

一维非对称正常金属微环的 透射几率及其共振

陈 赓 华 赵 忠 贤

(中国科学院物理研究所)

1986 年 7 月 21 日收到

提 要

按 Büttiker^[11] 等人的方法,本文对两种非对称一维正常金属环求出了低温下的透射系数解析表式,并由此讨论了该结构中有趣的透射几率共振。在本文给出的透射系数一般表式中取两个极限,得到了与文献 [11] 类似的结果,同时也附带指出了文献 [11] 在计算对称环的透射系数中的一些差错。

一、引 言

近年人们在了解正常金属微结构在低温下电导行为方面作了许多工作。由 Al'tshuler 等人^[1]预言的在无序环和圆柱中磁阻随磁通量子的 Aharonov-Bohm 型振荡已在实验中证实^[2-4]。此外,Webb 等人^[5]似乎已经在一个小金环上观察到量子磁通振荡,其周期为 $\phi_0 = hc/e$ 。尔后 Chandrasekhar 等人在单个铝环和银环上确切地观察到了这种量子振荡^[6]。

在理论上,Bergmann 研究了基于弱局域化上的磁通振荡^[7]。Carini 等人^[8]论证了有周期为 hc/ze 的振荡,起因于简并和哈密顿量的时间反演不变性。另一方面,Gefen 等人^[9]以及 Büttiker 等人^[10]从计算正常金属环的透射系数入手,得出了在零温下透射系数的磁通振荡周期。接着他们进一步得到了严格一维金属环在低温下的透射系数公式^[11],求解了对称环的透射系数的两个特例,讨论了对称环中有趣的透射几率共振。

由于在实际上样品难以达到完全对称,有必要讨论非对称性对环的透射性质的影响。所谓非对称性主要指:分支散射相移的非对称;分支长度非对称;分支散射幅度的非对称;磁通相移的非对称。Li 等人^[13]给出了处理前两种非对称性的方法。本文用文献 [11] 的方法讨论后两种情况,并附带指出该文中的两处计算差错。

本文没有讨论两个分支与外界耦合的非对称性。

二、两种非对称环的透射系数

按照 Shapiro^[12], Gefen 等人^[9]首先得到三端结强耦合 S 矩阵。这里我们使用

Büttiker 等人^[11]给出的结果.

$$S = \begin{pmatrix} -(a+b)\varepsilon^{1/2} & \varepsilon^{1/2} \\ \varepsilon^{1/2} & a & b \\ \varepsilon^{1/2} & b & a \end{pmatrix}, \quad (1)$$

其中 a, b 为 ε 的函数. 不失一般性, 我们不妨采用

$$a = -(\sqrt{1-2\varepsilon} - 1)/2, \quad (2)$$

$$b = -(\sqrt{1-2\varepsilon} + 1)/2, \quad (3)$$

(也可采用 $a = (\sqrt{1-2\varepsilon} - 1)/2$, $b = (\sqrt{1-2\varepsilon} + 1)/2$ ^[11] 以及与 (1) 式稍微不同的 S 矩阵. 它们的差别仅相当于对散射相移作一个反射). ε 为耦合参数 $0 \leq \varepsilon \leq 1/2$, $\varepsilon = 0, 1/2$ 分别为弱耦合和强耦合极限.

在一维散射情况下, t 矩阵应为

$$t_i = \begin{bmatrix} 1/t_i^* & -r_i^*/t_i^* \\ -r_i/t_i & 1/t_i \end{bmatrix}, \quad (i = 1, 2 \text{ 表示上、下支}), \quad (4)$$

它联系散射体两边电子的波幅. 设散射体处于分支的某一位置上, 其透射系数和反射系数可分别写成 $t = T_s^{1/2} e^{i\phi_s}$, $r = R_s^{1/2} e^{i\phi_s} e^{-i\pi/2}$, 其中 T_s 和 R_s 分别为散射体的透射和反射几率 $T_s + R_s = 1$, ϕ_s 为散射相移.

Gefen 等人^[9]应用规范变换首先给出存在外磁场时对称环的透射系数公式. 这里我们采用 Büttiker 等人^[11]给出的一般求解过程, 具体给出含非对称支的环的两个结果.

首先讨论外磁通 Φ 在两个支上的附加相移为非对称的情况. 设穿过环孔的外磁通量 Φ 在第一支和 second 支上的相移分别为 θ_1 和 θ_2 (依逆时针方向), 则 $\theta_1 + \theta_2 = 2\pi\Phi/\phi_0$, 其中 $\phi_0 = hc/e$. 令

$$\eta = (\theta_1 - \theta_2)/2, \quad (5)$$

$$\theta = (\theta_1 + \theta_2)/2, \quad (6)$$

参量 η 表征了两个支上相移的不对称程度. 在其他参数对称的情况下, 沿用文献 [11] 中的符号来求透射系数

$$\alpha'_2 = \frac{\varepsilon^{1/2}}{b} [(b-a)\beta_2 + \beta'_2], \quad (7)$$

其中

$$\begin{pmatrix} \beta_2 \\ \beta'_2 \end{pmatrix} = e^{-i\theta_1 t_1} \frac{\varepsilon^{1/2}}{b} \Pi^{-1} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}. \quad (8)$$

这里 Π^{-1} 为矩阵

$$\Pi = t_1 e^{-i\theta_1} t_2' t_1' e^{-i\theta_1} t_1 - I \quad (9)$$

的逆, 其中

$$t_i = \frac{1}{b} \begin{bmatrix} -(a+b) & a \\ -a & 1 \end{bmatrix}. \quad (10)$$

带撇的 t_2' 矩阵表示第二支上逆向散射矩阵, 而

$$I = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (11)$$

为 2 阶单位矩阵.

由此我们求得环的透射系数为

$$\alpha_2 = \{i2\varepsilon T_s^{1/2}(\sin \phi_s - \sqrt{R_s})\cos \theta \cdot e^{-i\eta}\} / \\ \{(2a^2 - b^2)R_s + a^2 + b^2T_s\cos 2\theta - 4a\sqrt{R_s}(a\sin \phi_s - ib\cos \phi_s) \\ - (a^2 + b^2)\cos 2\phi_s - i2ab\sin 2\phi_s\}. \quad (12)$$

我们得到, 外磁通 Φ 在环的两支上产生的不对称相移仅仅影响到透射系数的位相, 因而对透射几率 $T = |\alpha_2|^2$ 不产生影响. 并且 T 是 $\Phi(\theta)$ 的周期函数, 其周期为 ϕ_0 .

在 (12) 式中令 $\eta = 0$, 可以得到对称环的透射系数的一般表式. 图 1 给出了在不同的 T_s 下, 对称环的透射几率 T 与散射相移 ϕ_s 的关系. 它是一个周期函数, 在 $T_s = 1$ 时, ϕ_s 的周期为 π , 一般情况下, 周期为 2π .

在强耦合 ($\varepsilon \sim 1/2$) 情况下, 当分支散射增强时, 在 $\phi_s = 2k\pi + \pi/2$ (k 为整数) 处将出现透射几率共振 (见图 2) (采用另一参数系统, 共振将出现在 $\phi_s + 2k\pi = 3\pi/2$ 处).

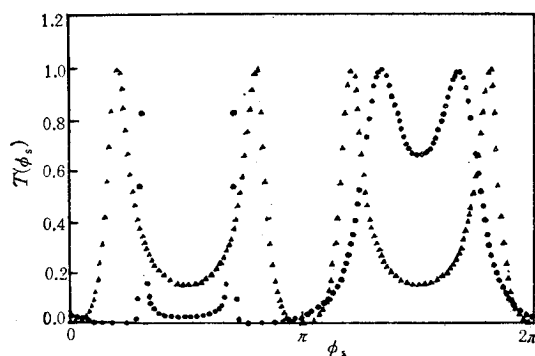


图 1 透射几率 T 与散射相移 ϕ_s 的关系

$\varepsilon = 0.25$; $\Phi = 0.2\phi_0$; ▲ 取 $T_s = 1$; ● 取 $T_s = 0.5$.

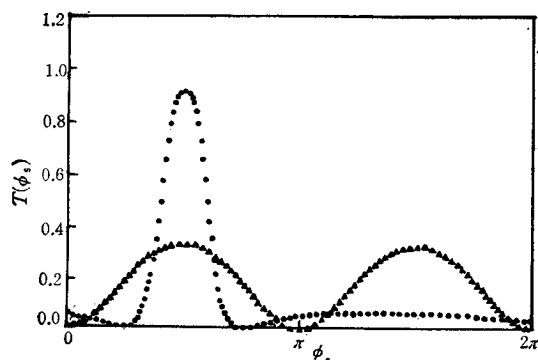


图 2 强耦合时在 $\phi_s = \pi/2$ 处的透射几率共振

$\varepsilon = 1/2$; $\Phi = 0.4\phi_0$; ▲ 取 $T_s = 1$; ● 取 $T_s = 0.5$.

在(12)式中取 $\eta = 0$, $R_s = 0$, 得到对称环全透射支的极限为

$$\alpha_1 = \frac{i2\varepsilon \sin \phi_s \cos \theta}{a^2 + b^2 \cos 2\theta - (1 - \varepsilon) \cos 2\phi_s + i\varepsilon \sin 2\phi_s} \quad (13)$$

在(12)式中取 $\eta = 0$, $\varepsilon = 1/2$, 得到对称环的强耦合极限为

$$\alpha_1 = \frac{\sqrt{T_s}(\sin \phi_s - \sqrt{R_s}) \cos \theta}{e^{-i\phi_s}(\sin \phi_s - \sqrt{R_s}) + \frac{i}{2} T_s \sin^2 \theta} \quad (14)$$

附带指出,对于上述两个极限情况,文献[11]中求得的相应表式(4.24)和(4.39)都有差错.事实上,在取 $\varepsilon = 1/2$, $R_s = 0$ 时,该两式并不能得到一致的结果.正确的结果应该是本文中(13), (14)两式.

下面考虑另一种非对称情况,即在两支上散射体的透射几率不等.设第一支上 $T_{s1} = 1$, 第二支上为 T_{s2} . 按同样的步骤,可以求得环的透射系数的解析式

$$\alpha_1' = \{i\varepsilon e^{-i\theta}[(1 + T_{s2}^{1/2} e^{i2\theta}) \sin \phi_s - R_{s2}^{1/2}]\} / \{b^2 T_{s2}^{1/2} \cos 2\theta + a^2 - (1 - \varepsilon) \cos 2\phi_s - 2a^2 R_{s2}^{1/2} \sin \phi_s + i\varepsilon(\sin 2\phi_s - R_{s2}^{1/2} \cos \phi_s)\} \quad (15)$$

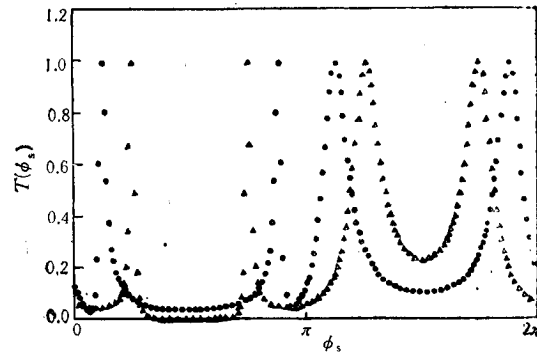


图3 两个散射体的透射几率非对称时的 $T-\phi_s$ 关系

$\varepsilon = 0.2$; $\Phi = 0.1\phi_0$; $T_{s1} = 1$; $\triangle$ 取 $T_{s2} = 0$; $\bullet$ 取 $T_{s2} = 0.6$

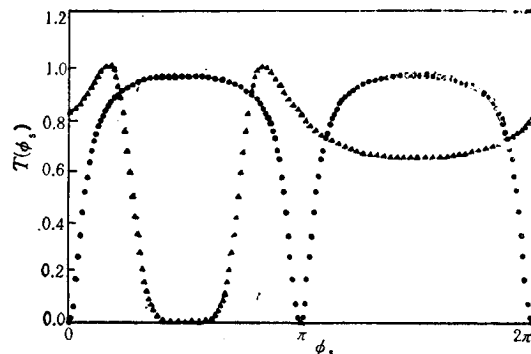
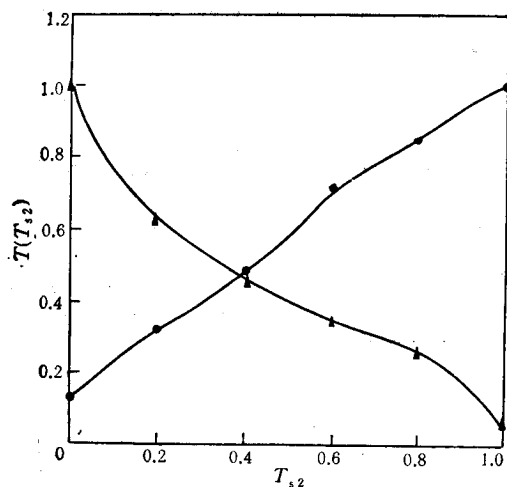


图4 两个散射体的透射几率非对称时的 $T-\phi_s$ 关系

$\varepsilon = 0.5$; $\Phi = 0.2\phi_0$; $T_{s1} = 1$; $\triangle$ 取 $T_{s2} = 0$; $\bullet$ 取 $T_{s2} = 1$

图5 两组参数下, $T-T_{12}$ 的直接关系

$\varepsilon = 0.2$; $\Phi = 0.1\phi_0$; $T_{11} = 1$; ▲ 取 $\phi_s = 1.26\pi$; ● 取 $\phi_s = 1.10\pi$

图3给出由(15)式算得的两组 T_s , 非对称时的 $T-\phi_s$ 关系. 由(15)式可知 T 是 T_{12} 的高度非线性函数, T_{12} 的改变一般要引起 T 的共振峰的位置和宽度的改变. 在一组参数下, 总的透射几率 T 随 T_{12} 的增加而增加, 在另一组参数下, T 也可以随 T_{12} 的增加而减小. 这种奇特现象在强耦合 ($\varepsilon \sim 1/2$) 时也存在(见图4).

图5给出了在取两个不同 ϕ_s 值时的 $T-T_{12}$ 关系.

三、讨 论

通过以上计算, 我们得到的结论是磁通相移的非对称性不引起透射几率的任何改变, 但散射体的透射几率的非对称性将引起环的透射性质的奇特变化. 在一个分支上的透射增加时, 整个环的透射可以增加, 也可以减小. 甚至在两个分支上透射都增加时, 环的透射也可能减小. 这种效应的起因是电子波位相在分支结点上的相互干涉.

两个分支上散射相移 ϕ_s 的非对称结果已经由 Li 等人^[13]求得. 他们认为电子在分支上作随机散射, 并假设 ϕ_s 均匀分布, 从而求出了平均透射几率 $\langle T \rangle$ 随外磁通的量子振荡. 由 Landauer^[14], 有限势垒一维散射的电导为 $G = \frac{e^2}{h\pi} \frac{T}{1-T}$. 这种电导随环磁通的振荡与直流超导干涉器件的特性极相似. 当然, 在正常金属中并不存在象超导态那样有位相关联的凝聚态电子 (Cooper 对), 这里所说的干涉是指一个电子的一部分与其自身的另一部分之间的干涉. 为了获得这种磁通振荡的最大调制幅度, 要求样品尽可能具有全透射的分支和强耦合的接点, 即 $T_s = 1$, $\varepsilon = 1/2$.

值得指出的是以上结果都是在严格一维和绝对零度条件下得到的. 在有限温度下,

只有当样品尺寸远小于电子的非弹性散射长度 l_{in} (所谓 Thouless 长度) 时^[13], 以上讨论的效应才可能被观察到。

参 考 文 献

- [1] B. L. Al'tshuler, A. G. Aronov and B. Z. Spivak, *Pis'ma Zh. Eksp. Teor. Fiz.*, **33**(1981), 191. [*JETP Lett.*, **33**(1981), 94.]
- [2] D. Yu. Sharvin and Yu. V. Sharvin, *Pis'ma Zh. Eksp. Teor. Fiz.*, **34**(1981) 285. [*JETP Lett.*, **34**(1981), 272.]
- [3] M. Gijs, C. Van Haesendonck and Y. Bruyneraede, *Phys. Rev. Lett.*, **52**(1984), 2069.
- [4] B. Pannetier, J. Chaussy, R. Rammal and P. Gandit, *Phys. Rev. Lett.*, **53**(1984), 718.
- [5] R. A. Webb, S. Washburn, C. P. Umbach and R. B. Laibowitz, *Phys. Rev. Lett.*, **54**(1985), 2696; *Phys. Rev.*, **B32**(1985), 4789.
- [6] V. Chandrasekhar, M. J. Rooks, S. Wind, and D. E. Prober, *Phys. Rev. Lett.*, **55**(1985), 1610.
- [7] G. Bergmann, *Phys. Rev.*, **B28**(1983), 2914.
- [8] J. P. Carini, K. A. Muttillab and S. K. Nagel, *Phys. Rev. Lett.*, **53**(1984), 102.
- [9] Y. Gefen, Y. Imry and M. Ya. Azbel, *Phys. Rev. Lett.*, **52**(1984), 129.
- [10] M. Büttiker, Y. Imry and R. Landauer, *Phys. Lett.*, **96A**(1983), 365.
- [11] M. Büttiker, Y. Imry and M. Ya. Azbel, *Phys. Rev.*, **A30**(1984), 1982.
- [12] B. Shapiro, *Phys. Rev. Lett.*, **50**(1983), 747.
- [13] Qiming Li and C. M. Soukoulis, to be Published.
- [14] R. Landauer, *IBM J. Res. Dev.*, **1**(1957).
- [15] Y. Imry, in *Percolation, Localization and Superconductivity*, Edited by A. M. Goldman and S. A. Wolf, Published in Cooperation with NATO Scientific Affairs Division.

TRANSMISSION PROBABILITY AND RESONANCES IN NON-SYMMETRIC ONE-DIMENSIONAL MICROSCOPIC NORMAL METAL RING

CHEN GENG-HUA ZHAO ZHONG-XIAN

(Institute of Physics, Academia Sinica)

ABSTRACT

Basing on the method of Büttiker et al.^[11], the analytic expressions of low temperature transmission amplitude for two kinds of normal metal ring with non-symmetric branches are obtained. The interesting resonances in the transmission probability for such structures are discussed. The results derived from the general analytic expression in two special limits are similar to those in reference [11]. In addition, we point out that there are some mistakes in equations (4.24) and (4.39) of reference [11].