

低杂波驱动的共振电子径向能量输运*

夏 蒙 桢

(北京大学物理系)

1987年9月14日收到

在低杂波驱动电流的托卡马克中,可出现波驱动的共振电子径向能流,由定向能流和传导型能流两部分组成,其效应可能与碰撞效应可比,从而改变了驱动电流的基本图象。

一、引 言

在低杂波驱动电流^[1,2]的托卡马克中,波驱动电流效应与径向输运效应之间的联系是很重要的,近年来已引起人们的注意^[3-9]。

低杂波对径向输运的影响大体上可分为两个方面:低杂波改变了等离子体的状态从而影响径向输运过程;低杂波作为一种电磁扰动可直接驱动径向输运。在文献[9]中,我们导出了包含波驱动的径向输运效应的福克-普朗克方程。本文在这个方程的基础上讨论低杂波驱动的共振电子径向能量输运效应。指出波驱动的径向能流由定向能流和传导型能流两部分组成,前者联系于分布函数在速度空间中的斜率,而后者与温度、密度的径向梯度有关。

波驱动电流效应本身也受径向输运的影响,特别是与共振电子的径向输运有直接关系。除低杂波直接驱动的径向输运外,共振电子的径向输运还可由其他机制引起。高能电子的经典输运及静电扰动驱动的输运一般是不重要的,通常主要考虑磁扰动(随机磁场)引起的输运^[8]。高能电子在随机磁场中的约束时间一般不小于主体电子的能量约束时间^[10]。当波足够强时,波驱动的输运可成为共振电子径向输运的主要机制。通常讨论波驱动电流问题时,只计及库仑碰撞引起的共振电子能量损失。本文指出,共振电子的径向能量输运是能量损失的另一个重要通道。在一定条件下,它与碰撞效应可比。在这种情况下,驱动电流的基本图象将与传统的理解不同。

二、共振电子的径向能流

描写共振电子行为的福克-普朗克方程可表达为^[9]

$$\begin{aligned} \frac{\partial f}{\partial t} = & \frac{\partial}{\partial u} D \frac{\partial f}{\partial u} + \frac{\partial}{\partial u} D_c \left(\frac{\partial f}{\partial u} + \frac{2u}{v_c^2} f \right) \\ & + \frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{\alpha D}{Q} \frac{\partial f}{\partial u} + \frac{\alpha^2 D}{Q^2} \frac{\partial f}{\partial x} \right] - \frac{1}{\tau_h} f, \end{aligned} \quad (1)$$

* 中国科学院科学基金资助的课题。

其中 x 在径向(平板模型)。(1) 式等号右端前两项是通常的波驱动速度扩散项和库仑碰撞项;第三项描写波驱动的径向输运^[9],各符号的定义可参见文献[9];第四项描写随机磁场引起的径向输运, τ_h 为共振电子约束时间,它一般不短于主体电子的能量约束时间 $\tau_E^{[10]}$ 。共振区范围取为 $u_1 \leq u \leq u_2$ (纵向折射率 $N_1 \geq N_{\parallel} \geq N_2$)。假定波的电势谱强度为常数,并令 ϕ_0^2 为波的总强度,则有

$$D = D_0 \frac{v_c^3}{u^3}, \quad D_0 = \frac{\pi}{4} \frac{\omega c^2}{\Delta N_{\parallel}} \frac{v_c}{c} \left(\frac{e \phi_0}{T_e} \right)^2. \quad (2)$$

对碰撞项,有

$$D_C = D_{C0} \frac{v_c^3}{u^3}, \quad D_{C0} = v_0' v_c^2, \\ v_0' = \frac{2+z}{2} \frac{\omega_c^4 \Lambda}{4\pi n v_c^3}. \quad (3)$$

由(1)式,可得到共振电子径向能流密度的表达式为

$$q = q_A + q_D, \quad (4)$$

其中

$$q_A = - \int_{u_1}^{u_2} \frac{1}{2} m u^2 \frac{\alpha D}{Q} \frac{\partial f}{\partial u} du, \quad (5)$$

$$q_D = - \int_{u_1}^{u_2} \frac{1}{2} m u^2 \frac{\alpha^2 D}{Q^2} \frac{\partial f}{\partial x} du. \quad (6)$$

这表明,波驱动的共振电子径向能流由两部分组成: q_A 联系于分布函数在共振区对纵向速度的斜率,称之为定向能流,其方向与 α 的符号(即 K_{θ} 的方向)有关,可能是向外的也可能是向内的; q_D 与径向梯度有关,称为传导型能流,一般是向外的。在电流形成的初始阶段,分布函数有较大的斜率, q_A 一般是主要项。达到稳态以后,分布函数在共振区变平, q_A 大为下降,而 q_D 可能起主要作用。

现在考虑稳态解。在通常情况下有

$$\frac{C_{C0}}{D_0} \ll 1, \quad \tau_h v_0' \gg 1, \quad \frac{\rho_c}{r_f} \ll 1, \quad (7)$$

其中 ρ_c 为回旋半径, $r_f = |\partial \ln f / \partial x|^{-1}$ 。在这种条件下,稳态分布函数的零级为

$$f_0 \cong \frac{n}{v_c \sqrt{\pi}} e^{-u^2/v_c^2} \quad u_1 \leq u \leq u_2; \quad (8)$$

而在一级,有

$$\frac{\partial f_1}{\partial u} \cong - \frac{D_{C0}}{D_0} \frac{2u}{v_c^2} \left(1 - \frac{D_0}{D_{C0}} \frac{\alpha^2 \rho_c^2}{4r_f^2} + \frac{1}{4\tau_h v_0'} \frac{u^3}{v_c^3} \right) f_0. \quad (9)$$

由(5),(6)式及(8),(9)式,稳态情形波驱动的共振电子径向能流为

$$q_A = \frac{2}{\sqrt{\pi}} n T_e v_c \frac{\alpha v_0'}{Q} e^{-u_1^2/v_c^2} \frac{\Delta u}{v_c} \left(1 - \frac{D_0}{D_{C0}} \frac{\alpha^2 \rho_c^2}{4r_f^2} \right. \\ \left. + \frac{1}{16\tau_h v_0'} \frac{u_1^3 + u_1^2 u_2 + u_1 u_2^2 + u_2^3}{v_c^3} \right), \quad (10)$$

$$q_D = \frac{2}{\sqrt{\pi}} n T_e v_e \frac{\alpha^2 D_0}{Q v_e^2} \frac{\rho_e}{2 r_f} e^{-u_1^2/v_e^2} \ln \frac{u_2}{u_1}, \quad (11)$$

而

$$\begin{aligned} \frac{q_A}{q_D} = & \frac{D_{C0} 2 r_f}{D_0 \alpha \rho_e} \frac{\Delta u/v_e}{\ln \frac{u_2}{u_1}} \left(1 - \frac{D_0}{D_{C0}} \frac{\alpha^2 \rho_e^2}{4 r_f^2} \right. \\ & \left. + \frac{1}{16 \bar{\tau}_h v_0'} \frac{u_1^3 + u_1^2 u_2 + u_1 u_2^2 + u_2^3}{v_e^3} \right), \end{aligned} \quad (12)$$

$\bar{\tau}_h$ 为 τ_h 在共振区的平均值。

三、共振电子的能量平衡

假定驱动电流及波的功率耗散主要集中在 $r \leq r_0$ 的中心区。在稳态, 共振电子的能量平衡方程为

$$P_{LH} = P_C + P_A + P_D + P_S, \quad (13)$$

其中 P_{LH} 为波的吸收功率, P_C 为库仑碰撞引起的共振电子损失功率。通常讨论低杂波驱动电流时, 一般只考虑这两项。在本文所采用的模型中, 共振电子的径向输运参预能量平衡, P_A , P_D 及 P_S 分别代表波驱动的定向能流, 传导型能流及随机磁场输运的贡献。由 (1) 式及 (8), (9) 式, 各项的近似表达式为

$$P_C = 2\pi^2 R_0 r_0^2 \frac{1}{\sqrt{\pi}} n T_e v_0' e^{-u_1^2/v_e^2} \ln \frac{u_2}{u_1}, \quad (14)$$

$$P_S = 2\pi^2 R_0 r_0^2 \frac{1}{\sqrt{\pi}} n T_e \frac{1}{\bar{\tau}_h} \frac{u_1^3 + u_1 u_2 + u_2^3}{3 v_e^2} e^{-u_1^2/v_e^2} \frac{\Delta \mu}{v_e}, \quad (15)$$

$$P_A = 4\pi^2 R_0 r_0 q_{A0}, \quad (16)$$

$$P_D = 4\pi^2 R_0 r_0 q_{D0}. \quad (17)$$

在 P_C 与 P_S 中的参量取为 $r \leq r_0$ 区内的平均值, q_{A0} 及 q_{D0} 分别为 q_A 及 q_D 在 $r = r_0$ 处的值。由 (14)–(17) 式, 有

$$\frac{P_A}{P_C} = \frac{\alpha \rho_e}{r_0} \frac{\Delta u/v_e}{\ln \frac{u_2}{u_1}} \left(1 - \frac{D_0}{D_{C0}} \frac{\alpha^2 \rho_e^2}{4 r_{f0}^2} + \frac{1}{16 \bar{\tau}_h v_0'} \frac{u_1^3 + u_1^2 u_2 + u_1 u_2^2 + u_2^3}{v_e^3} \right), \quad (18)$$

$$\frac{P_D}{P_C} = \frac{D_0}{D_{C0}} \frac{\alpha^2 \rho_e^2}{2 r_{f0} r_0}, \quad (19)$$

$$\frac{P_S}{P_C} = \frac{1}{12 \bar{\tau}_h v_0'} \frac{u_1^3 + u_1 u_2 + u_2^3}{v_e^2} \frac{\Delta u/v_e}{\ln \frac{u_2}{u_1}}. \quad (20)$$

在 (18)–(20) 式中, 略去了参量的平均值与在 $r = r_0$ 处的值的差别。

四、驱动电流的效率

在满足条件 (7) 式的情况下, 径向输运一般不使波驱动的电 流发生重大变化, 但波的

稳态耗散功率可受到明显的影响。令 η_0 表示只计及库仑碰撞效应时驱动电流的效率, 则包含径向输运效应时, 由(13)–(17)式, 效率 η 可表达为

$$\eta = \eta_0 \left[1 + \frac{\alpha \rho_e}{r_0} \frac{\Delta u / v_e}{\ln \frac{u_2}{u_1}} + \frac{D_0}{D_{c0}} \frac{\alpha^2 \rho_e^2}{2 r_{j0} r_0} \left(1 - \frac{\alpha \rho_e}{2 r_{j0}} \frac{\Delta u / v_e}{\ln \frac{u_2}{u_1}} \right) + \frac{1}{\bar{\tau}_h \nu_0'} \frac{\Delta u / v_e}{\ln \frac{u_2}{u_1}} \left(\frac{u_1^2 + u_1 u_2 + u_2^2}{12 \nu_e^2} + \frac{\alpha \rho_e}{r_0} \frac{u_1^3 + u_1^2 u_2 + u_1 u_2^2 + u_2^3}{16 \nu_e^3} \right) \right]^{-1} \quad (21)$$

在通常的量级关系下, (21)式可简化为

$$\eta \approx \eta_0 \left[1 + \frac{D_0}{D_{c0}} \frac{\alpha^2 \rho_e^2}{2 r_{j0} r_0} + \frac{1}{12 \bar{\tau}_h \nu_0'} \frac{u_1^2 + u_1 u_2 + u_2^2}{\nu_e^2} \frac{\Delta u / v_e}{\ln \frac{u_2}{u_1}} \right]^{-1}. \quad (22)$$

(22) 式等号右端括号内的三项分别代表碰撞效应、波驱动的传导型能流及随机磁场运输的贡献。

五、数值结果与讨论

为了说明径向能量输运效应的量级, 现取如下一组典型参数进行数值计算:

$$n = 5 \times 10^{18} \text{ m}^{-3}, T_e = 1.5 \text{ keV}, B = 2.5 \text{ T}$$

$$I_p = 200 \text{ kA}, R_0 = 1.32 \text{ m}, a = 0.4 \text{ m}, z = 2,$$

$$\omega = 5 \times 10^9 \text{ s}^{-1}, N_1 = 4, N_2 = 2, |\alpha| = 10, r_0 = 0.2 \text{ m},$$

并令 $\zeta = \text{sgn } \alpha$ 。在这组参数下, 得到下列各比值随波强度变化的关系式:

$$\frac{D_{c0}}{D_0} = \left(\frac{\phi_{0c}}{\phi_0} \right)^2, \frac{e \phi_{0c}}{T_e} = 6.6 \times 10^{-4}, \quad (23)$$

$$\frac{q_{A0}}{q_{D0}} = \zeta \left(\frac{\phi_{0*}}{\phi_0} \right)^2 \left[1 - \left(\frac{\phi_0}{\phi_{0A}} \right)^2 \right], \frac{e \phi_{0*}}{T_e} = 0.017, \frac{e \phi_{0A}}{T_e} = 0.082, \quad (24)$$

$$\frac{P_D}{P_C} = \left(\frac{\phi_0}{\phi_{0D}} \right)^2, \frac{e \phi_{0D}}{T_e} = 0.14, \quad (25)$$

$$\frac{P_S}{P_D} = \left(\frac{\phi_{0S}}{\phi_0} \right)^2, \frac{e \phi_{0S}}{T_e} = 0.069, \quad (26)$$

$$\eta \approx \eta_0 \left[1.27 + \left(\frac{\phi_0}{\phi_{0D}} \right)^2 \right]^{-1}. \quad (27)$$

在以上计算中, 取 $\bar{\tau}_h \approx \tau_E$, 并采用 Neo-Alcator 定标律^[11]。

(24)式表明, 只要 $e \phi_0 / T_e > e \phi_{0*} / T_e \approx 0.017$, 便有 $|q_{A0} / q_{D0}| < 1$ 。因此, 只要波不太弱, 稳态时波驱动的共振电子径向能流主要是传导型流。(26)式表明, 当 $e \phi_0 / T_e > e \phi_{0S} / T_e \approx 0.069$ 时, 波驱动的能量超过随机磁场引起的能量, 成为共振电子径向能量输运的主要机制。

(25)式表明, 当波的强度达到 $e \phi_0 / T_e \approx e \phi_{0D} / T_e \approx 0.14$ 时, 波驱动的径向输运在共振电子能量平衡中的贡献与碰撞耗散效应可比。在这种条件下, 低杂波驱动电流的图象

与传统的理解有明显差异。由(27)式可看出,当 $\bar{r}_h \approx r_E$ 时,随机磁场输运可使效率下降 20% 左右。当 $\phi_s \approx \phi_{0D}$ 时,波驱动的输运可使效率下降一半以上。

以上结果表明,当波比较强时,波驱动的共振电子径向能量输运对驱动电流效应可有明显影响。具体的数值结果与等离子体及低杂波的各种参量的大小及径向剖面有关,因而对每一实际条件须分别进行详细的计算。

- 1 N. J. Fisch, *Phys. Rev. Lett.*, **41**(1978), 873.
- 2 N. J. Fisch, *Rev. Mod. Phys.*, **59**(1987), 175.
- 3 K. Uehara, *J. Phys. Soc. Japan*, **53**(1984), 2018.
- 4 S. Knowlton *et al.*, *Phys. Rev. Lett.*, **57**(1986), 587.
- 5 S. C. Luckhardt *et al.*, *Phys. Fluids*, **29**(1986), 1985.
- 6 F. Alladio *et al.*, *Plasma Phys. Contr. Fusion*, **28**(1986), 179.
- 7 T. M. Antonsen, Jr. *et al.*, *Phys. Fluids*, **29**(1986), 2235.
- 8 P. T. Bonoli *et al.*, *Phys. Fluids*, **29**(1986), 2937.
- 9 Xia Mengfen and Wu Weimin, *Plasma Phys. Contr. Fusion*, **29**(1987), 621.
- 10 H. E. Mynick *et al.*, *Phys. Fluids*, **24**(1981), 695.
- 11 F. Romanelli *et al.*, *Nucl. Fusion*, **26**(1986), 1515.

LOWER-HYBRID-DRIVEN RADIAL ENERGY TRANSPORT OF RESONANT ELECTRONS

XIA MENG-FEN

(Department of Physics, Peking University)

ABSTRACT

In lower-hybrid current drive Tokamak, the waves can drive radial energy flux of resonant electrons, which is composed of a directional flux and a conduction-like flux. When the waves are strong enough, the effects of the radial energy flux may be comparable to that of the Coulomb collisions, and the picture of current drive will be changed.