

激光等离子体拍频波加速器 中泵浦倒空的消除

马锦秀 徐至展¹⁾

(中国科学院上海光学精密机械研究所)

1987年11月21日收到

泵浦倒空是限制激光等离子体拍频加速器概念成为现实的严重问题。本文从电子等离子体波拍频激发的弱相对论性方程出发,在光脉冲坐标中导出对任意形状的泵浦脉冲消除倒空的条件。研究表明,只要泵浦光在脉冲中心有 π 位相突变,并且适当选取初始等离子体密度离谐,就可消除泵浦倒空。对于方形泵浦脉冲,本文数值计算了初始离谐随泵浦光强的变化关系,并证实了本文提出的消除泵浦倒空方法的正确性。

一、引 言

泵浦倒空 (pump depletion) 对于激光等离子体拍频加速器来说是一个极为严重的问题,这是因为在拍频加速器中除了级联散射 (cascade scattering) 等引起的倒空外,还有一种更为严重的倒空机制: 泵浦光脉冲以近似于光速的群速度传播,而所激发的电子等离子体波 (EPW) 的群速度却接近于零,因此,光脉冲每进入未扰动等离子体都要不断激发 EPW,而 EPW 作为光脉冲的尾波不断消耗泵浦光的能量。另一方面,由于被加速的高能粒子的速度亦很接近光速并几乎与光脉冲一起运动,因此 EPW 尾波对粒子加速不起作用,相反,它将激起一些等离子体不稳定性,从而破坏相干加速过程。

为了消除等离子体尾波,必须设法使激发的 EPW 以脉冲的形式和泵浦光一起运动。Mima 等人曾提出无尾波的三重孤立子加速器^[1]的设想,即两束泵浦光和 EPW 均以孤立子波的形式传播,但这需要将两束高强度的短脉冲光以及 EPW 预先整形成所期望的孤立子波,这对于实际应用来说是很困难甚至是不可能的。Horton 等人^[2]以及 Karttunen 等人^[3]认为只要控制激光脉宽使脉冲后沿与 EPW 振幅的第一个极小值拟合来控制 EPW 尾波,然而这只适用于理想的方形光脉冲,对于任意的泵浦脉冲,要预先知道拟合情况是困难的,况且控制高功率短脉冲光的脉宽也不容易。

本文从另一种途径系统地研究了消除泵浦倒空问题。本文的物理机制如下: 在光脉冲所在的区域 $-\tau_1/2 < t - z/v_g < \tau_1/2$ (τ_1 为脉宽) 内, EPW 在拍频波驱动下被激发; 在此区域外, EPW 作自由振荡,其振幅由初始条件决定^[4]。因此,只要在脉冲后沿

$$t - z/v_g = \tau_1/2$$

1) 中国高等科学技术中心(世界实验室)凝聚态与辐射物理分中心。

处控制 EPW 的振幅使之为零,就可消除 EPW 尾波。因而消除泵浦倒空问题就归结为寻找使 EPW 振幅在脉冲后沿为零的条件。本文首先从 EPW 拍频激发的弱相对论性方程出发,在脉冲坐标中导出了消除泵浦倒空的一般条件。其次利用位相突变和选取初始密度离谐研究了消除倒空问题。最后利用数值法研究了方形脉冲泵浦下倒空的消除。

二、EPW 的脉冲激发及无尾波条件

设泵浦光脉冲矢势为如下形式:

$$\mathbf{A}(z, t) = \hat{e}_x \sum_{i=1}^2 A_i(z - v_g t) \cos(\omega_i t - k_i z + \phi_i). \quad (1)$$

式中 ω_i, k_i, ϕ_i 分别为两泵浦光的频率、波矢及位相, v_g 为光脉冲的群速度。两束光通过 Lorentz 力引起电子的纵向运动,结果形成电荷分离而产生纵向电场 E_p 。假定光脉冲足够短以致离子来不及运动而构成均匀的正电荷背景,则电子的纵向运动方程为^[9]

$$\frac{dp_z}{dt} = -eE_p - \frac{e^2}{2mc^2} \frac{\partial A^2}{\partial z}. \quad (2)$$

式中 $p_z = mv_z / \sqrt{1 - v_z^2/c^2}$ 为电子纵向动量, v_z 为纵向速度, e, m 分别表示电子电量和质量。引入归一化的坐标 $T = \omega_p t, Z = (\omega_p/v_g)z$, $\omega_p = (4\pi e^2 n_0/m)^{1/2}$ 为等离子体振荡频率,则在弱相对论近似下(2)式可化为

$$\frac{d}{dT} \left(\beta_z + \frac{1}{2} \beta_z^3 \right) + \varepsilon_p = -\frac{1}{2} \frac{\partial \alpha^2}{\partial Z}. \quad (3)$$

式中 $\beta_z = v_z/c$ 为归一化的运动速度, $\varepsilon_p = eE_p/m\omega_p c$ 为归一化的 EPW 电场,

$$\alpha = e\mathbf{A}/mc^2$$

为归一化的泵浦光矢势。

在 $\omega_i \gg \omega_p$ 的情况下(这是为了获得高加速能量所必须的),在我们所考虑的时间尺度内泵浦光向边带 $\omega_i \pm n\omega_p$ (n 为整数)的串级混频效应可以忽略^[6],因此泵浦倒空问题可归结为三波耦合过程。进一步地,假如 EPW 尾波被消除,则由 Manley-Rowe 关系可知,泵浦光转移给 EPW 的能量很少,则在 EPW 激发过程中泵浦光强的变化可忽略。因此在本文的处理中我们自洽地假定 EPW 不改变泵浦光脉冲的强度及形状,其正确性由满足消除泵浦倒空条件而得到证明。

在尾波被消除的情况下,光脉冲及其激发的 EPW 均以光的群速度 $v_g \approx c$ 传播(因为 $\omega_i \gg \omega_p$, 则群速度的色散可以忽略),引入归一化的传播坐标 $\theta = T - Z$, 则

$$\frac{d}{dT} = \frac{d\theta}{dT} \cdot \frac{d}{d\theta} = (1 - v_z/v_g) \frac{d}{d\theta} \approx (1 - \beta_z) \frac{d}{d\theta}, \quad \frac{\partial}{\partial z} = -\frac{d}{d\theta},$$

代入(3)式可得

$$(1 - \beta_z) \frac{d}{d\theta} \left(\beta_z + \frac{1}{2} \beta_z^3 \right) + \varepsilon_p = \frac{1}{2} \frac{d\alpha^2}{d\theta}. \quad (4)$$

由 Poisson 方程和连续性方程可得^[4]

$$\frac{dE_p}{dt} = 4\pi e n_0 v_{\perp}. \quad (5)$$

在归一化的传播坐标中利用上式可得

$$\beta_z = \frac{d\varepsilon_p}{d\theta} / \left(1 + \frac{d\varepsilon_p}{d\theta}\right). \quad (6)$$

将(6)式代入(4)式,并展开到 ε_p 的三级小量得

$$\left(1 - 3\varepsilon_p' + \frac{15}{2}\varepsilon_p'^2\right)\varepsilon_p'' + \varepsilon_p = \frac{1}{2} \frac{d\alpha^2}{d\theta}. \quad (7)$$

式中 $\varepsilon_p' = d\varepsilon_p/d\theta$, $\varepsilon_p'' = d^2\varepsilon_p/d\theta^2$. 将(1)式代入(7)式,并在一个光周期内平均可得

$$\left(1 - 3\varepsilon_p' + \frac{15}{2}\varepsilon_p'^2\right)\varepsilon_p'' + \varepsilon_p = \frac{1}{2} \frac{d}{d\theta} [a_1 a_2 \cos(f\theta + \Delta\phi)]. \quad (8)$$

式中 $f = \Delta\omega/\omega_p$ 为离谐参量, $\Delta\omega = \omega_1 - \omega_2$, $\Delta\phi = \phi_1 - \phi_2$ 分别为两泵浦光的频率差和位相差. (8)式是在弱相对论近似下两泵浦光拍频驱动的 EPW 的电场所满足的方程,假定 ε_p 取如下形式:

$$\varepsilon_p(\theta) = \varepsilon(\theta) \sin(f\theta + \varphi), \quad (9)$$

式中 $\varepsilon(\theta)$ 为 ε_p 的振幅, φ 为 EPW 相对于泵浦光脉冲的位相. 将(9)式代入(8)式,在慢变振幅近似下,分别整理含有 $\sin f\theta$ 和 $\cos f\theta$ 的项得

$$\begin{aligned} & 2f\left(1 + \frac{15}{4}f^2\varepsilon^2\right)\frac{d}{d\theta}(\varepsilon \cos \varphi) + \left[1 - f^2 - \frac{15}{8}f^2\varepsilon^2\right]\varepsilon \sin \varphi \\ &= \frac{1}{2} \frac{d}{d\theta} (a_1 a_2 \cos \Delta\phi) - \frac{1}{2} f a_1 a_2 \sin \Delta\phi. \end{aligned} \quad (10)$$

$$\begin{aligned} & -2f\left(1 + \frac{15}{4}f^2\varepsilon^2\right)\frac{d}{d\theta}(\varepsilon \sin \varphi) + \left[1 - f^2 - \frac{15}{8}f^2\varepsilon^2\right]\varepsilon \cos \varphi \\ &= -\frac{1}{2} \frac{d}{d\theta} (a_1 a_2 \sin \Delta\phi) - \frac{1}{2} f a_1 a_2 \cos \Delta\phi. \end{aligned} \quad (11)$$

为了有效地激发 EPW, 离谐参量 f 只允许对共振条件 $f = 1$ 有微小的偏离,即 $f \cong 1$. 设 $F = 1 - f$, 将(10), (11)两式除以 $2f\left(1 + \frac{15}{4}f^2\varepsilon^2\right)$ 并展开到 ε 的三级小量可得

$$\begin{aligned} & \frac{d}{d\theta}(\varepsilon \cos \varphi) + \frac{1}{2} \left[F - (1 + 2F) \frac{15}{8} \varepsilon^2\right] \varepsilon \sin \varphi \\ &= \frac{1}{4} \frac{d}{d\theta} (a_1 a_2 \cos \Delta\phi) - \frac{1}{4} a_1 a_2 \sin \Delta\phi, \end{aligned} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} & -\frac{d}{d\theta}(\varepsilon \sin \varphi) + \frac{1}{2} \left[F - (1 + 2F) \frac{15}{8} \varepsilon^2\right] \varepsilon \cos \varphi \\ &= -\frac{1}{4} \frac{d}{d\theta} (a_1 a_2 \sin \Delta\phi) - \frac{1}{4} a_1 a_2 \cos \Delta\phi. \end{aligned} \quad (13)$$

上述两式是“立方”型非线性情况下 EPW 的振幅与位相的演变方程. 由于在光脉冲之前不存在 EPW, 则初始条件可选为 $\varepsilon(-\theta_0) = 0$, $\theta_0 = \frac{1}{2} \tau_i \omega_p$. 为了消除 EPW 尾波, 必须使 $\varepsilon(\theta_0) = 0$, 因此将(12), (13)两式积分得无尾波的条件

$$\int_{-\theta_0}^{\theta_0} \left[F - (1 + 2F) \frac{15}{8} \varepsilon^2 \right] \varepsilon \sin \varphi d\theta = -\frac{1}{2} \int_{-\theta_0}^{\theta_0} a_1 a_2 \sin \Delta \phi d\theta, \quad (14)$$

$$\int_{-\theta_0}^{\theta_0} \left[F - (1 + 2F) \frac{15}{8} \varepsilon^2 \right] \varepsilon \cos \varphi d\theta = -\frac{1}{2} \int_{-\theta_0}^{\theta_0} a_1 a_2 \cos \Delta \phi d\theta. \quad (15)$$

三、泵浦倒空的消除

方程(14), (15) 是对任意的泵浦脉冲消除泵浦倒空的一般条件, 可以通过适当的选择激光等离子体参数(例如 θ_0 , F , $\Delta\phi$ 等)来实现。在 $\varepsilon \ll 1$ 的线性近似情况下, 假定完全共振 $f = 1$, 则由(12), (13) 式可得 EPW 的振幅 ε_0 与位相 φ_0

$$\varepsilon_0 \cos \varphi_0 = \frac{1}{4} a_1 a_2 \cos \Delta \phi - \frac{1}{4} \int_{-\theta_0}^{\theta_0} a_1 a_2 \sin \Delta \phi d\theta, \quad (16)$$

$$\varepsilon_0 \sin \varphi_0 = \frac{1}{4} a_1 a_2 \sin \Delta \phi + \frac{1}{4} \int_{-\theta_0}^{\theta_0} a_1 a_2 \cos \Delta \phi d\theta. \quad (17)$$

由于 $a_1 a_2$ 在 $\theta = \pm\theta_0$ 处为零, 则无尾波条件为

$$\int_{-\theta_0}^{\theta_0} a_1 a_2 \sin \Delta \phi = 0 \quad \text{和} \quad \int_{-\theta_0}^{\theta_0} a_1 a_2 \cos \Delta \phi = 0 \quad (18)$$

这意味着泵浦光脉冲 $a_1 a_2 \sin \Delta \phi$ 和 $a_1 a_2 \cos \Delta \phi$ 所包含的面积为零。对于前后对称的脉冲, 只要 $\Delta\phi$ 在 $\theta = 0$ 处有 π 的位相突变, 即

$$\Delta\phi = \begin{cases} \Delta\phi_0 & (-\theta_0 < \theta < 0) \\ \Delta\phi_0 + \pi & (0 < \theta < \theta_0), \end{cases}$$

则泵浦倒空就可消除。从物理上解释, 若 $\Delta\phi$ 没有位相突变, 则在整个泵浦脉冲过程中所激发的 EPW 始终与泵浦光保持锁相, EPW 振幅始终增长直到光脉冲通过后留下 EPW 尾波, 因此 EPW 不断吸收泵浦光的能量, 而此能量绝大部分却留在无用的尾波中, 从而造成泵浦光的严重倒空。另一方面, 若 $\Delta\phi$ 有 π 的位相突变, 则在脉冲上升过程中 EPW 与泵浦光保持锁相, 泵浦光供给 EPW 能量; 然而在脉冲下降过程中 EPW 与泵浦光解相, 泵浦光反而驱使 EPW 衰减, 能量从 EPW 反馈回泵浦光, 从而阻止 EPW 尾波的形成, 克服泵浦光的倒空。

当考虑到非线性效应时, 由于相对论频移, 使 EPW 振幅受相对论离谐的调制, 破坏了线性情况下消除尾波的条件。此时利用(16), (17) 式可将(12), (13) 式写成

$$\frac{d}{d\theta} (\varepsilon \cos \varphi) + \frac{1}{2} \left[F - (1 + 2F) \frac{15}{8} \varepsilon^2 \right] \varepsilon \sin \varphi = \frac{dX_0}{d\theta}, \quad (19)$$

$$-\frac{d}{d\theta} (\varepsilon \sin \varphi) + \frac{1}{2} \left[F - (1 + 2F) \frac{15}{8} \varepsilon^2 \right] \varepsilon \cos \varphi = -\frac{dY_0}{d\theta}. \quad (20)$$

式中 $X_0 = \varepsilon_0 \cos \varphi_0$, $Y_0 = \varepsilon_0 \sin \varphi_0$ 。为了消除尾波, 我们可以适当地选取离谐参量 f 使 $F = F_0$, 以便使初始离谐恰好补偿相对论频移引起的尾波。将(19) 式积分可得所选取的离谐参量应为

$$F_0 = \frac{15}{8} \int_{-\theta_0}^{\theta_0} \varepsilon^3 \sin \varphi d\theta / \int_{-\theta_0}^{\theta_0} \left(1 - \frac{15}{4} \varepsilon^2 \right) \varepsilon \sin \varphi d\theta. \quad (21)$$

由于 $F = 1 - f = (\omega_p^2 - \Delta\omega^2)/\omega_p^2 = (n_0 - n_r)/n_0$ (n_r 为共振初始密度), 因此相应的初始密度离谐应选为

$$\frac{\delta n_0}{n_r} = \frac{15}{8} \int_{-\theta_0}^{\theta_0} \epsilon^3 \sin \varphi d\theta / \int_{-\theta_0}^{\theta_0} \left(1 - \frac{15}{4} \epsilon^2\right) \epsilon \sin \varphi d\theta. \quad (22)$$

对于任意的泵浦脉冲, 解析地研究 $\delta n_0/n_r$ 与激光等离子体参数的关系是不可能。对于方形脉冲, 我们利用线性结果 X_0, Y_0 应用迭代法求 F_0 的近似值。在泵浦光有位相突变时,

$$X_0 = \begin{cases} \lambda & (-\theta_0 < \theta < 0) \\ -\lambda & (0 < \theta < \theta_0), \end{cases} \quad Y_0 = \lambda(\theta_0 - |\theta|). \quad (23)$$

式中 $\lambda = \frac{1}{4} a_1 a_2$, 代入 (22) 式可得

$$\frac{\delta n_0}{n_r} = \frac{15}{16} \lambda^3 [(1 + \theta_0^2)^2 - 1] / \left\{ \lambda \theta_0^2 - \frac{15}{8} \lambda^3 [(1 + \theta_0^2)^2 - 1] \right\}. \quad (24)$$

当 $\theta_0 \gg 1$, 即 $\tau_1^2 \gg (2\omega_p^{-1})^2$ 时, 上式可化为

$$\frac{\delta n_0}{n_r} = \frac{15}{16} \lambda^2 \theta_0^2 / \left[1 - \frac{15}{8} \lambda^2 \theta_0^2 \right]. \quad (25)$$

将 λ, θ_0 代以激光等离子体参数, (25) 式可化为

$$\frac{\delta n_0}{n_r} = \frac{15}{1024} (a_1 a_2 \tau_1 \omega_p^{-1})^2 / \left[1 - \frac{15}{512} (a_1 a_2 \tau_1 \omega_p^{-1})^2 \right]. \quad (26)$$

以上利用迭代法所得的结果只适用于 $\lambda^2 \theta_0^2 \ll 1$, 即 $(a_1 a_2 \tau_1 \omega_p^{-1})^2 \ll 64$ 的情况, 对于较强的泵浦光或较长的脉宽, 以上结果不再适用。

为了定量地研究初始离谐对各参数的依赖关系, 我们对于两种不同的泵浦脉宽数值计算了 $\delta n_0/n_r$ 与泵浦光强参数 $a_1 a_2$ 的关系, 结果如图 1 所示。图 1 中所取的泵浦光强是实际应用中感兴趣的范围。图 1 表明, 初始密度离谐随泵浦光强的增强而增大, 这与相对论频移随光强的增强而增大一致。当泵浦光较弱时, 初始离谐随泵浦光强增大比较迅速;

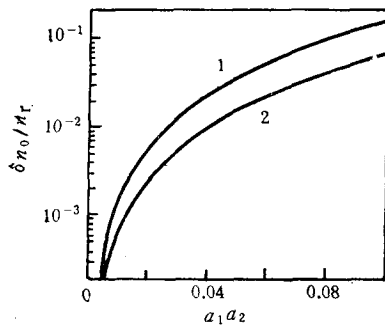


图 1 对于方形泵浦光脉冲, 消除倒空所需的初始等离子体密度离谐随归一化的泵浦光强参数 $a_1 a_2$ 的变化曲线 曲线 1— $\tau_1 = 30\omega_p^{-1}$; 曲线 2— $\tau_1 = 20\omega_p^{-1}$

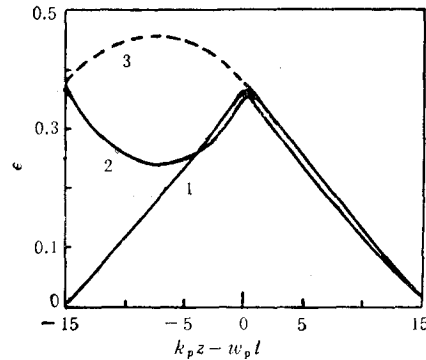


图 2 在方形脉冲泵浦下, 归一化的 EPW 振幅 ϵ 的演变 曲线 1—初始离谐满足消除泵浦倒空条件; 曲线 2—初始离谐为零, 但泵浦光有位相突变; 曲线 3—初始离谐为零, 泵浦光无位相突变。激光参数为 $\tau_1 = 30\omega_p^{-1}$; $a_1 a_2 = 0.1$

然而当泵浦光较强时,初始离谐随泵浦光的增大有趋于饱和的趋势,这可能是由于泵浦光较强时非线性饱和效应所引起的。此外,对于较长的泵浦脉冲,为了消除倒空所需要的初始离谐比较大,这是因为在较长脉冲泵浦下 EPW 被激发的时间较长,所积累的尾波较大,因而需要较大的初始离谐加以消除。

为了证实本文所选取的消除泵浦倒空的方法,对于不同的初始离谐我们用数值计算了 EPW 振幅随传播坐标的演变,结果如图 2 所示。图 2 中泵浦脉宽为 $30\omega_p^{-1}$, 泵浦光强为 $a_1 a_2 = 0.1$, 对应于 $I \cdot \lambda^2 = 1.37 \times 10^{17} \text{ W} \cdot \text{cm}^{-2} \cdot \mu\text{m}^2$ 。作为比较,我们还求解了没有位相突变时 EPW 振幅的演变曲线。图 2 表明,在初始离谐为零的情况下,无论有无位相突变,EPW 尾波均不为零。然而当初始离谐满足消除泵浦倒空条件(22)式时,EPW 尾波为零,正如图 2 曲线所示。

四、结 论

本文从 EPW 拍频激发的弱相对论方程出发,导出了消除泵浦倒空的一般条件。对于前后对称的脉冲,本文得出只要泵浦光具有 π 位相突变,并适当选取初始密度离谐就可消除倒空的结论。在方形脉冲情况下,通过数值计算得到了初始离谐随泵浦光强的变化关系,通过计算 EPW 振幅的演化证实了本文的结果。与其它消除倒空的方法^[1,2]相比,本文的方法只须控制光脉冲的位相和初始等离子体密度,无须对高功率短脉冲进行整形,因此在实际应用中更容易实现。

- [1] K. Mima *et al.*, *Phys. Rev. Lett.*, **57**(1986), 1421.
- [2] W. Horton and T. Tajima, *Phys. Rev.*, **A34**(1986), 4110.
- [3] S. J. Karttunen and R. R. E. Salomaa, *IEEE Tran. Plasma Sci.*, **PS-15**(1987), 134.
- [4] R. C. Davidson, *Methods in Nonlinear Plasma Theory*, Academic Press, New York and London, (1972), Chapt. 3, p. 33.
- [5] C. M. Tang, P. Sprangle and R. N. Sudan, *Phys. Fluids*, **28**(1985), 1974.
- [6] S. H. Batha and C. J. McKinstrie, *IEEE Tran. Plasma Sci.*, **PS-15**(1987), 131.

THE ELIMINATION OF PUMP DEPLETION IN LASER-PLASMA BEAT-WAVE ACCELERATORS

MA JIN-XIU XU ZHI-ZHAN

[(Shanghai Institute of Optics and Fine Mechanics, Academia Sinica)]

ABSTRACT

The pump depletion is a severe problem which hinders the laser-plasma beat-wave accelerator concept from being practical. Starting with the weak relativistic equation of beat-wave excitation of electron plasma waves, we have derived the condition for eliminating the pump depletion in the frame moving with the light pulse for arbitrary pulse shapes. It is shown that the depletion can be eliminated by a phase jump of π at the center of the pump pulse and by the appropriate choice of initial plasma density detuning. The numerical calculation have yielded the dependence of the initial detuning on the pump intensity for square pump pulses, and have supported the methods used in this paper.