

菲涅耳阵在固体中所产生的 声束聚焦和扫描特性

吴进远 汪承灏 何启光

(中国科学院声学研究所)

1987年12月29日收到

用固体表面上的菲涅耳换能器阵实现固体中声束的聚焦和扫描,它具有实用意义。

本文将分别运用标量和矢量理论,分析菲涅耳阵在固体中产生的声束特性。理论与实验结果进行了比较。最后,基于射频频谱分析的角度,对聚焦束的建立时间和加权技术进行了讨论。

一、引 言

有关流体中声束的扫描和聚焦现象,已有很多研究工作,还有不少实际应用。但是在固体中,也许是由于它的产生比较困难,以及固体中有纵波和横波两种波的存在,分析和应用都较复杂,所以迄今研究较少。最近由于纯声学的实时宽带频谱分析器的提出和发展,固体中声束扫描和聚焦的研究已被提到日程上来。

基于声束随频率变化在固体中进行扫描和聚焦的原理所实现的频谱分析器,与声光射频频谱分析器相对应,被称之为纯声学射频频谱分析器。它是利用声表面波来实现的^[1]。目前又相继提出的几种结构^[2-4],由于它比声光射频频谱分析器具有一系列优点,因而引起很大的注意^[5]。最近,它又被推广到体声波^[6,7]。据认为它可比声表面波具有更大的带宽,并可使用各向同性固体,从而回避声表面波通常要利用各向异性晶体所带来的困难。

本文是对表面菲涅耳换能器阵在均匀各向同性固体中产生的声场进行理论分析。固体中的声场,原则上讲应采用矢量场理论分析。但对我们常遇到的情况,即近轴远场情况时,在讨论中使用简洁的标量理论可以得到满意的结果。我们将用标量场和矢量场两种理论来分析表面菲涅耳换能器阵在固体中产生的声场分布,着重于聚焦和扫描特性的分析,并将与文献[7]的实验结果进行比较。本文还进而讨论频谱分析器实用中的两个重要问题:聚焦束的建立时间和旁瓣抑制加权技术。

二、固体表面条状法向力源的指向性

在一各向同性固体介质(ζ, λ, μ)中,在其表面放置一菲涅耳阵,如一般阵列产生的

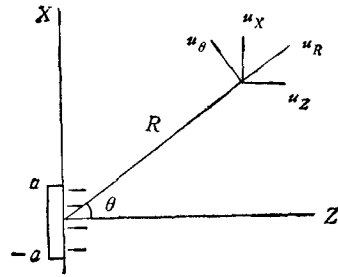


图 1 表面条状法向力源

波动场那样,可以将它看成是一个元因子和阵因子之积。我们设此菲涅耳阵中每个阵元是条状法向力源, $T_{zz} = 1$, 宽度为 $2a$, 在长度方向是无限广延的(如图 1 所示)。

这时,固体中稳态声场可利用傅里叶变换给出^[8]

$$u_x = \frac{1}{i\mu\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\sin(\zeta a)}{F(\zeta)} \{ 2(\zeta^2 - k_p^2)^{\frac{1}{2}}(\zeta^2 - k_s^2)^{\frac{1}{2}} \exp[-(\zeta^2 - k_s^2)^{\frac{1}{2}}Z] + (k_s^2 - 2\zeta^2) \exp[-(\zeta^2 - k_p^2)^{\frac{1}{2}}Z] \} \exp(i\zeta X) d\zeta$$

$$u_z = \frac{1}{\mu\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{(\zeta^2 - k_p^2)^{\frac{1}{2}} \sin(\zeta a)}{\zeta F(\zeta)} \{ 2\zeta^2 \exp[-(\zeta^2 - k_s^2)^{\frac{1}{2}}Z] + (k_s^2 - 2\zeta^2) \cdot \exp[-(\zeta^2 - k_p^2)^{\frac{1}{2}}Z] \} \exp(i\zeta X) d\zeta.$$

其中 $F(\zeta) = (2\zeta^2 - k_s^2)^2 - 4\zeta^2(\zeta^2 - k_p^2)^{\frac{1}{2}}(\zeta^2 - k_s^2)^{\frac{1}{2}}$.

在远场,利用最陡下降法和转换到极坐标系 (R, θ) , 可得

对纵波

$$u_R \sim \left(\frac{a}{\mu}\right) \sqrt{\frac{2}{\pi k_p R}} \exp\left(-ik_p R + i\frac{3\pi}{4}\right) \left[\frac{k_p^4 \cos\theta(x^2 - 2\sin^2\theta)}{F(k_p \sin\theta)} \right] \cdot \left[\frac{\sin(k_p a \sin\theta)}{k_p a \sin\theta} \right] \quad (1)$$

对横波

$$u_\theta \sim \left(\frac{a}{\mu}\right) x^3 \sqrt{\frac{2}{\pi k_s R}} \exp\left(-ik_s R + i\frac{5\pi}{4}\right) \cdot \left[\frac{k_p^4 \sin 2\theta(x^2 \sin^2\theta - 1)^{\frac{1}{2}}}{F(k_s \sin\theta)} \right] \cdot \left[\frac{\sin(k_s a \sin\theta)}{k_s a \sin\theta} \right]. \quad (2)$$

其中纵波波数 $k_p = \omega/c_p$, $c_p = \sqrt{\frac{\lambda + 2\mu}{\rho}}$, 横波波数 $k_s = \omega/c_s$, $c_s = \sqrt{\frac{\mu}{\rho}}$, $k^2 = \lambda + 2\mu/\rho = k_s^2/k_p^2$.

在(1),(2)式中,括号前面的项,除常数外,是一个柱面波因子。第一项括号表示为一表面线源的纵波和横波的指向性。对于熔融石英 $x = 1.585$, 其指向性图案如图 2(a) 所示,而第二项括号是一个 $\sin c$ 函数,对于 $k_p a = 5\pi/3$, 其指向性图案如图 2(b) 所示,而总的指向性图案如图 2(c) 所示。从上述结果可见,对于纵波,它与通常流体的指向性图案相似。所以流体的一些结论对纵波也适用,而对横波则不然,运用时要谨慎。

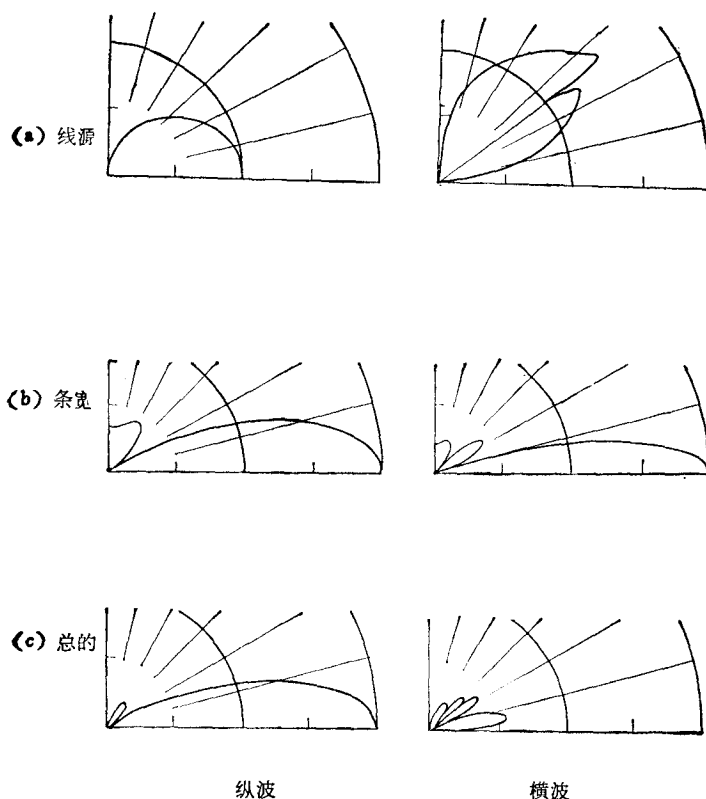


图2 在熔融石英表面条状源产生的弹性波指向性图案
 $\alpha = 1.585; k_p a = 5\pi/3$

三、菲涅耳阵产生的声场特性: 标量场理论

固体中的声场虽然严格地讲要采用矢量场理论来分析, 但是对我们通常感兴趣的情况, 比如栅阵发射的纵波在近轴远场时, 各阵元在观测点产生的位移矢量方向基本上相同, 可以采用标量相加的近似, 从而使得分析可以大为简化。

从标量波动方程出发, 设在 $Z = 0$ 平面, 在 $X = X_0$ 处, 其振幅分布为 $u(X_0, 0)$, 则在 (X, Z) 处, 其场分布可由菲涅耳衍射积分给出^[9]

$$u(X, Z) = \int_{-\infty}^{+\infty} \sqrt{\frac{j}{\lambda R}} \exp\left(j \frac{2\pi}{\lambda} R\right) \cos \theta u(X_0, 0) dX_0. \quad (3)$$

其中矢径 $R = \sqrt{Z^2 + (X - X_0)^2}$, λ 为波长, θ 为矢径 R 与 Z 轴的夹角。在近轴远场时, (3) 式可进一步简化: $\cos \theta \approx 1$, 影响振幅的 $R \approx Z$, 而影响相位的指数中, 采用如下近似:

$$\frac{2\pi}{\lambda} R = \frac{2\pi}{\lambda} \sqrt{Z^2 + (X - X_0)^2} \sim \frac{2\pi}{\lambda} Z + \frac{\pi}{\lambda Z} (X - X_0)^2. \quad (4)$$

这就是说,相应于 $(X - X_0)$ 的最大值要满足

$$(X - X_0)_{\max}/\lambda Z \ll 1.$$

此时,得到近轴条件下菲涅耳衍射积分为

$$u(X, Z) \sim \sqrt{\frac{j}{\lambda Z}} \cdot \exp\left(j \frac{2\pi}{\lambda} Z\right) \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} u(X_0, 0) \exp\left(j \frac{\pi}{\lambda Z} (X - X_0)^2\right) dX_0. \quad (5)$$

对于有 n 个分立阵元的栅阵,可有

$$u(X, Z) \sim \sqrt{\frac{j}{\lambda Z}} \exp(jkZ) \cdot \sum_n A_n \exp\left[j \frac{\pi}{\lambda Z} (X - X_n)^2\right]. \quad (6)$$

设阵元 X_n 的分布为线性调频的非涅耳阵

$$x'_n = N_s + B_n \quad (n = 1, 2, \dots, 2N) \quad (7)$$

并假定每个阵元的强度相同,而邻近元的相位相反,即 $A_n = A_0(-1)^n$.

现在来看轴线 $(0, Z)$ 上的声场分布,由(6)和(7)式

$$\begin{aligned} u(X, Z) &\sim \sqrt{\frac{j}{\lambda Z}} \cdot \exp(jkZ) \cdot A_0 \cdot \exp\left(j \frac{\pi N_s}{\lambda Z}\right) \cdot \sum_{n=1}^{2N} (-1)^n \cdot \exp\left(j \frac{\pi}{\lambda Z} \cdot B_n\right) \\ &= (-2jNA_0) \exp\left(jk\left(Z + \frac{1}{2Z}\left(N_s + \left(N + \frac{1}{2}\right)B\right)\right)\right) \\ &\quad \cdot \sin\left(\frac{1}{2} \frac{\pi B}{\lambda Z}\right) \cdot \frac{\sin\left(\frac{N\pi B}{\lambda Z}\right)}{N \cdot \sin\left(\frac{\pi B}{\lambda Z}\right)}. \end{aligned} \quad (8)$$

其中最后两个因子是有关聚焦的聚焦因子,如仅考虑聚焦特性,则只考虑后两个因子即可. 设对应于 f_1 的 λ_1 时,第一个焦点在 Z_1 , 故 $B = \lambda_1 Z_1$, 而

$$u(X, Z) \propto \sin\left(\frac{\pi}{2} \frac{\lambda_1 Z_1}{\lambda Z}\right) \cdot \frac{\sin\left(N\pi \frac{\lambda_1 Z_1}{\lambda Z}\right)}{N \sin\left(\pi \frac{\lambda_1 Z_1}{\lambda Z}\right)}. \quad (9)$$

对于所有焦点

$$\lambda_1 Z_1 / \lambda Z = \pm (2m + 1) \equiv \pm k \quad m \text{ 为自然数, } k \text{ 为 } 1, 3, 5 \dots \quad (10)$$

“+”号表示会聚束,“-”号表示发散束,图3所示为正负一级声束. 焦点只有奇数级. 因为当 $\lambda_1 Z_1 / \lambda Z$ 等于偶数时,由于第一个因子限制为零,即没有偶数级焦点,这是我们阵元采取正负相间排列的结果. 而由(10)式也可见,对某一级焦点而言,焦距 Z 与频率 f 成正比. 图4给出理论与实验比较的结果. 这正是菲涅耳阵的聚焦扫描性质或色散特性,应用这一原理可以构成频谱分析器结构.

当距离固定,如 $Z = Z_1$ 时,我们看到 $f_{2m+1} = (2m + 1)f_1$ 时聚焦,而其频率的相对主瓣宽度为

$$\Delta f_{2m+1} / f_{2m+1} = 2 / N(2m + 1) \quad (11)$$

即表明它与阵元数目 $2N$ 及级次 $(2m + 1)$ 成反比. N 愈大,级次愈高,频率分辨率愈

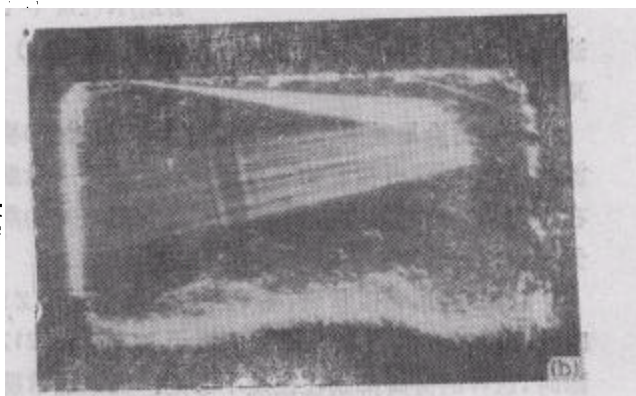
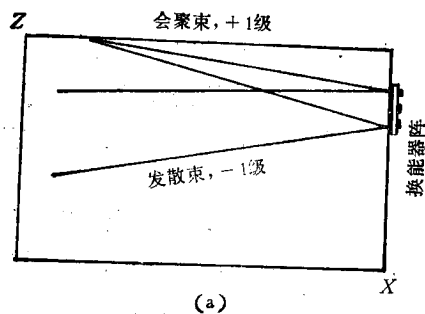


图3 正负一级声束

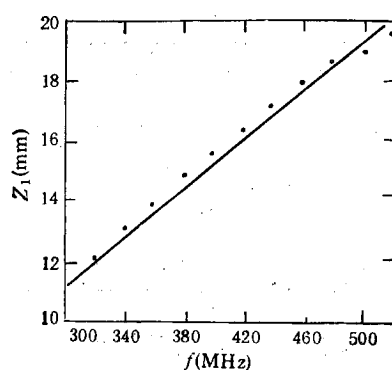
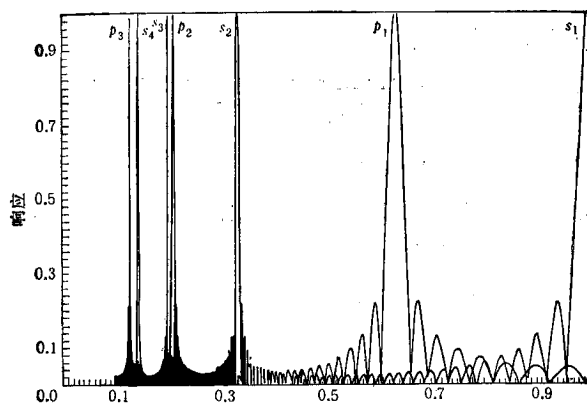


图4 一级聚焦声束的焦距随频率的变化

— 为理论结果; ● 为实验结果

图5 沿Z轴的纵波和横波的声束分布 ($x = 1.585$)

高。当频率 f (波长 λ) 固定时,如 $f = f_1$ 时,各级焦点处在

$$Z_{2m+1} = Z_1 / (2m + 1),$$

而其空间沿 Z 轴的主瓣宽度为

$$ZZ_1/N(2m+1)^2. \quad (12)$$

这表明空间分辨率与阵元数 N 及级次 $(2m+1)$ 也成正比,实验证明了次束瓣宽是1次束的 $1/9^{[7]}$.

上述讨论是对固体某种波型的,它对纵波和横波均适用,因此在某频率下,不仅有纵波的焦点,而应有横波的一系列焦点.图5所示就是对于熔融石英的沿 Z 轴的分布.这在设计频谱分析器中,即要避免它们之间的混叠.这里我们忽略了纵波和横波的阵元指向性影响.

从图5中还可以看到,在某一级焦点附近沿 Z 轴的旁瓣分布情况.事实上,当 N 较大时,第一旁瓣与主瓣之比近似等于 $2/3\pi = 0.212$,即约低13.5dB.在实际作频谱分析器时,这样的旁瓣抑制往往是不够的.而象通常那样,需要对阵列进行加权处理,以进一步提高旁瓣抑制.

四、菲涅耳阵产生的声场特性:矢量场理论

第二节中已给出了固体表面阵元的声场指向性图案.而这些阵元组成的阵所产生的声场则是这些阵元产生的声场矢量相加.我们仅考虑纵波情况.设阵元分布在 $Z=0$ 的平面上,那么在 (X, Z) 处,纵波叠加的质点位移为

$$u(X, Z) = \sum_{n=1}^{2N} A_n \cdot \exp \left[j \frac{2\pi}{\lambda_1} \sqrt{(X - X_n)^2 + Z^2} \right]. \quad (13)$$

其中 $\lambda_1 = c_p/f$, c_p 为纵波声速, f 为频率, X_n 为第 n 个阵元位置.而

$$A_n = (-1)^n A_0 f_n U(\theta_n) / |r_n|^{\frac{1}{2}}. \quad (14)$$

其中 $(-1)^n$ 为阵元逐个反相因子,矢量 $r_n = (X - X_n)e_x + Ze_z$ 为第 n 个阵元到观测点 (X, Z) 处的矢径, $f_n = r_n / |r_n|$ 为该方向单位矢量. $\theta_n = \tan^{-1} \frac{(X - X_n)}{Z}$, $U(\theta_n)$ 为指向性因子,从(1)式可得

$$U(\theta_n) = \frac{k_p^4 \cos \theta (x^2 - 2 \sin^2 \theta)}{F(k_p \sin \theta)} \cdot \frac{\sin(k_p a \sin \theta)}{k_p a \sin \theta}. \quad (15)$$

我们由一个数值例子来进行分析,此时选取 $N'_1 = 5(N'_1 = N_1/2\lambda_1 Z_1, (8)式]$,总阵元数 $2N = 48$, $a = 0.8\lambda_1$,材料为熔融石英, $\kappa = 1.585$.利用矢量场的理论公式(13), (14),给出 $X=0$ (沿 Z 轴上)的分布,如图6曲线1所示,它的形状类似 $\sin C$ 函数,其主瓣宽度约为 $84\lambda_1$,而根据上节简单标量理论,它约为 $2 \times 1000\lambda_1 / (48/2) \simeq 83\lambda_1$.图6的曲线2,3和4是用标量理论在不同近似计算下得到的.曲线2是不计及阵元的指向性,按照(8)式得出的;曲线3是计及阵元的指向性,但忽略各阵元的指向性差异;而曲线4是再计及阵元指向性的差异所得出的.与矢量理论的曲线1相比,显然曲线2是有些差异的,即主瓣较高,这是由于忽略指向性的缘故.而计及指向性的曲线3与之比较差异就很小.曲线4与曲线1几乎完全重合.这样的结果与我们所举的特定例子有关,因为这时阵列占的总宽度约为 $140\lambda_1$,所以会聚角约为 $140\lambda_1 / 1000\lambda_1 \simeq 0.14$ 弧度 $\approx 8^\circ$,因而考虑矢量叠加和标量叠加的最大差异仅为 $(0.07)^2/2 \approx 0.25\%$.应该指出的是,例子

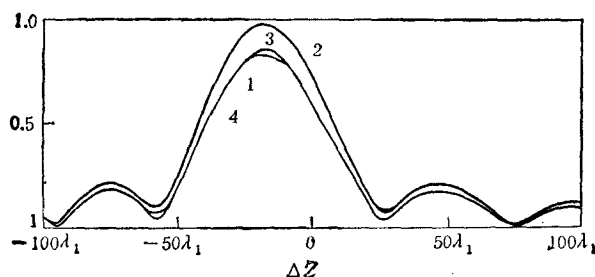


图6 利用标量和矢量理论给出的 $|u_r|$ 在 Z 轴上振幅分布
 $N_s = 5; Z_1 = 1000\lambda_1; 2N = 48; \alpha = 1.585; a = 0.8\lambda_1$

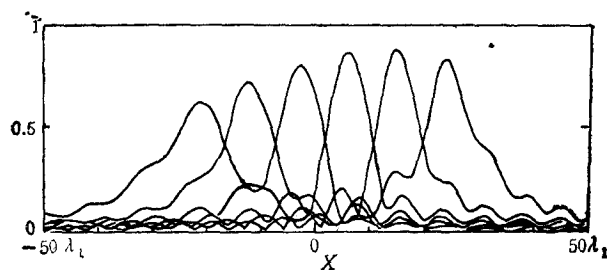


图7 $|u_r|$ 沿 X 方向振幅分布
 $N_s = 5; Z_1 = 1000\lambda_1; 2N = 48; \alpha = 1.585; a = 0.8\lambda_1$

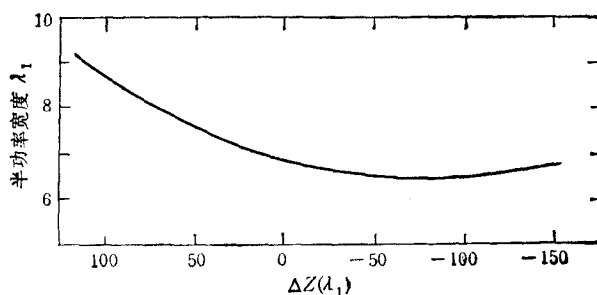


图8 声束主瓣半功率宽度随 ΔZ 的变化
 $\Delta Z = Z - Z_1; Z_1$ 为焦距

所述的情况是实用上通常遇到的情况,即阵列的总宽度较小于焦距。这时,标量理论与矢量理论的差异是不大的。

同时,我们从图6还可以看到此时主瓣偏离 $Z = Z_1$ 处大约 20λ ,即是焦距的2%。这是由于采用线性调频阵,而在(4)式中相位因子采取一级近似所造成的。

对于不同的 Z 平面,我们计算了 u_r 沿 X 方向的分布,如图7所示。由图7可见聚焦声束的横向分布也是一个主瓣和一些旁瓣组成,而且主瓣宽度约为旁瓣的两倍。值得注意的是声束主瓣最细锐的位置,既不在 $Z = Z_1 (\Delta Z = 0)$ 处,也不在 $X = 0$ 处。图8给出声束主瓣的半功率宽度与 $\Delta Z = Z - Z_1$ 的关系。最细声束半宽与实验测量值相接近。

五、聚焦束的建立时间和旁瓣抑制

实际制作纯声学射频频谱分析器时,还要对聚焦束的另一些重要性质进行研究. 其中一个所谓建立时间,它对应于声光谱分析器中的渡越时间;另一个是旁瓣及其抑制问题. 对此,我们作了初步探讨.

1. 建立时间

由于消偶阶结构的非涅耳阵各阵元到焦点的声程是逐个增加半个波长,对于 $2N$ 元的阵,最先和最后达到焦点的声程相差 N 个周期的时间,这就是与声光谱分析器渡越时间相对应的建立时间. 图 9(a) 所示就是同步频率为 410MHz 的 80 阵元的阵,当 410MHz 载频的方波调制脉冲加到阵元上,在焦点接收换能器所接收到的波形. 由于建立时间为 40 周期,理论上即约为 98ns . 而由图 9(a) 实测显示建立时间为 100ns ,两者符合得较好. 而当载频调到 420MHz ,接收换能器处在主瓣的零点,在稳定会聚声束建立后,信号为零(图 9(b) 的中间一段);但在图 9(b) 的最初和最终一段都测得非零信号. 这也是“建立时间”效应所造成的. 或者说在 420MHz 电脉冲建立和消失的瞬态过程中包含有其他频率成份,包括 410MHz 成分,所以出现非零信号.

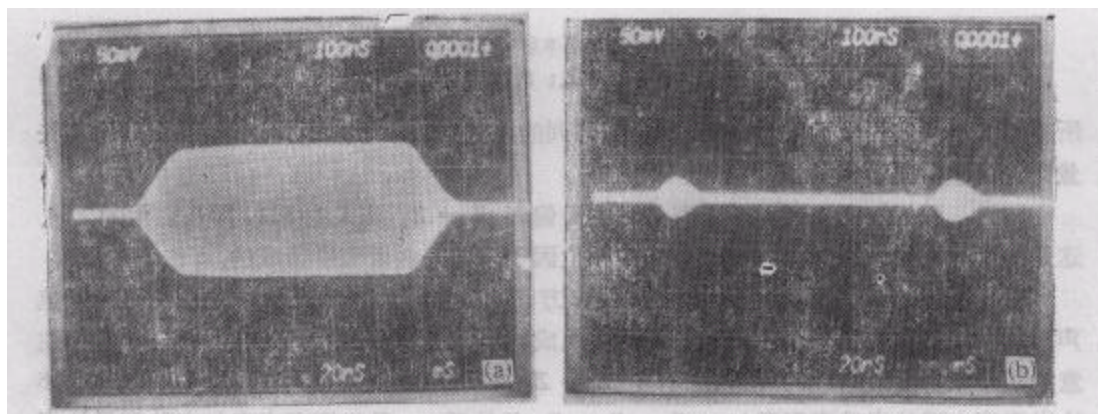
会聚声束的建立时间,与声光谱分析器的渡越时间一样,它与束宽,也就是与阵元数成正比. 而我们知道,欲要提高频率分辨率就要增加阵元数,这两者是互相制约的.

对于 $2m+1$ 级聚焦声束,由(11)式,主瓣宽度为 $\Delta f_{\text{主瓣}} = 2f_{2m+1}/N(2m+1)$,而建立时间 $\tau = (2m+1) \cdot NT_{2m+1}$, T_{2m+1} 为电信号周期. 对 $(2m+1)$ 级声束,由于相邻元的声程差增加到 $(2m+1)\lambda_{2m+1}/2$,所以要加上 $(2m+1)$ 倍因子. 又, $f_{2m+1} \cdot T_{2m+1} = 1$, 所以有

$$\tau \cdot (\Delta f_{\text{主瓣}}/2) = 1. \quad (16)$$

即主瓣半宽度与建立时间互为倒数.

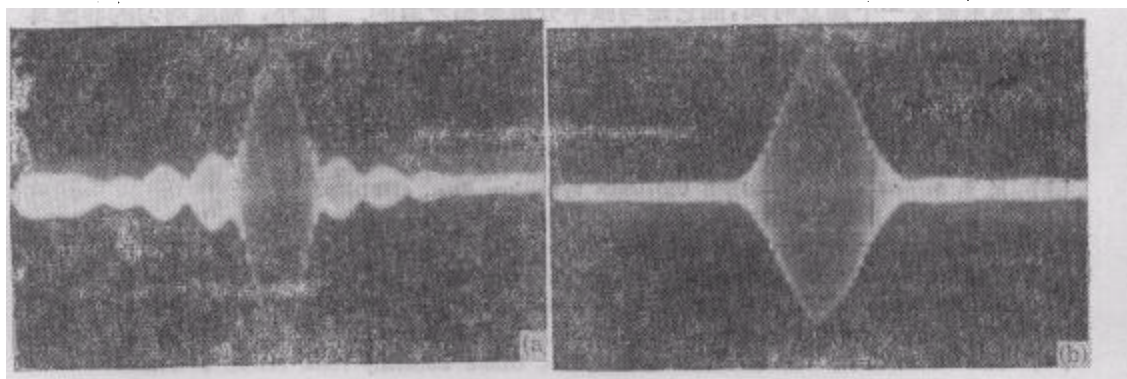
2. 旁瓣抑制



(a) 同步频率 (410MHz)

(b) 非同步频率 (420MHz)

图 9 聚焦束的脉冲响应



(a) 未加权的菲涅耳阵

(b) 加权的菲涅耳阵

图 10 在焦点处接收换能器的频响

运用(19)式,在同步频率附近,第 k 个焦点处的频率响应为

$$\sin \left[\frac{\pi}{2} k(1 - \Delta f/fk) \right] \cdot \frac{\sin \left(\pi N k \frac{\Delta f}{fk} \right)}{N \sin \left(\pi k \frac{\Delta f}{fk} \right)}. \quad (17)$$

在奇次阶,当 $\Delta f/fk \ll 1$ 时,上式化为 $\sin c$ 函数形式,因而频率旁瓣约为 -13dB . 图 10(a) 给出的是均匀阵结果,主副瓣比约为 13dB ,理论与实验基本相符. 而这样的主副瓣比,在频谱分析器中运用是不行的,必须进行加权.

我们尝试了像 SAW 滤波器那样,用改变阵元的束宽来改变阵元幅度以进行加权. 图 10(b) 就是采取束宽加权结果. 加权函数为 Hamming 函数. 加权结果使主瓣宽度增加了一倍,与理论相符. 而主副瓣比提高到 28dB . 对加权的分析和实验有待进一步工作.

六、小 结

本文研究了固体表面的菲涅耳换能器阵在固体中产生的声场分布,着重于声扫描和聚焦特性. 严格地讲,在固体中必须用矢量场理论来分析. 但在通常情况下,焦距远大于阵源的总宽度,运用标量场理论是允许的. 我们在考虑阵元指向性前提下,分别用标量和矢量理论进行分析,并进行了比较. 在我们实际考虑的情况下,两者理论结果是相似的. 对此聚焦束,我们给出各级聚焦束焦点分布和焦点附近的声场结构、焦点处的频响、焦点随频率的变化等,与实验结果比较,符合得较好.

在固体中,由于存在纵波和横波两种波型,一般地讲,阵列既可激发纵波,也可激发横波. 它们有各自的焦场. 故实用上也要考虑这种因素的影响.

由于焦点随频率变化,声束将在空间进行线性扫描. 因此根据这种效应,可以用以构成射频频谱分析器. 根据我们讨论的聚焦束的特性,我们就可用来估计这种频谱分析器的性能以及设计它的结构.

从射频频谱分析的实用观点,我们还研究了它的脉冲响应,即由于有限的阵列宽度,

使聚焦束需要一个建立时间,而它是与频率分辨率相矛盾的。此外,幅度均匀的非涅耳阵,聚焦束的频率旁瓣在实用上嫌高,因而必需进行加权,以抑制旁瓣。

- [1] 汪承灏、王佐卿、周素华, SAW 声栅频谱分析器探讨, 中国电子学会第三届年会论文集, (1982, 10, 南京) 88 页。
- [2] M. E. Barnard *et al.*, 1984 IEEE Ultrasonics Symposium Proc., (1984), p. 103.
- [3] R. E. Brooks and J. Z. Wilcox, 1985 IEEE Ultrasonics Symposium Proc., (1985), p. 102.
- [4] Wang Cheng-hao, Wang Zo-qin and Zhou Su-hua, 1986 IEEE Ultrasonics Symposium Proc., (1986), 1—5.
- [5] R. A. Moore and R. E. Marinaccio, *Microwave J.*, Feb., (1986), 26 .
- [6] F. Sabet-Peyman *et al.*, 1984 IEEE Ultrasonics Symposium Proc., (1984), p. 424.
- [7] WU Jinyuan, WANG Chenghao and HE Qiguang, *Chinese Physics Letters*, 3(1986), 257.
- [8] 例如: K. F. Graff, Wave motion in elastic solids, Oxford University Press, (1975), p. 344.
- [9] J. W. Goodman, Introduction to Fourier Optics, McGraw-Hill Book Co., (1968), p. 42.

FOCUSING AND SCANNING PROPERTIES OF ACOUSTIC BEAM IN SOLID USING A FRESNEL ARRAY

WU JIN-YUAN WANG CHENG-HAO HE QI-GUANG

(*Institute of Acoustics, Academia Sinica*)

ABSTRACT

The scanning and focusing of acoustic beam in solid by a Fresnel transducer array of planar structure is significant in many applications.

In this paper, the acoustic field distributions of such beam were analysed by using the scalar theory and vector theory respectively. The theoretical analyses have been compared with experimental results.

Finally, for the purpose of RF spectrum analysis, the transient time and the weighting of such focusing beam were discussed.