

研究简报

较小动量转移下 γ 射线的相干散射

方 渡 飞

唐 孝 威

(中国科学技术大学近代物理系) (中国科学技术大学近代物理系, 中国科学院高能物理研究所)

杨 保 忠 李 耀 清

(中国科学技术大学近代物理系)

1986 年 5 月 27 日收到

提 要

用 ^{144}Ce 源的 145 keV γ 射线和 Ge(Li) 谱仪, 对 Al, Fe, Cu, Pb 样品, 在动量转移 $x=1.2-5 \text{ \AA}^{-1}$ 的范围内的相干散射进行了测量, 实验结果在误差范围内与基于相对论的 Hartree-Fock 方法的形状因子近似理论计算值相吻合。

一、引 言

在 γ 射线能量大于光电效应 L 边限而又小于 10 MeV 的情况下, 原子中束缚电子对 γ 射线的相干散射是主要的相互作用过程之一。这种散射是 γ 射线与原子整体的散射过程, γ 射线有动量转移而无能量损失, 相干散射的截面计算方法常用形状因子近似。Kissel 等人^[1]讨论了对于所有元素, 入射光子能量从 100 eV 到 10 MeV 的相干散射理论处理方法; 指出形状因子近似方法的适用范围为: 1) $(Z\alpha)^2$ 很小, 2) 入射光子的能量大于 2 倍 K 壳层电子的束缚能, 3) 动量转移 $q \ll m_e c$, m_e 为电子的静止质量。

许多实验工作是在小 q 值(即小 x 值, $x \leq 1 \text{ \AA}^{-1}$, 其中 $x = \lambda^{-1} \sin \frac{\theta}{2}$) 和较大 q 值(相应 $x \geq 100 \text{ \AA}^{-1}$) 下测量的^[2-3], 因为小 q 值时可用 X 射线和高分辨率的弯晶谱仪来测量, 大 q 值时则大部分采用 γ 射线和 NaI(Te) 探测器。S. K. S. Gupta 小组做了较系统的实验研究^[3], 指出在不同的 q 和 Z 值及不同的 γ 射线能量下, 不能用一种理论来解释全部实验结果。

我们用较高能量分辨率的 Ge(Li) 谱仪和较低能量的 ^{144}Ce 145 keV γ 射线, 在 x 值为 $(1.2-5 \text{ \AA}^{-1})$ 的范围内, 对相干散射进行测量, 选用的样品为 Al, Fe, Cu 和 Pb。

二、理 论

γ 射线与原子体系的散射过程见图 1。图 1 中 (k_i, k_i) 和 (k_f, k_f) 分别为入射和散

射光子的四动量, ϕ_i 和 ϕ_f 分别为散射原子的初末态. 对相干散射, 有 $\phi_i = \phi_f$, $k_i = k_f$, $\mathbf{k}_i \cong \mathbf{k}_f$. 由于原子中不同束缚电子散射的波相位之间有一定的关联, 所以散射强度正比于各电子散射振幅之和的平方. 而对非相干散射, $\phi_i \neq \phi_f$, $(k_i, \mathbf{k}_i) \cong (k_f, \mathbf{k}_f)$, 电子不仅吸收电子的动量, 也吸收光子的能量, 这时, 由于各电子散射波之间没有固定的相位关系, 所以散射强度为各电子散射振幅的平方之和.

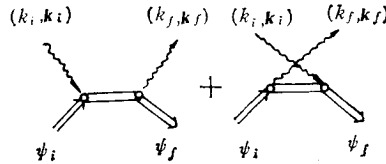


图1 光子-原子散射费曼图

相干散射截面可用 S 矩阵计算^[1], 但可以证明^[6]: 当 $q < m_e c$ 时, 零级近似下 S 矩阵理论可以简化成形状因子近似:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = |F(q, Z)|^2 \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_1 + S(q, Z) \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_2, \quad (1)$$

式中

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_1 = \frac{r_0^2}{2} (1 + \cos^2\theta), \quad \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_2 = \left(\frac{r_0^2}{2}\right) \left(\frac{k'}{k}\right)^2 \left(\frac{k'}{k} + \frac{k}{k'} - \sin^2\theta\right),$$

$$k' = k / \left[1 + \frac{k}{m_e c^2} (1 - \cos\theta)\right], \quad F(q, Z) = \int \rho(r) e^{-i\mathbf{q}\cdot\mathbf{r}} d\mathbf{r},$$

$$S(q, Z) = \sum_i |F_i(q, Z)|^2,$$

r_0 为电子的经典半径, k, k' 分别为入射和散射光子的能量, θ 为散射角, $\rho(r)$ 为原子中电子的密度分布函数, \sum_i 是对除基态以外所有的分离态和连续态求和-积分, (1) 式中等号右端第一项代表相干散射, $F(q, Z)$ 称为形状因子, 第二项为非相干散射, $S(q, Z)$ 称为散射函数.

$\rho(r)$ 的计算较成功的方法是采用单电子原子模型. 对于原子体系的非相对论或相对论的 Hartree-Fock 自洽场方法处理, 能得到不同的 $\rho(r)$, 从而计算出不同的形状因子, 并与实验结果比较.

三、实验安排和测量

图2 给出实验安排, 40mCi 粉末状的 ^{141}Ce 145 keV 单能 γ 射线源密封在 $\phi = 3.5$ mm 的玻璃器皿内, 再放置在具有锥形准直器的铅室内, γ 射线经环形的样品散射后进入 γ 探测器. 源和探测器之间用锥形铅屏蔽挡住直接透射的 γ 射线. 锥形铅屏蔽长 30 cm, 尖端锥角为 5° , 为防止各种杂乱散射本底, Ge(Li) 探头四周加有 1.2 cm 的铅屏蔽, 在铅锥四周加一厚 1.0 cm 的铅屏蔽“光阑”. 样品环的几何尺寸是根据 Ge(Li) 谱仪的能量分辨率, 考虑到要求小角度散射能分开相干和非相干散射, 进行蒙特卡洛模拟后而确定的. 样

品环的内直径为 62 mm, 宽为 4 mm. 为减少二次散射, 样品的厚度小于 γ 射线在该物质内的平均自由程, 其厚度分别为: Pb(0.4mm), Cu(0.8mm), Fe(1.0mm), Al(3.0 mm). 通过改变放射源到样品的距离 L 来改变散射角 θ , 另外, 为减小本底, 铅锥和样品支架均选用低原子序数的有机玻璃, 在保证机械强度情况下尽可能做得薄和细, 从 Ge(Li) 探头得到的散射 γ 讯号通过前置放大器、主放大器后送入 4096 多道脉冲幅度分析器, 多道分析器每道相当于 111 eV. 对 145 keV 单能峰的分辨率 $\text{FWHM} = 1.22 \text{ keV}$.

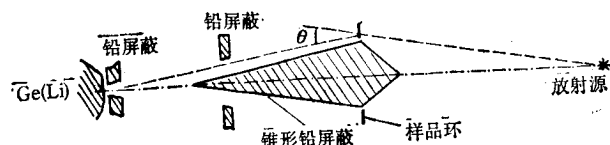


图2 实验安排示意图

散射角 θ 的刻度, 用 $\phi 0.5 \text{ mm}$ 的铜丝做成直径等于样品中线直径的圆环, 置于散射架上, 根据非相干散射的位移, 由康普顿公式求出 θ 角, 这种刻度提供调整 L 时参考, 而在实际数据处理时, 是用各自的样品谱本身的相干和非相干峰位差进行反算。

效率刻度, 把标准源 $^{152} \text{Eu}$ 放在样品的上、下、左、右四个位置上, 分别对 Ge(Li) 谱仪进行效率刻度, 得到其平均效率-能量曲线。

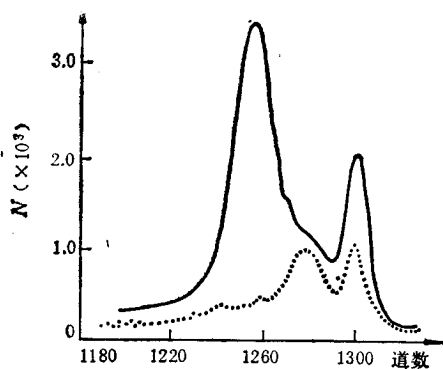


图3 $\theta = 30^\circ$ 的本底谱和 Fe 散射谱

本底测量, 考虑到本底和环境及几何条件有关, 它是角度的函数. 所以对每个样品的每个角度, 都分别测量了没有散射样品时的本底谱, 图3给出 $\theta = 30^\circ$ 时, 对 Fe 样品的散射谱(实线)和没有样品时的本底谱(虚线), 其本底谱中也包括相干和非相干两部分。

整个样品测量过程中, 室温控制在 $(15 \pm 1)^\circ \text{C}$, 并用本底谱中的铅的 K_α 射线 ($E = 74.957 \text{ keV}$)

来监测并记录谱仪的漂移情况. 峰位为 1299 道的相干散射峰, 漂移小于 ± 2 道. 为增加统计

计数, 在每一实验点共进行 4 次重复测量, 每个样品在每个 θ 角上测量总时间为 8 小时, 测量铁样品的一个散射峰见图 3. 所有数据记录在磁带上供分析数据时用。

四、数据分析和讨论

首先对 145 keV γ 单能响应谱(标准谱)光滑和去本底后, 求出标准谱的峰位和峰面积. 然后对 $\theta \geq 20^\circ$ 的各个谱减去本底并光滑后, 找到峰位. 将该峰位与标准谱的峰位对齐, 以峰的右侧的计数, 做最小二乘法参数拟合, 求出相干散射峰面积和误差. 然后对 $\theta \geq 20^\circ$ 的非相干峰在减去本底和光滑, 并对效率、立体角修正后, 找到峰位和峰宽度, 定出非相干散射的峰面积和误差. 对 $\theta = 12.5^\circ$ 和 15° , 尽管 Ge(Li) 谱仪有较高的能量分

分辨率, 还是不能把相干和非相干峰完全分开(见图 4). 实验上采取拉伸扩展拟合后外推的方法进行解谱^[7], 先将 $\theta = 40^\circ, \dots, 20^\circ$ 的非相干峰宽拉到和 $\theta = 45^\circ$ 时的峰宽一样, 求出各个角度时的扩展因子, 用二次曲线拟合后, 外推到 12.5° 和 15° , 求出 12.5° 和 15° 时的外推非相干散射谱, 用实验得到的谱, 减去外推谱得到 12.5° 和 15° 时的相干散射谱, 定出峰面积, 整个过程由计算机完成并随时由 x^2 作监测, Fe 样品在 $\theta = 15^\circ$ 时的实验谱(实线)和解谱结果(虚线)见图 4.

解谱后得到的相干峰面积 $N(\theta)$, 利用

$$N(\theta) = I \cdot n \cdot |F(q, Z)|^2 \left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_1 d\Omega^*, \quad (2)$$

可求出

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{\text{相干}} = |F(q, Z)|^2 \left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_1.$$

(2)式中 I 为放射源强度, 考虑了源的半衰期对 I 的影响, n 为散射样品的原子数, 立体角 $d\Omega^*$ 是 θ 的函数. 对散射样品进行自吸收修正后, 得到 $\left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{\text{相干}}$ 随 θ 的变化曲线见图 5. 图 5 中还给出了理论曲线, 从 $\left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{\text{相干}}$ 可以

直接得到 $F(q, Z)$ 随 x 的变化曲线见图 6. 图 6 中实线是相对论形状因子近似的理论值, 虚线是非相对论形状因子近似的理论值. 图 6 中还给出我们的工作和前人的工作^[2]比较. 这里只列出 Al 和 Fe, Cu 的情况与 Fe 近似. 实验误差主要包括几何误差 $\Delta\theta$ 引起的 Δq 计数统计误差和立体角 Ω^* 的误差, $F(q, Z)$ 的相对误差小于 10%.

相干散射与 K_r, θ, Z 有关, 若将 $F(q)$ 写成

$$F(q) = \sum_i f_i(q),$$

$f_i(q)$ 为原子的亚层电子对相干散射的贡献, 当 $q \rightarrow 0$ 时, $f_i(q)$ 趋于该层电子的数目 N_i , 按玻尔模型, 原子体系中某壳层束缚电子有一典型动量 q_n , 即为玻尔半径的倒数 $q_n \approx 1/a_n$, n 是该壳层的主量子数. 当 $q < q_n$ 时, 对这个电子来说, 在动量空间中“跃迁”后又回到以 q_n 为特征尺寸的“体积”中来的几率是很高的, 即相干散射截面近似常数. 当 $q > q_n$ 时, “跃迁”后回到这个“体积”来的几率急剧下降, 反映为 $f_i(q)$ 的单调下降. 由于 $q_n \sim 1/n^2$, 所以当 q 增加时, 越来越多的外层电子对 $F(q)$ 的贡献变小以至消失. 图 7 给出 Al, Pb 原子中各壳层电子对 $F(q, Z)$ 的贡献以及总的 $F(q, Z)$ 和 x 的关系, 对小的 q 值, $f_i(q)$ 与 Z 无关, 这说明不同的元素, 相同的亚壳层上填满后的电子数是一样的, 只是 $f_i(q)$ 下跌的边缘才与 Z 有关系.

相对论效应对形状因子修正由 Levinger 给出^[8]

$$f_i(q) = \left(\frac{Z\alpha q}{m_e c} \right) f_i(q). \quad (3)$$

当 q 或 Z 大时, 相对论修正较大. 例如, Pb 的相对论修正就较明显. 从图 6 可以看到, 实

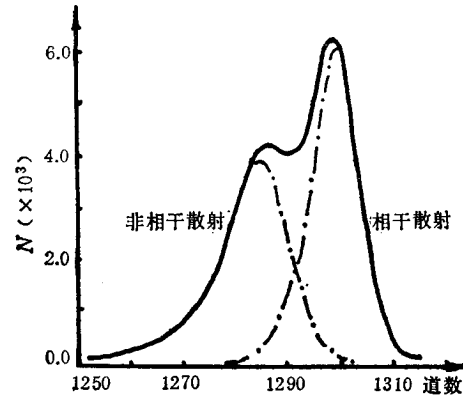


图 4 Fe 样品在 $\theta = 15^\circ$ 时的解谱情况

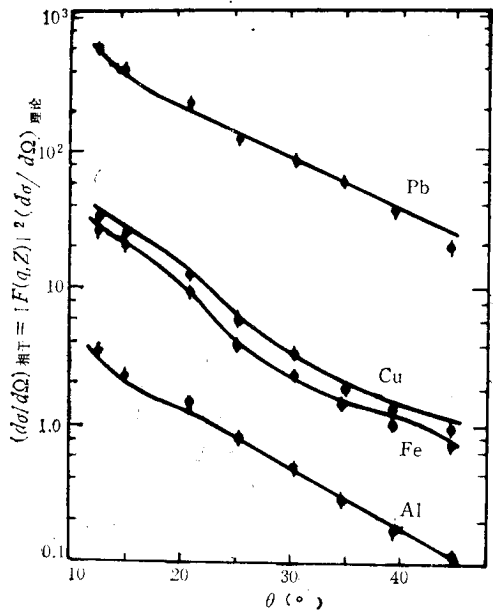


图5 $\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\text{相干}} - \theta$ 曲线

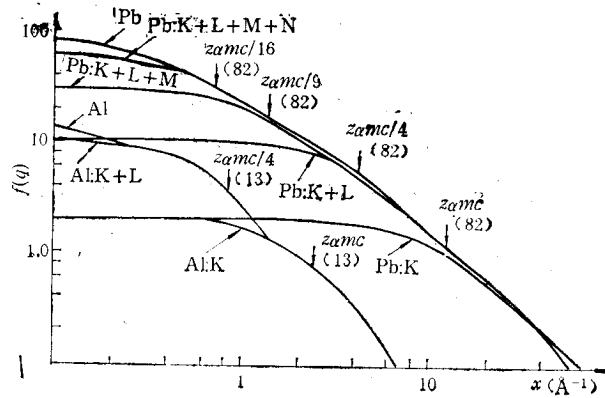


图7 Al和Pb的 $f(q), F(q, z) - x$ 曲线

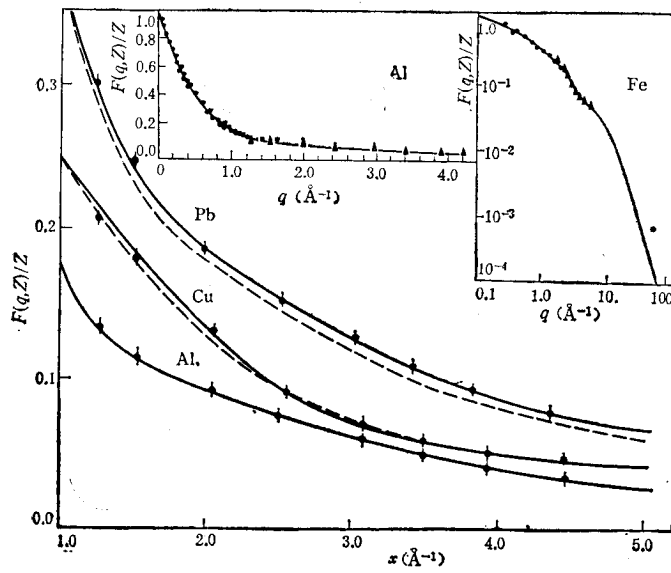


图6 $F(q, z) - x$ 曲线

□ 为实验数据; ● 为前人的工作^[13]; ▲ 为本文实验点

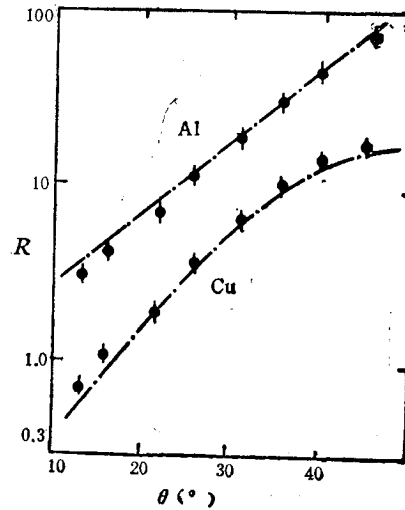


图8 Al, Cu 的 $R - \theta$ 曲线

● 为我们的实验值; 曲线为理论预言值^[12, 13]

验结果明显地和相对论形状因子近似理论相吻合, 而非相对论形状因子理论有偏离。

由于在实验中同时测量了相干和非相干散射截面, 我们可以得到它们的比值

$$R = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\text{非相干}} / \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\text{相干}}$$

R 值与几何误差和系统标定误差无关^[4], 它比单独测量截面值有更高的实验精度. 图 8 给出了 Al, Cu 的 $R-\theta$ 曲线.

五、结 论

在动量转移值 x 为 $1.2-5 \text{ \AA}^{-1}$ 的范围内, 对 Al, Fe, Cu 和 Pb 样品的相干散射进行了测量, 实验结果表明相干散射的形状因子近似理论在这个范围内是有效的, 与相对论的 Hartree-Fock 方法计算的形状因子有较好的吻合. 同时, 以较高精度测量了非相干和相干散射截面之比 R 值, 结果也和理论预言值相符合.

感谢许容宗、冯正永等同志的帮助.

参 考 文 献

- [1] L. Kissel *et al.*, *Phys. Rev.*, **A22** (1980), 1970.
- [2] J. H. Hubbell *et al.*, *J. Phys. Chem. Ref. Data*, **4** (1975), 471.
- [3] S. K. S. Gupta *et al.*, *Nucl. Instr. Meth.*, **193**(1982), 395.
- [4] J. Eicher *et al.*, *Phys. Rev.*, **A28** (1983), 3656.
- [5] R. B. Taylor *et al.*, *Phys. Rev.*, **A32** (1985), 151.
- [6] G. E. Brown and J. B. Woodward, *Proc. Phys. Soc. London*, **65A** (1952), 977.
- [7] 复旦大学、清华大学、北京大学合编, 原子核物理实验方法, 上册, (1981), 356 页.
- [8] J. S. Levinger, *Phys. Rev.*, **87**(1952), 656.
- [9] J. H. Hubbell and I. Overbo, *J. Phys. Chem. Ref. Data*, **8**(1979), 69.

PHOTON COHERENT SCATTERING AT THE RELATIVELY SMALL MOMENTUM TRANSFER

FANG DU-FEI

(Department of Modern Physics, University of Science and Technology of China, Hefei)

TANG XIAO-WEI

(Department of Modern Physics, University of Science and Technology of China,
Institute of High Energy Physics, Academia Sinica)

YANG BAO-ZHUNG LI YAO-QING

(Department of Modern Physics, University of Science and Technology of China, Hefei)

ABSTRACT

Using the radioactive gamma ray source ^{141}Ce ($E_\gamma=145 \text{ keV}$) and Ge(Li) detector (FWHM = 2.21 keV at 1.33 MeV), we have measured the cross section of photon coherent scattering from Al, Fe, Cu and Pb over the range of momentum transfer $x=1.2-5.0 \text{ \AA}^{-1}$. The theory of form-factor approximation resulting from relativistic Hartree-Fock (RHF) atomic model is found to be adequate in explaining the experimental results.