

双频激光在不均匀等离子体中的耦合

徐 至 展 余 玮

(中国高等科学技术中心(世界实验室); 中国科学院上海光学精密机械研究所)

张 文 琦

(中国科学院上海光学精密机械研究所)

徐 铁 峰

(宁波大学物理系)

1987 年 8 月 24 日收到

本文研究了具有不同频率的两束激光在不均匀等离子体拍频共振点的耦合系数, 计算了该系数对于等离子体拍频波加热的影响以及它对于双频光束频率比和等离子体定标长度的依赖关系。

一、引 言

用多频激光取代单频激光是近年来在激光聚变研究中出现的新动向. Speziale^[1] 曾指出: 如果将单频激光的总能量分配给 N 个不同频率的光束, 则因共振吸收而产生的高能电子能量为原有的 $N^{-1/2}$ 、自由程为 N^{-1} , 这将大大减小高能电子对于激光聚变靶的有害的预热作用. 此外, 强度很高的单频激光在其临界点附近导致等离子体密度轮廓变陡, 使得逆韧致吸收最强烈的区域明显缩小^[2], 而改用多频激光后, N 个不同频率的光束在各自的临界点附近均不足以导致密度轮廓修正, 因而逆韧致吸收率将显著增强.

不仅如此, 不同频率的光束之间的耦合还将造成一种新的吸收机制, 等离子体拍频波加热 (plasma beat-wave heating). 例如, 垂直入射一维不均匀等离子体的频率为 ω_1, ω_2 的双频激光即可能在其拍频共振点 ($\omega_{pe} = \omega_1 - \omega_2$) 附近激发共振并导致相应的能量吸收. Kruer 和 Estabrook^[3] 曾研究了 $\beta = \omega_2/\omega_1 = 0.5$ 时的等离子体拍频波加热. 在他们的简单模型中, 频率为 ω_1 与 ω_2 的两个光束被假定为等振幅的行波与驻波. 然而在不均匀等离子体中, 光波的振幅显然并非常量, 而且尽管 ω_1 波的临界密度大于 ω_2 波, 它仍将被等离子体反射并形成驻波, 而不应被视为行波. 本文在计及双频光束的实际场结构的基础上, 对等离子体拍频波加热作了更深入的研究. 根据 Kruer 等人的计算, 拍频波加热的吸收能流 I_{abs} 与等离子体定标长度 L 成正比. 而本文的计算结果却表明, 在 $\beta = 0.5$ 时 I_{abs} 对于 L 的依赖关系应是振荡型的: 当 L 为某些值时吸收较大, 而在 L 为另一些值时则很少吸收或基本没有吸收.

本文还研究了双频光束的频率比 β 对于拍频波加热的影响. 指出: 双频光束耦合导致等离子体拍频波加热的先决条件是 $0.5 \leq \beta < 1$. 此外计算还表明, 在等离子体定标长

度 L 不变的条件下, I_{abs} 对于 β 的依赖关系也是振荡型的。

二、基本方程

描写等离子体中的波与电子运动的基本方程组为

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla\right) \mathbf{v} = -\frac{e}{m} \mathbf{E} - \frac{e}{mc} \mathbf{v} \times \mathbf{B} - \nu \mathbf{v}, \quad (1)$$

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \nabla \cdot (n\mathbf{v}) = 0, \quad (2)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = 4\pi e(n_0 - n), \quad (3)$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} \mathbf{B}, \quad (4)$$

$$\nabla \times \mathbf{B} = \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} - \frac{4\pi}{c} e n \mathbf{v}. \quad (5)$$

这里采用了“冷”等离子体近似以及离子固定近似。式中 $n, \mathbf{v}$ 为电子密度及电子运动速度; n_0 为等离子体本底密度; $\mathbf{E}, \mathbf{B}$ 为电场强度与磁场强度; e, m 为电子电量及质量。频率为 ω_1, ω_2 的双频激光沿密度梯度方向入射一维不均匀等离子体 $n_0 = n_0(x)$ 后, 在等离子体频率

$$\omega_p(x) = \omega_L = \omega_1 - \omega_2$$

处激发频率为 ω_L 的拍频等离子体波。设双频激光的偏振方向相同, 则上述三个波可表示为

$$\mathbf{E}_{1,2} = E_{1,2}(x) \cos \omega_{1,2} t \hat{y} = \frac{1}{2} [E_{1,2}(x) e^{-i\omega_{1,2} t} + \text{c.c.}], \quad (6)$$

$$\mathbf{E}_L = \frac{1}{2} [E_L(x) e^{-i\omega_L t} \hat{x} + \text{c.c.}]. \quad (7)$$

等离子体中的电子在双频光波驱动下的振荡速度为^[3]

$$v_{1,2} = e E_{1,2} / i m \omega_{1,2}. \quad (8)$$

双频光波的波动方程为

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} E_1 + \frac{\omega_1^2}{c^2} E_1 = \frac{4\pi e i \omega_1}{c^2} \left(n_0 v_1 + \frac{1}{2} n_L v_2 \right) \approx \frac{4\pi e i \omega_1}{c^2} n_0 v_1, \quad (9)$$

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} E_2 + \frac{\omega_2^2}{c^2} E_2 = \frac{4\pi e i \omega_2}{c^2} \left(n_0 v_2 + \frac{1}{2} n_L^* v_1 \right) \approx \frac{4\pi e i \omega_2}{c^2} n_0 v_2, \quad (10)$$

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} E_{1,2} + (\omega_{1,2}^2 / c^2) (1 - \omega_p^2 / \omega_{1,2}^2) E_{1,2} = 0, \quad (11)$$

式中 n_L 为拍频等离子体波所造成的电子密度起伏, $n_L \ll n_0, \omega_p = (4\pi e^2 n_0 / m)^{1/2}$ 为电子等离子体频率。对于频率为 ω_L 的拍频等离子体波, 由方程 (1)–(5) 可以导出

$$-i\omega_L v_L = -\frac{e}{m} E_L - \frac{e}{2mc} (v_1 B_2^* + v_2^* B_1) - \nu_{\text{eff}} v_L, \quad (12)$$

$$-i\omega_L n_L + \frac{\partial}{\partial x} (n_0 v_L) = 0, \quad (13)$$

$$\frac{\partial}{\partial x} E_L = -4\pi e n_L, \quad (14)$$

式中 v_L 为拍频等离子体波驱动下的电子振荡速度, 这里忽略了电子-离子间的碰撞. 等效碰撞几率 ν_{eff} 反映拍频等离子体波的热传导效应^[4]. 由(13), (14)式可以求得, 拍频波驱动下的电子振荡速度

$$v_L = -i\omega_L E_L / 4\pi e n_0. \quad (15)$$

以此代入(12)式后计算得到

$$(-\omega_L^2 + \omega_p^2 - i\nu_{\text{eff}}\omega_L)E_L = -\frac{\omega_p^2}{2\omega_1\omega_2} \frac{e}{m} \frac{\partial}{\partial x} (E_1 E_2^*). \quad (16)$$

三、耦 合 系 数

频率为 ω_1 , ω_2 的激光束在各自的临界点反射后分别形成驻波. 两个光束的临界点以及它们的拍频共振点的等离子体密度分别为

$$\begin{aligned} n_{c1} &= m\omega_1^2 / 4\pi e^2, \quad n_{c2} = m\omega_2^2 / 4\pi e^2 = \beta^2 n_{c1}, \\ n_{\text{Re}} &= m\omega_L^2 / 4\pi e^2 = (1 - \beta)^2 n_{c1}, \end{aligned} \quad (17)$$

式中 $\beta = \omega_2 / \omega_1 < 1$. 双频光束在一维不均匀等离子体中耦合并导致拍频共振的先决条件为

$$n_{c1} > n_{c2} \geq n_{\text{Re}}. \quad (18)$$

将(17)式代入后得知, 上述条件等价于

$$1 > \beta \geq 0.5. \quad (19)$$

设等离子体密度轮廓呈线性分布

$$n_0 = (x/L)n_{c1} \quad (20)$$

式中 $L = C_s \tau$ 为等离子体标尺长度, C_s 为离子声速, τ 为激光脉宽. 以(20)式代入(11)式后解得频率为 ω_1 , ω_2 的光波在线性层中的驻波型场结构可由 Airy 函数分别表示为^[5]

$$E_1 = 2\sqrt{\pi} \rho^{1/6} E_{10} \text{Ai}(-\xi), \quad (21)$$

$$E_2 = 2\sqrt{\pi} \beta \rho^{1/6} E_{20} \text{Ai}(b - \xi), \quad (22)$$

式中 $\rho = \omega_1 L / c$; $\xi = \rho^{2/3}(1 - x/L)$; $b = \rho^{2/3}(1 - \beta^2)$; E_{10} , E_{20} 为 ω_1 , ω_2 波在真空中的场振幅. 将(21), (22)式代入(16)式后得到

$$E_L = E_d(x) / \epsilon'(x), \quad (23)$$

$$E_d(x) = -2\pi \frac{x}{L} \frac{\sqrt{\beta}}{(1 - \beta)^2} \frac{v_{20}}{c} \frac{\partial}{\partial \xi} [\text{Ai}(-\xi) \text{Ai}(b - \xi)] E_{10}, \quad (24)$$

$$\epsilon'(x) = 1 - \omega_{pe}^2 / \omega_L^2 + i\nu_{\text{eff}} / \omega_L = 1 - x / (1 - \beta)^2 L + i\nu_{\text{eff}} / \omega_L, \quad (25)$$

式中 $v_{20} = eE_{20} / m\omega_2$; $\nu_{\text{eff}} \ll \omega_L$; $E_d(x)$ 及 $\epsilon'(x)$ 分别为驱动电场及拍频波的复介电系数. 在拍频共振点附近, $E_d(x)$ 随 x 的变化显然比 $1/\epsilon'(x)$ 缓慢得多, 因此在研究拍频共

振时(23)式中的 $E_d(x)$ 可近似地以其在拍频共振点的值

$$E_d = E_d(x_{Re}) = \eta \frac{v_{20}}{c} E_{10} = \eta \frac{v_{10}}{c} E_{20}/\beta \quad (26)$$

代替, 式中 $v_{10} = eE_{10}/m\omega_1$, x_{Re} 为拍频共振点的坐标,

$$\begin{aligned} \eta &= -2\pi \sqrt{\beta} \frac{\partial}{\partial \xi} [Ai(-\xi)Ai(b-\xi)]_{\xi=\xi_{Re}} \\ &= 2\pi \sqrt{\beta} [Ai'(-\xi_{Re})Ai(b-\xi_{Re}) + Ai(-\xi_{Re})Ai'(b-\xi_{Re})] \end{aligned} \quad (27)$$

定义为双频激光在线性层等离子体中的耦合系数, 式中的

$$\xi_{Re} = \rho^{\frac{2}{3}}(2\beta - \beta^2), \quad b - \xi_{Re} = \rho^{\frac{2}{3}}(1 - 2\beta). \quad (28)$$

由文献[3]可知, 由于等离子体拍频共振而造成的吸收能流

$$\begin{aligned} I_{abs} &= \int \frac{\nu_{eff}}{8\pi} |E_L|^2 dx = \frac{\omega_L L}{8} E_d^2 \\ &= f(v_{20}/c)^2 I_{10} = f(v_{10}/\beta c)^2 I_{20}, \end{aligned} \quad (29)$$

式中 $I_{10} = \frac{c}{8\pi} E_{10}^2$, $I_{20} = \frac{c}{8\pi} E_{20}^2$ 为入射光束在真空中的能流密度,

$$f = \pi \rho \eta^2 (1 - \beta)^2. \quad (30)$$

显然, 等离子体拍频波加热除依赖于双频光束的强度外, 还与它们在拍频共振点的耦合系数有关.

四、讨 论

先讨论 Krueer 等人^[3]曾经研究过的 $\beta = 0.5$ 时的特例. 按照他们的简单模型, 拍频驱动场 E_d (以及系数 η) 与等离子体标尺长度 L 无关; 吸收能流 I_{abs} (以及系数 f) 与 L 成正比. 然而实际情况并非那么简单. 将 $\beta = 0.5$ 代入(27)和(30)式后得

$$\eta = \sqrt{2\pi} \left[Ai' \left(-\frac{3}{4} \rho^{\frac{2}{3}} \right) Ai(0) + Ai \left(-\frac{3}{4} \rho^{\frac{2}{3}} \right) Ai'(0) \right], \quad (31)$$

$$f = \pi \rho \eta^2 / 8, \quad (32)$$

式中 $Ai(0) = 0.355$, $Ai'(0) = -0.2588$. 由图 1 可以看到, η 和 f 对于 $\rho = \omega_1 L/c$ 的依赖关系是振荡型的: 当 ρ 为某些值时, 拍频波加热造成的能量吸收较大; 而当 ρ 为另一些值时, 则很少吸收或基本上没有吸收. 我们知道, 当 $\beta = 0.5$ 时, 拍频共振点与 ω_1 波的临界点重合. 由于 ω_1 波也是驻波, 得到图 1 所示的振荡型曲线是很自然的, 但是 Krueer 等人将 ω_1 波假定为行波后, 就得不到这一结果. 若 $\rho \gg 1$ 或 $L = C_s \tau$ 远大于激光在真空中的波长, 我们可以利用 Airy 函数的渐近表达式将(31)式表示为

$$\eta = A \sin \left(\frac{\sqrt{3}}{4} \rho + \phi + \frac{\pi}{4} \right), \quad (33)$$

$$A = \sqrt{2\pi} \left\{ [Ai'(0)]^2 / \frac{\sqrt{3}}{2} \rho^{\frac{1}{3}} + \frac{\sqrt{3}}{2} \rho^{\frac{1}{3}} [Ai(0)]^2 \right\}^{\frac{1}{2}}, \quad (34)$$

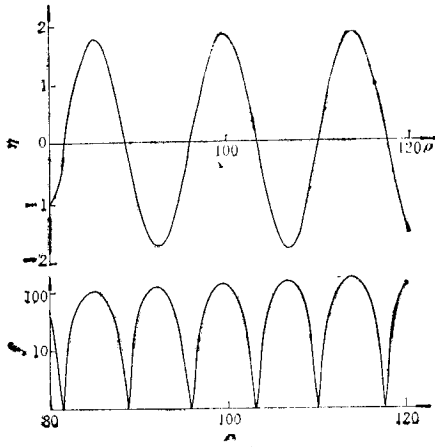


图 1 $\beta = 0.5$ 时, 系数 η, f 对于 $\rho = \omega_1 L/c$ 的依赖关系

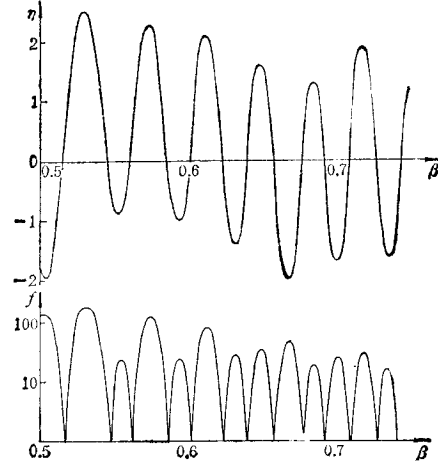


图 2 $\rho = 100$ 时, 系数 η, f 对于 $\beta = \omega_2/\omega_1$ 的依赖关系

$$\phi = -\operatorname{arctg} \left[\frac{\sqrt{3}}{2} \rho^{\frac{1}{3}} Ai(0)/Ai'(0) \right], \quad (35)$$

由(33)式可知, 当 ρ 满足

$$\frac{\sqrt{3}}{4} \rho + \operatorname{arctg}(1.19\rho^{\frac{1}{3}}) = K\pi + \frac{\pi}{4} \quad (36)$$

时, 预期将获得较大的吸收. 例如在 $\nu_{20}/c = 0.009$ (若 $\lambda_{20} = 1.06 \mu\text{m}$, 这相当于 $I_{20} = 10^4 \text{ Wcm}^{-2}$), $\rho = 100$ 时 $I_{\text{abs}}/I_{10} \approx 190$; 而在 $\nu_{20}/c = 0.009$, $\rho = 325$ 时 $I_{\text{abs}}/I_{10} \approx 5\%$. 当 ρ 满足

$$\frac{\sqrt{3}}{4} \rho + \operatorname{arctg}(1.19\rho^{\frac{1}{3}}) = K\pi + \frac{3}{4}\pi \quad (37)$$

时, 基本上没有能量吸收.

前面已指出, 双频光束耦合的先决条件是频率比应满足(19)式. 图 2 显示了由(27)式求得的 $\rho = 100$, $\beta = 0.5-0.75$ 时 η, f 对于频率比 β 的依赖关系. 由于拍频共振点不再与 ω_2 波的临界点保持重合, 图 2 中的振荡曲线显得更加复杂. 当 β 足够大, 乃至 $\rho^{\frac{2}{3}}(2\beta - 1) \gg 1$ 时, (27)式可表示为

$$\eta = (\beta/a_1 a_2)^{\frac{1}{2}} \left\{ (a_1 - a_2) \sin \left[\frac{2}{3} \rho (a_1^3 - a_2^3) \right] - (a_1 + a_2) \cos \left[\frac{2}{3} \rho (a_1^3 + a_2^3) \right] \right\} \quad (38)$$

$$a_1 = (2\beta - \beta^2)^{\frac{1}{2}}, \quad a_2 = (2\beta - 1)^{\frac{1}{2}}.$$

η 对 β, ρ 的依赖关系可直接由此求出. 最后, 由(30)式可知, 当 $\beta \rightarrow 1$ 时拍频波加热的吸收能流将很快趋于零.

具有 N 个不同频率的多频激光入射等离子体后, 我们将拥有 $\frac{1}{2} N(N-1)$ 对双频光束, 其中凡是频率比满足(19)式的都有可能相互耦合并激发相应的拍频等离子体波. 在

这一过程中, 双频光束在其拍频共振点的耦合系数 η 是至关重要的, 前面我们已对此作了详细讨论. 此外, 由于 (30) 式中的 $\rho(1 - \beta)^2$ 因子, 激光频率比较小, 等离子体定标长度较大对于拍频波加热往往更为有利.

- [1] T. Speziale, *Phys. Rev.*, **A23**(1981), 3332.
- [2] C. E. Max, in *Laser-Plasma Interaction*, North-Holland Publishing Company, (1982).
- [3] W. L. Kruer and K. Estabrook, Lawrence Livermore Laboratory Report, No. UCRL-50021-83 p. 3—40.
- [4] F. David, P. Mora and R. Pellat, *Phys. Fluids*, **26**(1983), 747.
- [5] V. L. Ginzburg, *Propagation of Electromagnetic Wave in Plasmas*, Pergamon, (1964).

THE COUPLING OF TWO LASER BEAMS IN AN INHOMOGENEOUS PLASMA

XU ZHI-ZHAN YU WEI

(*China Center of Advanced Science and Technology (World Laboratory);
Shanghai Institute of Optics and Fine Mechanics, Academia Sinica*)

ZHANG WEN-QI

(*Shanghai Institute of Optics and Fine Mechanics, Academia Sinica*)

XU TIE-FONG

(*Department of Physics, Ningbo University*)

ABSTRACT

The coupling coefficient of two laser beams with different frequencies at their resonant point in an inhomogeneous plasma is studied. The effect of this coefficient on plasma beat-wave heating and its dependences on the frequency ratio of the two laser beams and the scale length of plasma are calculated.