

带压电片的阶梯形变幅杆的几何尺寸 对振动特性的影响

马玉英 丁大成

(陕西师范大学应用声学研究所)

1984年11月5日收到

提 要

本文分别讨论了两种振子:螺栓连接的振子和张力壳连接的振子。目的是:对螺栓连接的振子,通过改变阶梯形变幅杆的粗棒长度,分别研究细杆长度、位移振幅放大倍数,以及细杆输出位移振幅的变化,从而优选出变幅杆的粗端长度。另一方面对张力壳连接的振子,通过改变粗端直径大小,观察了细杆输出位移振幅的变化,粗、细端直径和谐振频率的关系。同时对细杆长度和谐振频率的关系,分别进行了探索,给出了选择振子尺寸的方法。

一、引 言

关于阶梯形变幅杆,麦尔库洛夫等人曾有过研究^[1];张大安又从实验上研究了修正办法^[2];范国良等在超声加工中有效地利用了阶梯形变幅杆的“局部共振现象”^[3];强盘富也研究了带压电片的阶梯形变幅杆¹⁾。这些研究,虽然各异,不过,总的看来都是企图寻找最佳设计方法。但是,从效率、放大倍数及省材料、重量轻、加工方便、使用可靠等指标来优选,还值得研究。本文分别对螺栓连接的振子和张力壳连接的振子进行了研究。探讨上述因素的影响,企图优选出最佳设计方法。并对“局部共振现象”从理论及实验上给以补充。

二、用螺栓连接的振子

1. 概述

考虑常用的带压电片的阶梯形变幅杆结构,如图1。它共分五个部分。第I、II、III部分为等截面积 S_1 ;第IV段左端的截面积为 S_1 ;第IV段右端的截面积为 S_2 ;第V段为等截面积 S_2 。第II段为压电陶瓷片。第I, III, IV, V段的材料可根据需要选择。

假设图1和图2的振子只作纵向一维平面振动,并且还假设粗棒端头和细杆端头都不受力,是自由状态。第I段是反射块。通过螺栓将第I, II, III段连接在一起。为了保证第II段有足够的均匀预应力,适当选取第I段的厚度为1cm左右。关于第II段,

1) 强盘富,私人通信。

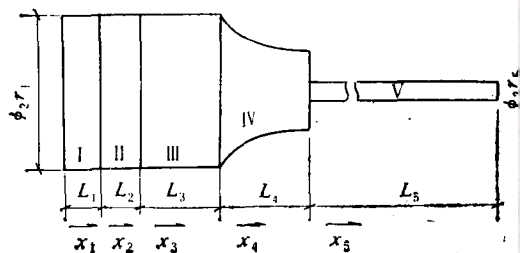


图 1

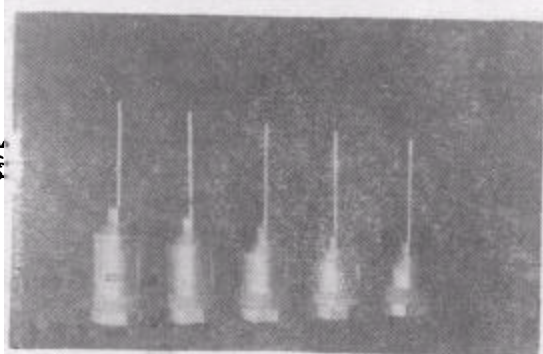


图 2

按通常的办法,选 $L_2 = 1.2\text{cm}$ 。第 III 段的长度是我们重点研究的对象,可以变化。从强度上和实用上考虑,第 IV 段有一定的过渡弧,而且是可装卸的。我们用余弦双曲函数来近似描写它。第 V 段的长短变化是我们观察的对象。除第 II 段是压电材料外,其他各段都是钢质材料。

2. 频率方程和放大倍数

根据上述假设,这五个组成部分,它们各自的振动模式描述如下:

每段各自的活动坐标为 x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 。其活动坐标的原点选在每段的左边,箭头指向右边。假设该振子作简谐正弦振动。根据波动方程,它们各自的位移振幅和应力振幅为:

第 I 段,由于它的外端不受力,它有

$$\text{位移振幅为} \quad u_1 = A_1 \cos k_1 x_1; \quad (1)$$

$$\text{应力振幅为} \quad E_1 \frac{\partial u_1}{\partial x_1} = -A_1 E_1 k_1 \sin k_1 x_1, \quad (2)$$

其中 A_1 为待定常数。 $k_1 = \omega/c_1$, $\omega = 2\pi f$, f 为频率。 E_1 为第 I 段的纵向弹性模数。 c_1 为第 I 段的材料声速。

第 II 段

$$\text{位移振幅为} \quad u_2 = A_2 \cos k_2 x_2 + B_2 \sin k_2 x_2, \quad (3)$$

$$\text{应力振幅为} \quad E_2 \frac{\partial u_2}{\partial x_2} = -A_2 k_2 E_2 \sin k_2 x_2 + B_2 k_2 E_2 \cos k_2 x_2 \quad (4)$$

A_2, B_2 为该段的待定常数。 $k_2 = \omega/c_2$, c_2 为该段的声速。 E_2 为该段的纵向弹性模数。同理,下面第 III, IV, V 段也和第 I, II 段有相对应的常数。

第 III 段

$$u_3 = A_3 \cos k_3 x_3 + B_3 \sin k_3 x_3, \quad (5)$$

$$E_3 \frac{\partial u_3}{\partial x_3} = -A_3 k_3 E_3 \sin k_3 x_3 + B_3 k_3 E_3 \cos k_3 x_3. \quad (6)$$

第 IV 段 假设,以轴心为原点的过渡半径为 $R(x_4) = g \cdot \text{ch } \nu(L_4 - x_4)$, 常数 g 和 ν 由第 IV 段左、右端的半径 $R(0)$ 和 $R(L_4)$ 确定。由于过渡弧的 ν 值大于该段材料的波数 $k_4 = \omega/c_4$, 它的位移振幅和应力振幅为^[4]

$$u_4 = [A_4 \operatorname{ch} \sqrt{\nu^2 - k_4^2} x_4 + B_4 \operatorname{sh} \sqrt{\nu^2 - k_4^2} x_4] / R(x_4), \quad (7)$$

$$E_4 \frac{\partial u_4}{\partial x_4} = \frac{E_4 \nu g}{R^2(x_4)} \operatorname{sh} \nu(L_4 - x_4) [A_4 \operatorname{ch} \sqrt{\nu^2 - k_4^2} x_4 + B_4 \operatorname{sh} \sqrt{\nu^2 - k_4^2} x_4] \\ + \frac{E_4 \sqrt{\nu^2 - k_4^2}}{R(x_4)} [A_4 \operatorname{sh} \sqrt{\nu^2 - k_4^2} x_4 + B_4 \operatorname{ch} \sqrt{\nu^2 - k_4^2} x_4]. \quad (8)$$

第 V 段的外端不受力, 因此也有

$$u_5 = A_5 \cos k_5(L_5 - x_5), \quad (9)$$

$$E_5 \frac{\partial u_5}{\partial x_5} = A_5 E_5 k_5 \sin k_5(L_5 - x_5). \quad (10)$$

在第 I, II, III, IV, V 各段间, 利用交界面上的位移、力各自的连续条件和 (1)–(10) 各表示式, 可求得该振子的频率方程为

$$\operatorname{tg} k_5 L_5 = n/m, \quad (11)$$

其中

$$m = [A_4 \operatorname{ch} \sqrt{\nu^2 - k_4^2} L_4 + B_4 \operatorname{sh} \sqrt{\nu^2 - k_4^2} L_4] / A_1 R(L_4), \quad (11a)$$

$$n = [A_4 \operatorname{sh} \sqrt{\nu^2 - k_4^2} L_4 + B_4 \operatorname{ch} \sqrt{\nu^2 - k_4^2} L_4] E_4 S_4 \sqrt{\nu^2 - k_4^2} / [A_1 S_5 E_5 R(L_5)]. \quad (11b)$$

(11a) 和 (11b) 式中的 A_4 和 B_4 为

$$A_4 = R(0) \cdot [A_3 \cos k_3 L_3 + B_3 \sin k_3 L_3], \quad (11c)$$

$$B_4 = \frac{E_3 R(0)}{E \sqrt{\nu^2 - k_4^2}} \left[-A_3 k_3 \sin k_3 L_3 + B_3 k_3 \cos k_3 L_3 \right. \\ \left. - \frac{A_4 E_4 \nu g}{E_3 R^2(0)} \operatorname{sh} \nu L_4 \right]. \quad (11d)$$

(11c) 和 (11d) 式中的 A_3 和 B_3 为

$$A_3 = A_1 \cos k_1 L_1 \cdot \cos k_2 L_2 - \frac{A_1 k_1 E_1}{k_2 E_2} \sin k_1 L_1 \cdot \sin k_2 L_2, \quad (11e)$$

$$B_3 = -\frac{k_2 E_2}{k_3 E_3} \left[A_1 \cos k_1 L_1 \cdot \sin k_2 L_2 + \frac{A_1 k_1 E_1}{k_2 E_2} \sin k_1 L_1 \cdot \cos k_2 L_2 \right]. \quad (11f)$$

利用 (11) 式求得谐振频率后, 在该频率下的放大倍数为

$$M = m / \cos k_5 L_5 \text{ 或 } M = n / \sin k_5 L_5. \quad (12)$$

3. 实验和理论对照

为了分析图 1 和图 2 给出的变幅杆, 以及验证 (11) 和 (12) 式, 给出有关具体常数:

$S_1 = 12.566 \text{ cm}^2$, $S_4 = 3.14159 \text{ cm}^2$, $S_5 = 0.1935 \text{ cm}^2$, $\nu = 0.5739 / \text{cm}$, $g = 1 \text{ cm}$, $L_1 = 1.1 \text{ cm}$, $L_2 = 1.2 \text{ cm}$, $L_4 = 2.3 \text{ cm}$, $R(0) = 2 \text{ cm}$, $R(L_4) = 1 \text{ cm}$, 第 I, III, IV, V 段为钢材, $c_1 = c_3 = c_4 = c_5 = 5.127 \times 10^5 \text{ cm/s}$, $E_1 = E_3 = E_4 = E_5 = 2.0502 \times 10^{12} \text{ g/s}^2 \cdot \text{cm}$, 第 II 段为压电陶瓷 P2T-F, $c_2 = 3.111 \times 10^5 \text{ cm/s}$, $E_2 = 7.259 \times 10^{11} \text{ g/s}^2 \cdot \text{cm}$; 对 L_3 , 我们分别选取 1.4, 2.2, 3.0, 3.8, 4.6 cm 作实验验证。

图 4 中的频率是用 BT-4 频率特性测试仪和频率计测得的。图 5 和图 6 中的实验

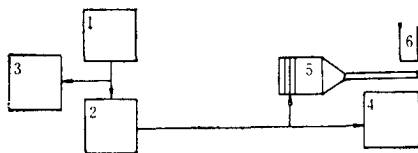
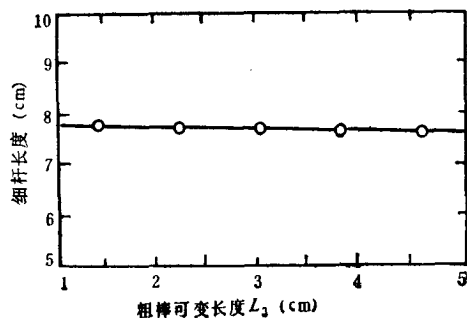
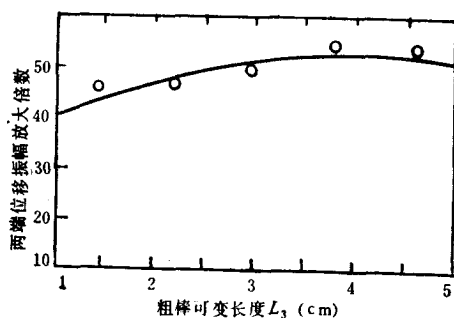


图3 实验方框图

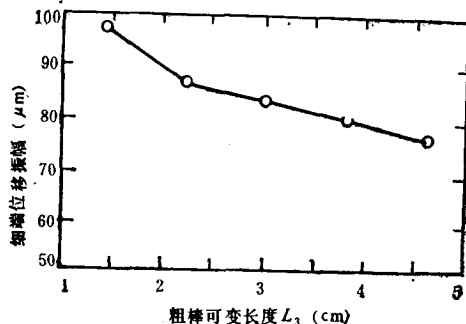
1 为超声波发生器; 2 为电功率计; 3 为频率计; 4 为电压表; 5 为带压电片阶梯形变幅杆; 6 为显微镜

图4 粗棒可变长度 L_3 和细杆长度 L_2 的关系

— 为理论值; ○ 为实验值

图5 粗棒可变长度 L_3 与两端位移振幅放大倍数的关系

— 为理论值; ○ 为实验值

图6 粗棒可变长度 L_3 与细端位移振幅的实验曲线

○ 为实验值

是根据图3进行的。在谐振频率下,控制振子的输入电功率为 20W,在变幅杆振子两端分别用显微镜测出位移振幅。同时记录下频率和变幅杆振子的有关尺寸。

图4—图6是实验数据和理论计算曲线的对照。图6中的振幅是指的双振幅。图4中的理论曲线是根据频率方程(11)计算而得。它和实验符合得很好。从分析中知道,由

$$L = \frac{c}{4f} (2n - 1) \quad n = 1, 2, 3 \dots \quad (13)$$

计算出长度 L 近似等于 L_3 。 L 和 L_3 之间的差别在 1% 以内。(13)式正好是一端固定,另一端自由的纵振动长度计算公式。证明了在该状态下,“局部共振现象”的存在^[3]。

图5中的理论曲线是根据(12)式计算而得,它和实验符合得很好。可以看出,增大 L_3 的长度可增大两端的位移振幅放大倍数。

图6中的曲线完全是实验曲线。可以看出,随着 L_3 的增长,小端的位移振幅明显下降。虽然随着 L_3 的增长,放大倍数也增加(见图5),但小端位移振幅反而下降。

图4—图6中的各谐振频率间具有规律性的小差异,其最大差异量不超过该值的 2%。

三、用张力壳连接的振子

1. 概述

用张力壳连接的振子与螺栓连接的振子不同之处有三点:

- 1) 用张力壳连接,其压电片受力更均匀.
- 2) 粗、细棒过渡段采用斜度为 45° 的锥体,其加工制作更为方便.
- 3) 张力连接的振子共分六段研究,其中张力壳部分的质量等效在压电片两边的金属块上考虑.

图 7, 图 8 分别为张力壳振子结构示意图及实物照片.

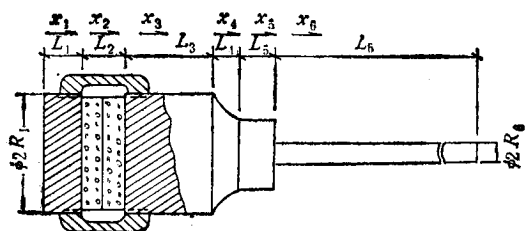


图 7 张力壳连接的振子结构示意图

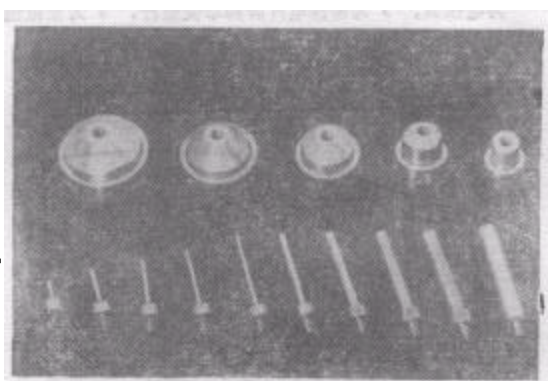


图 8 实验用的振子的零件照片

2. 频率方程和放大倍数

在图 7 中每段各自的活动坐标为 $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6$ 。其活动坐标的原点仍选在每段的左边,箭头指向右边。假设该振子仍作简谐正弦振动。根据波动方程,它们各自的位移振幅和应力振幅为(符号的说明和前面相同):第 I, II, III, V, VI 段的位移振幅和应力振幅类似前面螺栓连接振子的形式。

第四段是斜度为 45° 的锥体。表面到轴心的距离是 $R(x_4) = R_3 - x_4$ 。该段的位移振幅、应力振幅分别为^[4]

$$u_4 = [A_4 \cos k_4 x_4 + B_4 \sin k_4 x_4] / R(x_4), \quad (14)$$

$$E_4 \frac{\partial u_4}{\partial x_4} = \{ [A_4 \cos k_4 x_4 + B_4 \sin k_4 x_4] E_4 / R^2(x_4) \} \\ + [-A_4 k_4 \sin k_4 x_4 + B_4 k_4 \cos k_4 x_4] E_4 / R(x_4). \quad (15)$$

在各段间利用连接面上的位移和力连续可得到(设 $A_1 = 1$)

$$A_2 = \cos k_1 L_1, \quad (16a)$$

$$B_2 = -\frac{E_1 k_1 S_1}{S_2 E_2 k_2} \sin k_1 L_1, \quad (16b)$$

$$A_3 = A_2 \cos k_2 L_2 + B_2 \sin k_2 L_2, \quad (16c)$$

$$B_3 = \frac{1}{S_3 k_3 E_3} [k_2 E_2 S_2 (-A_2 \sin k_2 L_2 + B_2 \cos k_2 L_2)]. \quad (16d)$$

设截面积 $S_3 = \pi R_3^2$, R_3 为半径, 则

$$A_4 = R_3 [A_3 \cos k_3 L_3 + B_3 \sin k_3 L_3], \quad (16e)$$

$$B_4 = R_3 [-A_3 \sin k_3 L_3 + B_3 \cos k_3 L_3 - A_4 / (R_3^2 k_4)], \quad (16f)$$

$$A_5 = [A_4 \cos k_4 L_4 + B_4 \sin k_4 L_4] / R(L_4), \quad (16g)$$

$$B_5 = \{ (A_4 \cos k_4 L_4 + B_4 \sin k_4 L_4) / [R^2(L_4) \cdot k_5] \} \\ + (-A_5 \sin k_4 L_4 + B_4 \cos k_4 L_4) / R(L_4), \quad (16h)$$

$$A_6 \cos k_6 L_6 = A_5 \cos k_5 L_5 + B_5 \sin k_5 L_5, \quad (16i)$$

$$S_6 A_6 \sin k_6 L_6 = -S_5 A_5 \sin k_5 L_5 + S_5 B_5 \cos k_5 L_5. \quad (16j)$$

考虑到截面积 $S_5 = \pi R_5^2$, 截面积 $S_6 = \pi R_6^2$, 再从 (16i) 式和 (16j) 式中消去 A_6 , 则得到频率方程

$$R_6^2 (A_5 \cos k_5 L_5 + B_5 \sin k_5 L_5) \sin k_6 L_6 \\ = R_5^2 (-A_5 \sin k_5 L_5 + B_5 \cos k_5 L_5) \cos k_6 L_6. \quad (17)$$

由 (16i) 式或 (16j) 式得到放大倍数为

$$A_6 = (A_5 \cos k_5 L_5 + B_5 \sin k_5 L_5) / \cos k_6 L_6$$

或 $A_6 = R_5^2 (-A_5 \sin k_5 L_5 + B_5 \cos k_5 L_5) / (R_6^2 \sin k_6 L_6) \quad (18)$

3. 实验和理论对照

下面给出有关具体常数: 第 I, III, IV, V, VI 段为钢材, 即 $c_1 = c_3 = c_4 = c_5 = c_6 = 5.127 \times 10^5 \text{cm/s}$, $E_1 = E_3 = E_4 = E_5 = E_6 = 2.0502 \times 10^{12} \text{g/s}^2 \cdot \text{cm}$, $c_2 = 3.111 \times 10^5 \text{cm/s}$, $E_2 = 7.259 \times 10^{11} \text{g/s}^2 \cdot \text{cm}$, $S_5 = 3.14 \text{cm}^2$, $R(L_4) = 1 \text{cm}$, R_6 的大小分别为 0.25, 0.4, 0.55, 0.7, 0.85, 1cm. 将张力壳的质量分成两半, 一半附加在第 I 段上, 另一半附加在第 III 段上. 因此, 截面积 S_1 和 S_3 中就包含有张力壳的成分. 关于 S_1 , S_2 , S_3 的大小, 列在表 1 (第 1, 2, 3, 4 号振子的大、小棒过渡段, 其锥体的斜度为 45° ; 但第 5 号振子的大、小棒过渡段锥体的斜度为 55°):

表 1

振子编号 截面积 (cm ²)	1	2	3	4	5
S_1	6.55	11.8	18.60	27.00	37.00
S_2	3.14	7.01	12.60	19.60	28.30
S_3	4.90	9.90	17.00	27.00	36.00

下面分别对图 9—图 12 给予分析说明: 图 9 是细杆长度和谐振频率间的关系. 图 9 的细杆直径为 $\phi 5 \text{mm}$. 但粗棒半径由 1.25cm 变化到 3.38cm. 理论曲线是根据 (17) 式计算所得. “局部共振”曲线是根据 (13) 式计算所得. 实验点的频率是用 BT-4 频率特性测试仪和频率计测量所得. 可以看出:

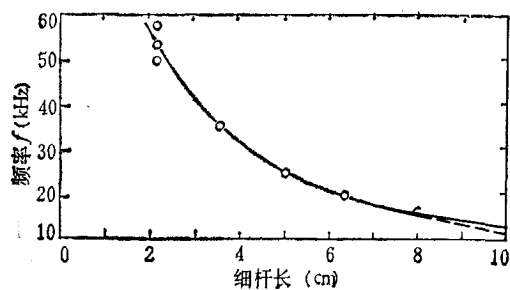


图 9

— (17) 式计算结果; --- 为 (13) 式计算结果; ○ 为实验点

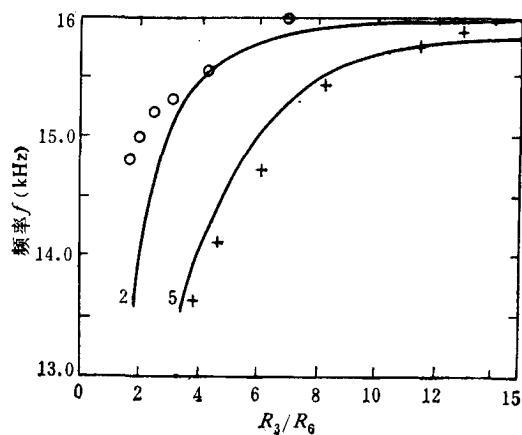


图 10

○ 为 2 号振子实验点; + 为 5 号振子实验点; — 为 (17) 式计算的结果

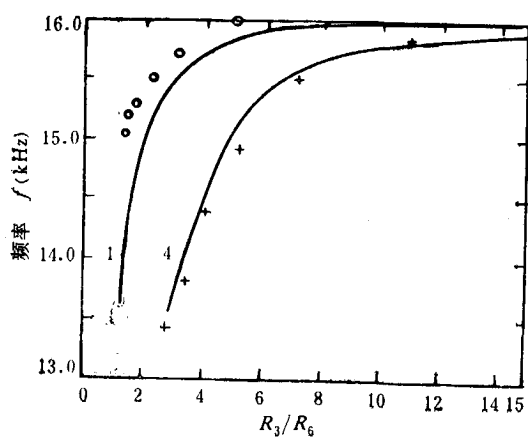


图 11

○ 为 1 号振子实验点; + 为 4 号振子实验点;
— 为 (17) 式计算的结果

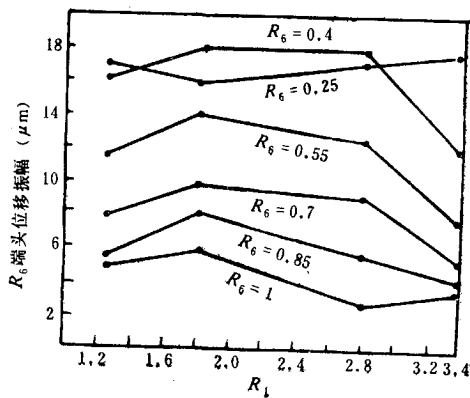


图 12

粗端半径 R_1 和不同细端 R_6 的位移振幅间的关系

1) 在频率 50000Hz 以下, 粗棒半径从 1.25cm 变化到 3.38cm, 用 (17) 式算出的

曲线几乎都是重合的。在 50000—60000Hz, 粗棒大小对谐振频率虽有影响, 但是, 影响不大。

2) (17) 式算的理论曲线和 (13) 式算的“局部共振”虚曲线很接近。直接用 (13) 式计算频率^[3], 在超声工程上使用很方便, 在该范围内是符合实际的。

为了看得更清楚, 关于粗、细端半径比与谐振频率间的关系, 分别用图 10 和图 11 表示。图 10 和图 11 是保持其他尺寸不变, 研究不同粗棒半径情况下, 粗端和细端半径比的变化对频率的影响。由图 10 和图 11 看出:

1) 理论曲线和实验曲线基本符合。

2) 在同一个 R_3/R_6 数值下, R_3 越大, 则其谐振频率越低。

3) 从图 9—图 11 中分析知道, 当 $R_3/R_6 > 3$ 时, (17) 式和 (13) 式算出的频率基本相同, 可以当做“局部共振”处理, 用 (13) 式来直接计算。

图 12 的曲线, 完全是实验曲线, 是按图 3 作的, 仍给每个振子输入 20W 的电功率, 然后在谐振状态下, 测量细杆端头的振幅。所得六条曲线虽然不同, 但是当 R_6 一定时, 随着 R_1 的变化, 其端点位移振幅变化不大。

四、讨 论

1. 本文所有公式都是根据振子的边界条件是自由状态, 不受力的假设下推导出来的。它们适用于轻负载的实用状态, 对重负载的实用状态也有一定的参考价值。

2. 本文推导的公式, 在假设范围内是普遍成立的。虽然研究的实验举例有限, 但是它们都是功率超声的一般常用范围。在这些实验范围内, 理论和实验已得到证明, 它们是统一的。

3. 从图 4—图 6 知道, 粗棒偏长, 可以增加放大倍数, 可是, 反而减少细杆端点的位移振幅。

4. 根据本文关于螺栓连接振子的设计原理另作一振子, 除第 I, II 段不动外, 其他都选用钛合金材料, 粗棒直径为 4cm, 细杆直径是 0.5cm, 第 III 段也用不同长度来研究, 得到的结果和本文图示结果相似。但是, 它的电声效率更高。在 22kHz 振动的谐振频率下, 给该振子输入 8W 的电功率, 在细端得到双振幅达到 140 μ m。

5. 增加粗端直径, 对细端位移振幅虽有影响, 但是, 并不十分明显。

6. 本文优选振子尺寸的原理, 可以作为设计高效率大位移振幅的压电阶梯振子的基础。

7. 从理论上和实验上证明了阶梯振子“局部共振现象”的存在。只有在粗、细端直径之比值大于“3”时, 这种现象才明显。

参 考 文 献

- [1] Л. Г. Меркулов “Терия и расчет составных концентраторов”, АКУСТ. Ж., 5(1959), 183.
- [2] 张大安、诸国楨、周铁英, 声学学报, 2 (1965), 180.
- [3] 范国良、应崇福、林仲茂、彭翔, 应用声学, 1 (1982), 2.
- [4] 姜健 关中(译), 超声波焊接, 国防工业出版社, (1963), 177—180 页.

INFLUENCE OF DIMENSION OF THE STEPPED HORNS WITH PIEZOELECTRIC TRANSDUCER ON THE PERFORMANCE OF THE VIBRATORS

MA YU-YING DING DA-CHENG

(Institute of Applied Acoustics, Shanxi Teachers University Xi'an)

ABSTRACT

In this paper, we discuss two types of vibrators, that connected by a single screw and that by a strain shell, respectively. The thick-end lengths of stepped horns are varied to find out their influence on the thin-end length, the gain of displacement amplitude, and the variation of displacement amplitude at the thin end. Optimized thick-end length are then selected out. For the vibrator connected by strain shell, the displacement amplitude of the thin end and the relationships among resonant frequencies and diameter of both the thick end and the thin end are determined. The relation between the thin-end length and resonant frequencies is also studied. The method for designing improved vibrators is given.