon_{\pi\sigma}(t)|, |\varepsilon_{\sigma\pi}(t)| \ll \alpha, \beta, \theta$, 可微扰求解: $I_{\pi,\sigma} = I_{\pi,\sigma}^{(0)} + I_{\pi,\sigma}^{(1)}(t) + \dots$, 其中

$$I_\pi^{(0)} = \frac{\beta_\sigma \alpha_\pi - \theta_{\pi\sigma} \alpha_\sigma}{\beta_\sigma \beta_\pi - \theta_{\pi\sigma} \theta_{\sigma\pi}}; \quad I_\sigma^{(0)} = \frac{\alpha_\sigma \beta_\pi - \alpha_\pi \theta_{\sigma\pi}}{\beta_\sigma \beta_\pi - \theta_{\pi\sigma} \theta_{\sigma\pi}}. \quad (20)$$

将(20)式代入(19)式得

$$\begin{aligned} \dot{I}_\sigma^{(1)}(t) &= 2I_\sigma^{(0)}[-\beta I_\sigma^{(1)} - \theta_{\sigma\pi} I_\pi^{(1)} - \varepsilon_{\sigma\pi}(t)I_\pi^{(0)}], \\ \dot{I}_\pi^{(1)}(t) &= 2I_\pi^{(0)}[-\beta_\pi I_\pi^{(1)} - \theta_{\pi\sigma} I_\sigma^{(1)} - \varepsilon_{\pi\sigma}(t)I_\sigma^{(0)}]. \end{aligned} \quad (21)$$

上式为常系数线性微分方程组可容易求解。(21)式的稳态解为

$$\begin{aligned} I_\pi^{(1)}(t) &= A_\pi \cdot \cos(2\omega_{\sigma\pi}t + \varphi_1), \\ I_\sigma^{(1)}(t) &= A_\sigma \cdot \cos(2\omega_{\sigma\pi}t + \varphi_2), \end{aligned} \quad (22)$$

$A_{\pi,\sigma}$ 为 $\alpha, \beta, \theta, \varepsilon, I_{\pi,\sigma}^{(0)}$ 的函数。

四、数值解与实验结果

根据上面推出的公式, 光强表达式(20),(21),(22)可进行数值求解。选取粒子数密

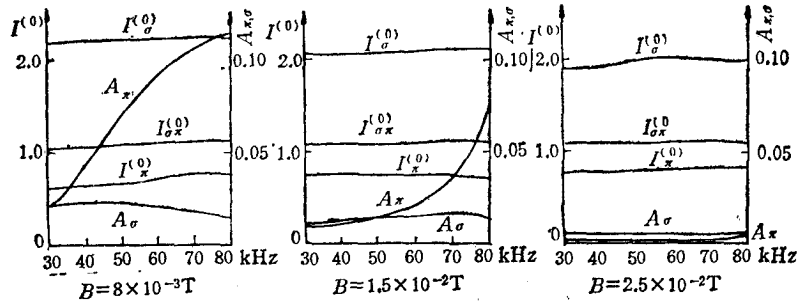


图 2

度 N_0 为 3.3×10^{15} , 腔 Q 值 ($Q_\pi = Q_\sigma$) 为 1×10^7 , 上、下能级衰减速率为 $\gamma_e = 50$ MHz, $\gamma_g = 60$ MHz. 图 2 为磁场等于 8×10^{-3} , 1.5×10^{-2} , 2.5×10^{-2} T 时, π, σ 光自身拍频的二次谐波强度 $A_{\pi,\sigma}$ 与 π, σ 光的直流分量 $I_{\pi,\sigma}^{(0)}$ 以及 π - σ 拍频强度的比较图。由于我们选取的 $Q_\pi = Q_\sigma$, 因此在磁场不很强时, σ 光为 π 光光强的二倍。图 3 为 π, σ 光中拍频的二次谐波强度随磁场的变化曲线图。从图 3 中可看出, 磁场较小时 (拍频稳定在 50 kHz), 二次谐波强度较大, 随着磁场增加, π, σ 光自身的二次谐波强度变小。

当拍频锁定在 $f_{\sigma,\pi} = 45.9$ kHz 时, 由实验测得的谐波量相对于基波强度如表 1 所示。

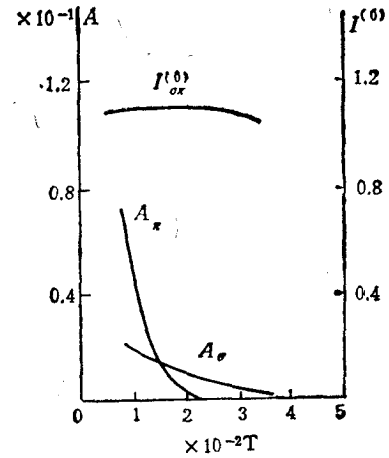


图 3 $\Delta f = 50$ kHz

表 1

磁场 $B(\text{T})$	波形	基波(dB)	二次谐波 (dB)	三次谐波 (dB)	四次谐波 (dB)	五次谐波 (dB)
7.5×10^{-3}	π	0	+22	-10	-3	
	σ	0	+15	-15	-8	
	$\pi-\sigma$	0	-23	-30	-58	
19×10^{-3}	π	0	+17	-7	0	
	σ	0	+14	-13	-4	
	$\pi-\sigma$	0	-32	-24	-47	-43
25×10^{-3}	π	0	+15	-6	-3	
	σ	0	+9	-18	-11	
	$\pi-\sigma$	0	-39	-25	-54	-47

图 3 的理论曲线表明, 磁场越小, 二次谐波含量越大, 且 π 光中拍频的二次谐波强度大于 σ 光中拍频的二次谐波强度, 与表 1 中列出的实验数值符合. $\pi-\sigma$ 拍频中的二次谐波是由 π , σ 光中拍频的二次谐波所贡献的, 由图 3 可见在磁场分别为 8×10^{-3} , 1.9×10^{-2} , $2.5 \times 10^{-2} \text{T}$ 时, 拍频中二次谐波强度相对于基波强度为 -22, -37, -46 dB, 从表 1 实验测得为 -23, -32, -39 dB, 两者也基本符合.

图 4 为磁场小于 0.01 T, 拍频为 40 kHz 时由示波器观察到的 π , σ 光自身拍频波形与 $\pi-\sigma$ 拍频波形. 由此图 4 可看出, π , σ 自身拍频主要是由二次谐波分量组成, 并可测出 $\pi-\sigma$ 基拍频是 π 光自身的二次谐波的 23 倍, 是 σ 光自身谐波的 24 倍. 由图 2 可见, 在磁场为

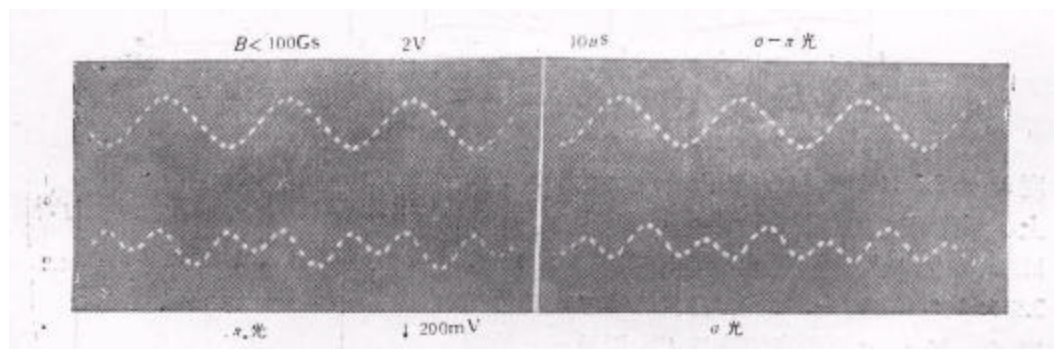


图 4

$8 \times 10^{-3} \text{T}$ 时, 理论计算的 $\pi-\sigma$ 拍频强度为 π 光的 27.5 倍, σ 光的 37 倍, 两者大体一致.

五、结果与讨论

1. 由上述分析可以看出, 横向 Zeeman 激光器拍频频谱不纯, 其原因是由于 He-Ne 激光介质 Ne 能级结构本身造成的, 因此横向 Zeeman 激光器各分量中拍频的高次谐波是不可避免的. 而纵向 Zeeman 激光器受激辐射的是两个圆偏振光, 其能级之间不会发

生近简并混频现象(跃迁选择定则所限制),所以拍频中高次谐波的含量很小,实验也证实了这一推论。

2. 由表 1 可以看出, π , σ 光中拍频还有较强的四次谐波含量(大于三次谐波),由本文所用的理论模型进行的计算表明, π , σ 自身的拍频频谱中基波和三次谐波应为 0, 四次谐波来自腔内的八波混频, 由于计算四次谐波强度要涉及更加繁复的密度矩阵计算, 本文没有进行定量的计算。图 5 给出了横向 Zeeman He-Ne 激光器中可能存在的高次近简并混频效应, 这些效应使得 π , σ 自身的拍频产生二次、四次直到八次的偶次谐波, 更高阶的偶次谐波也不会出现。四次以上的谐波强度相对太小, 实验没有观察到。

3. 实验中我们还发现, π 光(或 σ 光)自身拍频也有基波成分, 这可能是由于选用的偏振片消光比不高(约 10^{-2}), 消光不充分, 使得各分量中留有残余的基拍频成份造成的。此外, 激光腔的各向异性也会导致腔内两个分量的耦合, 使得输出的一个分量含有另外一个分量的频谱成分。

在实验过程中, 得到了本校王楚教授的指导, 理论部分和本校物理系甘子钊教授进行了有益的讨论。在此一并表示感谢。

参 考 文 献

- [1] 金浩然、王庆吉、郑乐民, 物理学报, **36**(1987), 78.
- [2] W. Culshaw and Kanneland, *Phys. Rev.*, **145**(1966), 257.
- [3] 巴恩旭、杨性愉、沈寿春, 物理学报, **33**(1984), 496.
- [4] N. Umeda, M. Tsukiji and H. Takasaki, *Appl. Opt.*, **19**(1980), 442.
- [5] 王楚、吴义芳、沈伯弘, 北京大学学报(自然科学版) (1)(1987), 102.
- [6] Zheng Leming, Wang Chu, Wu Yifang, *Opt. Comm.*, **59**(1986), 293.
- [7] M. Sargent III, M. O. Scully and W. E. Lamb, Jr., *Laser Physics*, Addison-Wesley, London, (1974).

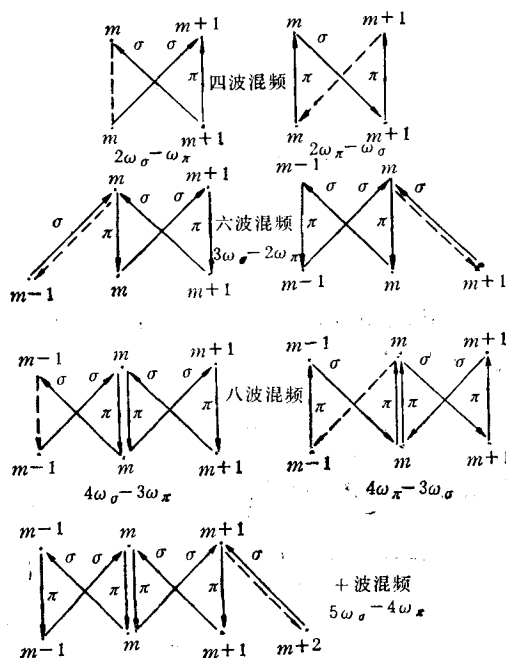


图 5

THE THEORY OF NONLINEAR FREQUENCY MIXING EFFECT IN TRANSVERSE ZEEMAN He-Ne LASER

JIN HAO-RAN WANG QING-JI ZHENG LE-MIN

(Department of Radio-electronics, Peking University)

ABSTRACT

Based on the previous paper^[1], in this work we consider the Maxwell's distribution of atomic velocities, study the near degenerate four-wave mixing effect in transverse Zeeman He-Ne laser by using the vector field model and Lamb's semiclassical theory. We give out the formulas of high-order nonlinear effect, explaine theoretically the physical reason of the beat frequency distortion, and have done the numerical calculation by using computer. The results show that the predictions of theory in this paper are in keeping with experimental results.