

磁性液体的介电特性*

许 培 英

(南京大学信息物理系)

盛 冬 宁 陆 怀 先

(南京大学物理系)

1987年8月31日收到

在外加磁化场的作用下, 磁性液体的介电特性表现出与一般物质所不同的新效应——磁电方向效应, 即介电常数不但依赖于外加磁化场的大小, 而且还依赖于外加磁化场与电场之间的相对方向。

根据实验观察到的磁性液体中的磁性颗粒呈球形^[1,2], 在外加磁化场的作用下, 磁性颗粒呈长链形分布的这一实验事实^[2], 我们用长链模型进行理论分析, 合理地解释了磁电方向效应。理论与实验结果符合。

一、引 言

这里所述的磁性液体 (ferrofluid) 是指具有磁性的超细微粒高度弥散在基液中而成的胶体体系。其中磁性颗粒通常为 Fe_3O_4 , 颗粒直径约为 $100 \text{ \AA}$, 以适当的表面活性剂处理, 使它们在基液(煤油、石蜡油、水等)中分散成胶状悬浮液。这种悬浮液可保持长期稳定。目前在许多领域中磁性液体已被应用, 人们对它的声、光、电学特性进行了许多实验和理论研究^[3,4]。本文针对磁性液体的介电特性所表现的磁电方向效应, 提出用长链模型的理论分析方法, 可以合理地解释这一实验事实。

二、理 论 分 析

Fe_3O_4 颗粒为导电的磁性粒子, 它具有电、磁二重性: 一是具有本征的磁偶极矩 m , 磁性液体的磁化强度可以用超顺磁理论来描述; 二是它处于电场中, 磁性粒子又具有电偶极矩 P , 一般情况下磁能 ($\mu_0 m \cdot H$) $\gg$ 电能 ($P \cdot E$), 所以我们可以认为磁性粒子的空间取向主要决定于磁分布。在外加磁化场 H 作用下, 磁性液体的磁性粒子大多呈现链状分布。随着外加磁化场的增强, 链状分布的状况就越显著, 链的轴向方向和外加磁化场的方向一致。因此, 在垂直与平行外加磁化场方向上, 施加稳定的电场作用时, 这两种情况下呈现的电磁边界情况是不同的, 所以导致相应情况下的介电特性的不同。这就是磁性

* 国家自然科学基金资助的课题。

液体在外加磁化场作用下产生磁电方向效应的直接原因。

为得到介电常数和外加磁化场的关系, 应先求得电极化强度与外加磁化场的关系。

磁性颗粒半径 r_0 值很小, 其相互作用可近似认为是偶极子之间的相互作用。这些偶极子在外加磁化场作用下, 形成长链分布。在这些长链之间的电磁相互作用可以忽略, 因为溶液稀薄(磁性颗粒体积浓度为 7.5%)。在这种情况下, 根据介电极化理论, 设外电场为 $\vec{E}$, 内电场为 $\vec{E}_i$, 即电极化强度 $\vec{P} = \vec{P}_c + \vec{P}_m$ 。 $\vec{P}_c$, $\vec{P}_m$ 分别为基液与磁性颗粒的电极化强度。对于基液

$$\vec{E}_{ic} = \vec{E} + \frac{\vec{P}}{3\epsilon_0} = \vec{E}_0, \quad (1)$$

$$\vec{P}_c = (1 - \nu)N\alpha_c\vec{E}_0, \quad (2)$$

式中 α_c 为基液分子极化率, ν 为磁性颗粒体积浓度, N 为基液分子体积数密度, ϵ 为介电常数。

对于磁性颗粒, 由于各电偶极子沿长链方向排列, 具有各向异性, 故对内电场的贡献不等于零。

$$\vec{P}_i = \alpha(\vec{E}_i)_i, \quad (3)$$

$$(\vec{E}_i)_i = \vec{E} + \frac{\vec{P}_i}{3\epsilon_0} + \frac{\alpha}{4\pi\epsilon_0} \sum_{j \neq i}^N \mathbf{T}_{ij} \cdot \vec{P}_j, \quad (4)$$

$$\mathbf{T}_{ij} = -\nabla \nabla \frac{1}{r_{ij}} = -\frac{1}{r_{ij}^3} \left(1 - 3 \frac{\mathbf{r}_{ij}\mathbf{r}_{ij}}{r_{ij}^2} \right). \quad (5)$$

将(4)式改写为

$$(\vec{E}_i)_i = \vec{E}_0 + \frac{\alpha}{4\pi\epsilon_0} \sum_{j \neq i}^N \mathbf{T}_{ij} \cdot \vec{P}_j, \quad (6)$$

(6) 式代入(3)式, 得

$$\vec{P}_i = \alpha \left\{ \vec{E}_0 + \frac{\alpha}{4\pi\epsilon_0} \sum_{j \neq i}^N \mathbf{T}_{ij} \cdot \vec{P}_j \right\}. \quad (7)$$

将(7)式等号右边的 $\vec{P}_i$ 依次用 $\alpha\vec{E}_0 + \frac{\alpha^2}{4\pi\epsilon_0} \sum_{j \neq k}^N \mathbf{T}_{jk} \cdot \vec{E}_0, \dots$ 代回(7)式

$$\vec{P}_i = \alpha \left\{ 1 + \frac{\alpha}{4\pi\epsilon_0} \sum_{j \neq i}^N \mathbf{T}_{ij} + \frac{\alpha^2}{(4\pi\epsilon_0)^2} \sum_{j \neq i, k}^N \mathbf{T}_{ij} \cdot \mathbf{T}_{jk} + \dots \right\} \vec{E}_0, \quad (8)$$

式中 α 为磁性颗粒的极化率 ($\alpha \approx 4\pi\epsilon_0 r_0^3$), r_0 为磁性颗粒半径。令 $r_{ij} \approx 2.5r_0$ (近邻距离)

$$\frac{\alpha}{4\pi\epsilon_0} \sum_{j \neq i}^N T_{ij} \approx \frac{r_0^3}{r_{ij}^3} \approx \frac{1}{15.625},$$

(8) 式收敛很快, 对(8)式求和(准确到二级项)得

$$\vec{P}_i = \alpha\vec{E}_0 + \sum_{k \neq i}^N \frac{(\alpha^2/4\pi\epsilon_0)r_{ik}^3}{1 + (\alpha/4\pi\epsilon_0)r_{ik}^3} \left\{ -\vec{E}_0 + \frac{1}{1 - (\alpha/4\pi\epsilon_0)r_{ik}^3} \frac{3}{r_{ik}^3} (\vec{E}_0 \cdot \mathbf{r}_{ik}) \mathbf{r}_{ik} \right\}. \quad (9)$$

在长链近似的条件下, 所有 $\mathbf{r}_{ik}$ 都沿链方向, 故对所有链分布方向求统计平均。

当长链的轴沿外加磁化场 $\vec{H}$ 的方向时, 具有最低能量。令 $\epsilon_0/kT = a$, 即

$$\begin{aligned}\overline{\cos^2\theta} &= \frac{\int_{-1}^{+1} \exp(a \cos\theta) \cos^2\theta d \cos\theta}{\int_{-1}^{+1} \exp(a \cos\theta) d \cos\theta} \\ &= 1 - \frac{2}{a} \left[\operatorname{ctgh} a - \frac{1}{a} \right] = 1 - \frac{2L(a)}{a},\end{aligned}\quad (10)$$

式中 $L(a) = \operatorname{ctgh} a - \frac{1}{a}$, $L(a)$ 为 Langexin 函数. 令 $\bar{P}_i = \beta_{\text{eff}} \bar{E}_0$, β_{eff} 为等效分子极化率. 对 (9) 式中 $\bar{E}_0 \cdot \mathbf{r}_{ik}$ 求平均, 把 (10) 式代入 (9) 式得

$$\beta_{\text{eff}}(\theta_0) = \alpha + \sum_{k \neq i}^N \frac{(\alpha^2/4\pi\epsilon_0) r_{ik}^3}{1 + (\alpha/4\pi\epsilon_0) r_{ik}^3} \left\{ -1 + \frac{3}{1 - (\alpha/4\pi\epsilon_0) r_{ik}^3} \cdot f(\theta_0) \right\}, \quad (11)$$

式中

$$\begin{aligned}f(\theta_0) &= \left\{ \cos^2\theta_0 \overline{\cos^2\theta} + \sin^2\theta_0 \cdot \frac{1 - \overline{\cos^2\theta}}{2} \right\} \\ &= \left\{ \frac{L(a)}{a} + \cos^2\theta \left(1 - \frac{3L(a)}{a} \right) \right\}.\end{aligned}\quad (12)$$

当 $\theta_0 = 0^\circ$ 时, $\beta_{\text{eff}}(\theta_0) = \beta_{\parallel}$ 为

$$\beta_{\parallel} = \alpha + \sum_{k \neq i}^N \frac{(\alpha^2/4\pi\epsilon_0) r_{ik}^3}{1 + (\alpha/4\pi\epsilon_0) r_{ik}^3} \left\{ -1 + \frac{3}{1 - (\alpha/4\pi\epsilon_0) r_{ik}^3} \overline{\cos^2\theta} \right\}; \quad (13)$$

当 $\theta_0 = 90^\circ$ 时, $\beta_{\text{eff}}(\theta_0) = \beta_{\perp}$ 为

$$\beta_{\perp} = \alpha + \sum_{k \neq i}^N \frac{(\alpha^2/4\pi\epsilon_0) r_{ik}^3}{1 + (\alpha/4\pi\epsilon_0) r_{ik}^3} \left\{ -1 + \frac{3}{1 - (\alpha/4\pi\epsilon_0) r_{ik}^3} \cdot \frac{1 - \overline{\cos^2\theta}}{2} \right\}. \quad (14)$$

有了以上关系式, 便可求出介电常数

$$\bar{E}_0 = \bar{E} + \frac{\bar{P}_c + \bar{P}_m}{3\epsilon_0} = \bar{E} + \frac{\bar{P}}{3\epsilon_0}, \quad (15)$$

式中

$$\bar{P}_m = \nu N_m \beta_{\text{eff}} \bar{E}_0, \quad (16)$$

N_m 为磁性粒子的体积数密度, 故

$$\bar{P} = \bar{E} \frac{N(1-\nu)\alpha_c + \nu\beta N_m}{1 - \frac{1}{3\epsilon_0} [N(1-\nu)\alpha_c + \nu\beta N_m]} = \chi_t \bar{E}, \quad (17)$$

$$\chi_t = [N(1-\nu)\alpha_c + N_m \nu \beta_{\text{eff}}] / \left\{ 1 - \frac{1}{3\epsilon_0} [N(1-\nu)\alpha_c + N_m \nu \beta_{\text{eff}}] \right\}, \quad (18)$$

式中 χ_t 为磁性液体的电极化率. 对于基液的电极化率为

$$\chi_c = N\alpha_c / \left[1 - \frac{1}{3\epsilon_0} N\alpha_c \right]. \quad (19)$$

因此, χ_t 为

$$\chi_t = \frac{(1-\nu)\chi_c + \nu N_m \beta_{\text{eff}} \left(1 + \frac{\chi_c}{3\epsilon_0} \right)}{1 + \frac{\nu\chi_c}{3\epsilon_0} - \frac{\nu\beta_{\text{eff}} N_m}{3\epsilon_0} \left(1 + \frac{\chi_c}{3\epsilon_0} \right)}. \quad (20)$$

由于 ν 值较小 (7.5%), 故 χ_i 近似为

$$\chi_i = \chi_c - \nu\chi_c \left[1 + \frac{\chi_c}{3\epsilon_0} + N_m \nu \beta_{eff} \left(1 + \frac{\chi_c}{3\epsilon_0} \right)^2 \right]. \quad (21)$$

因此, 磁性液体的介电常数为

$$\epsilon_i = \frac{\chi_i}{\epsilon_0} + 1.$$

三、结 论

1. 由 (13) 及 (14) 式可知, $\beta_{\parallel} > \beta_{\perp}$, 即 $\epsilon_{\parallel i} > \epsilon_{\perp i}$.
2. 由 $L(a)/a$ 随 a 增加而增大, 而 $a (\approx \mu H/kT)$ 随 H 增加而增大. 这样可得

$$\frac{d\beta_{\parallel}}{dH} > 0, \quad \frac{d\epsilon_{\parallel i}}{dH} > 0;$$

$$\frac{d\beta_{\perp}}{dH} < 0, \quad \frac{d\epsilon_{\perp i}}{dH} < 0.$$

3. 计算 ϵ_i - H 关系值

磁性颗粒近似取 $\alpha = 4\pi\epsilon_0 r_0^3$, 得

$$\beta(\theta_0) = 4\pi\epsilon_0 r_0^3 \left\{ 1 + \sum_{k \neq i}^N \frac{r_0^3/r_{ik}^3}{1 + r_0^3/r_{ik}^3} \left[-1 + \frac{3}{1 - r_0^3/r_{ik}^3} f(\theta_0) \right] \right\}.$$

若取 r_{ik} (近邻) $= 2.5r_0$, v_0 (体积) $= \frac{4}{3}\pi r_0^3$, 即得

$$\beta(\theta_0) = v_0\epsilon_0 \left\{ 2.5721 + 1.2835 \frac{L(a)}{a} + \cos^2\theta \left(1 - \frac{3L(a)}{a} \right) 1.2835 \right\},$$

$$\beta_{\parallel} = v_0\epsilon_0 \left\{ 3.8556 - 2.5670 \frac{L(a)}{a} \right\},$$

$$\beta_{\perp} = v_0\epsilon_0 \left\{ 2.5721 + 1.2835 \frac{L(a)}{a} \right\}.$$

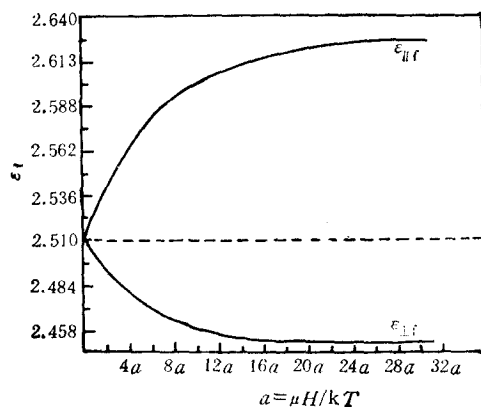


图 1

同理可得

$$\varepsilon_{\parallel f} = 2.640 - 0.337 \frac{L(a)}{a},$$

$$\varepsilon_{\perp f} = 2.445 + 0.1885 \frac{L(a)}{a}.$$

由此得 ε_f 值随 a 值变化的曲线如图 1 所示。

我们采用长链模型分析所得结果与文献 [3] 的实验结果一致。

工作中曾得到龚昌德教授、都有为教授和上海科学技术大学鲍家善教授的热情指导，在此深表谢意。

- [1] S. W. Charles and J. Popplewell, *IEEE Trans.*, **Mag-16**(1980), 172.
- [2] A. I. Gubanov, *Sov. Phys. Solid State*, **2**(1960), 468.
- [3] A. J. Mailfer *et al.*, *IEEE Trans.* **Mag-16**(1980), 254.
- [4] C. Cotae, *J. Magn. Magn. Mat.*, **39**(1983), 85.
- [5] 都有为、陆怀先, *应用科学学报*, **3**(1985), 267.

DIELECTRIC CHARACTERISTICS OF FERROFLUID

XU PEI-YING

(Department of Information Physics, Nanjing University)

SHENG DONG-NING LU HUAI-XIAN

(Department of Physics, Nanjing University)

ABSTRACT

When the ferrofluid is magnetized with biasing field, it's dielectric characteristics shows a magnetoelectric directive effect, i.e., the dielectric constant depend on not only the magnetic field, but also the relative direction between the electric field and the magnetic field.

In experiments, it has been observed that the magnetic particles in the ferrofluid are of spherical shape, and when magnetized with biasing field, they take a long-chain type distribution.

In this paper, we analyze experimental results mentioned above and explain the magnetoelectric directive effects with long-chain model. The theoretical results are in agreement with experimental work.