

# 高温高密类氢离子光谱线形的研究\*

侯 氢 李家明<sup>1)</sup>

(中国科学院物理研究所)

1988 年 3 月 15 日收到

我们应用 Hooper 的一阶理论计算了微观静电场几率分布, 分析了该一阶理论适用的范围. 计算了类氢离子的 ( $n \rightarrow 1$ ) 赖曼线形. 当主量子数  $n$  为奇数, 赖曼线形不存在中央峰, 而形成分裂的双峰. 电子碰撞加宽对该双峰间距的影响是可忽略的, 可应用于等离子体密度的诊断. 对于翼侧线形, 主要是由于微观静电场斯塔克加宽, 而可忽略电子碰撞加宽, 也可应用于等离子体密度的诊断.

## 一、引 言

等离子体光谱的线形函数可应用于天体中或实验室里的等离子体诊断, 例如: 强激光内爆的中心实密度诊断<sup>[1,2]</sup>. 在 X 射线激光研究里, 有关的线形函数对激光增益系数有重要影响. 还有, 对高温高密度物质中辐射输运也起着重要作用<sup>[3,4]</sup>. 因此, 引起人们对等离子体光谱线形研究的兴趣. 本文着重讨论高温高密度情况下类氢离子的线辐射线形函数. 对于电偶极跃迁机制 ( $i \rightarrow f$ ) 而引起的线辐射, 其线形函数可写为跃迁电偶极矩时间关联函数的傅氏转换

$$I(\omega) = \frac{1}{\pi} \operatorname{Re} \int_0^{\infty} \exp(i\omega t) \cdot \sum_{\alpha} \operatorname{Tr}[d_{\alpha}(0)d_{\alpha}(t)\rho] dt, \quad (1)$$

式中  $d_{\alpha}$  为  $\alpha$  方向的电偶极算符,  $\rho$  为初态的密度矩阵(包括外在干扰体系), 在多普勒加宽不重要的情况下(即使考虑多普勒加宽也是较容易的), 等离子体中类氢离子线辐射线形函数展宽的机制一般可分为两种独立机制<sup>[5]</sup>: (1) 运动较慢的离子产生的电场作用于辐射体, 这个微观静电场的强度按一定几率密度分布, 用  $W(\mathbf{E})$  描述. 由于斯塔克效应, 辐射体能级产生移动和分裂, 而形成斯塔克加宽线形; (2) 运动较快的电子与辐射体的碰撞加宽. 根据 (1) 式, 类氢离子线辐射线形函数可近似为

$$I(\omega) = -\frac{1}{\pi} \operatorname{Re} \int_0^{\infty} d\mathbf{E} W(\mathbf{E}) \sum_{ii'} \sum_{ff'} \left( \sum_{\alpha} \langle i | d_{\alpha} | f \rangle \langle f' | d_{\alpha} | i' \rangle \right) \cdot [-i(\omega - \omega_{ff} - C_{ff'ff'}E) + \phi_{ff'ff'}]^{-1}. \quad (2)$$

在这线形函数的近似表达式 (2) 里, 辐射体系的所有物理量一般又都是近似地在无外场

\* 国家自然科学基金和中国科学院院长基金资助的课题.

1) 中国高等科学技术中心(世界实验室)理论物理分中心.

下计算得到, 例如线中心位置  $\omega_{if}$ , 线性斯塔克线宽矩阵  $C$ , 电偶极跃迁矩阵元  $\langle i|d_a|f\rangle$ , 以及电子碰撞线宽矩阵  $\phi$  等.  $\phi$  的实部引起谱线加宽,  $\phi$  的虚部则代表由于电子碰撞而引起的线移<sup>[5]</sup>. 精确计算  $\phi$  是较困难的, 本文则着重分析由于微观静电场形成的斯塔克加宽线形函数, 即着重分析翼侧部分线形.

高温高密度等离子体的各种物理性质(如微观静电场的几率分布)可以用下列的基本物理参量来刻画: 电子密度  $n_e$ , 离子密度  $n_i = n_e/\langle Z \rangle$ , 电子动能  $(3/2)k_B T_e$  及离子动能  $(3/2)k_B T_i$  ( $k_B$  为玻耳兹曼常数, 为讨论方便, 本文只计算电子温度  $T_e$  和离子温度  $T_{ion}$  相同的情况). 这些基本物理参量可以转换成代表等离子体的各种尺度:

电子平均间距  $r_e$  (即  $(4\pi/3)r_e^3 = 1$ ), 离子平均间距  $r_i = \langle Z \rangle^{1/3} r_e$  ( $\langle Z \rangle$  为平均电离度) 以及德拜电子屏蔽半径  $\lambda = (k_B T_e / 4\pi n_e e^2)^{1/2}$  等. 原子序为  $Z$  的类氢离子的激发态的尺度为  $a_n = n^2 a_0 / Z$  ( $n$  为激发态的主量子数,  $a_0$  为玻尔半径). 因此, 高温高密度含类氢离子的等离子体的特征可以用一些无量纲参量来表征:  $a = r_e / \lambda$  代表电子屏蔽效应(即  $a$  愈大则电子屏蔽愈强),  $b_n = a_n / r_i$  代表类氢离子的激发态受周围离子的影响(即  $b_n$  愈大则其影响愈大);  $b_n \sim 1$  则其激发态将因压力电离而消失, 对应的谱线将不存在.  $c_n = a_n / \lambda$  则代表类氢离子的激发态受电子屏蔽的影响(即  $c_n$  愈大则其影响愈大);  $c_n \sim 1$  则其激发态将因电子屏蔽而消失, 对应的谱线将不存在. 在激光内爆实验中, 如果是爆炸推进型内爆, 电子密度可达  $10^{23}/\text{cm}^3$ , 温度可达几百至几千电子伏. 如果是消融型内爆, 电子密度将更高. 从图 1 可以不难地认明这类等离子体所对应的参量范围. 这里要补充的说明一下, 参量  $a$  还和  $\Gamma_e$  有关:  $\Gamma_e = (e^2/r_e)/k_B T_e = (a^2/3)$  代表电子平均库仑势能和平均动能之比. 当  $\Gamma_e$  愈大, 则等离子体内关联作用愈大. 当等离子体的组分是单一的离子时, 离子平均库仑势能和平均动能之比  $\Gamma_i$  可写为:  $\Gamma_i = ((Ze)^2/r_i)/k_B T_i = Z^{3/2}(T_e/T_i)\Gamma_e$ . 这代表等离子体内离子间关联作用的强度. 当电子密度  $n_e \leq 10^{23} \text{ cm}^{-3}$  以及电子温度  $T_e > 250 \text{ eV}$  (即等离子体参数  $a$  约小于 0.3), 类氢的氘离子可发射赖曼  $\alpha, \beta, \gamma$  等线辐射. 其线形可用于等离子体的密度诊断. 如果是消融型的内爆, 电子密度将更高些, 则需适当地选取较高原子序的元素的赖曼线系作为诊断信号. 在这些参数范围, 本文采用 Hooper 的一阶理论计算了微观静电场的几率分布<sup>[6,7]</sup>, 并且还仔细分析了一阶理论的适用范围. 根据我们的计算得到的微观静电场几率分布, 还计算了类氢氘离子的赖曼  $\beta$  和赖曼  $\gamma$  的线形. 计算结果表明: 翼侧线形是由强微观静电场几率分布而形成的, 电子碰撞对该翼侧线形的影响是可忽略的. 还有, 对无中央峰的赖曼  $\beta$  线形, 其强峰间距与微观静电场几率分布峰值的位置有关, 电子碰撞加宽的影响也是可忽略的. 在总结里, 我们讨论了密度诊断方面的应用.

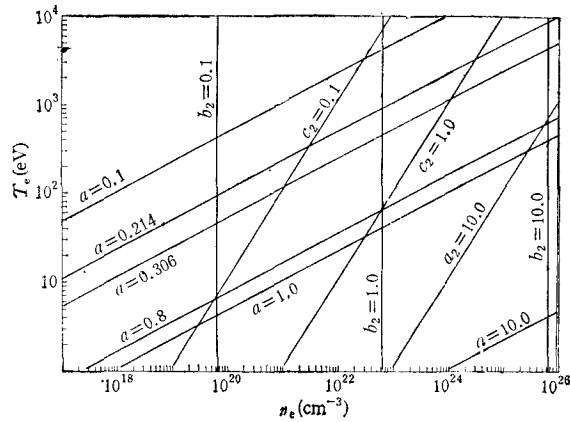


图 1 等离子体参量的范围(本图是  $Z_R = Z_p = 1$  的情况; 其它  $Z_R$  或  $Z_p$  可应用标度关系得到)

## 二、理 论

如引言中所述, 计算线形函数可分为两部分问题: 一是计算干扰离子所产生的微观静电场分布  $W(\mathbf{E})$ , 另一部分是根据 (2) 式进行线形的计算. 下面分别进行讨论.

### 1. 微观静电场分布的理论计算

本文主要采用 Hooper 的方法<sup>[6-9]</sup> 计算微观静电场分布. 当辐射体系为  $q$  度离化的离子, 可视其为净电荷为  $Z_r = q$  的点电荷, 同时令其坐标处于原点. 辐射体周围的  $N$  个净电荷数为  $Z_p$  的干扰离子其空间构形分布为  $\{\mathbf{r}_i\}$ , 这些干扰离子作用于辐射体的电场为

$$\mathbf{F} = - \sum_i \frac{1}{e Z_r} \cdot \frac{Z_r Z_p e^2}{r_i^3} \left(1 + \frac{r_i}{\lambda}\right) \cdot \exp(-r_i/\lambda) \cdot \mathbf{r}_i, \quad (3)$$

则微观静电场几率分布可写为

$$W(\mathbf{E}) = \frac{1}{Z} \int \exp(-V(\{\mathbf{r}_i\})/k_B T_i) \cdot \delta(\mathbf{E} - \mathbf{F}) \prod_i d\mathbf{r}_i, \quad (4)$$

式中  $Z$  为配分函数. 辐射体系和干扰体系总相互作用能为

$$V = \sum_{i < j}^N (Z_p^2 e^2 / |\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j|) \exp(-|\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j|/\lambda) + \sum_{i=1}^N (Z_r Z_p e^2 / r_i) \exp(-r_i/\lambda). \quad (5)$$

(4) 式的被积函数中,  $\delta$  函数是空间构形  $\{\mathbf{r}_i\}$  的复杂函数. 直接求此积分较困难, 因此将  $W(\mathbf{E})$  作傅氏展开

$$W(\mathbf{E}) = \frac{1}{2\pi} \int \exp(-i\mathbf{l} \cdot \mathbf{E}) \cdot T(\mathbf{l}) d\mathbf{l}, \quad (6)$$

式中

$$\begin{aligned} T(\mathbf{l}) &= \frac{1}{Z} \int \exp(i\mathbf{l} \cdot \mathbf{E}) \cdot W(\mathbf{E}) d\mathbf{E} \\ &= \frac{1}{Z} \int (-V/k_B T_i + i\mathbf{l} \cdot \mathbf{F}) \prod_i d\mathbf{r}_i = \frac{Z(\mathbf{l})}{Z}. \end{aligned} \quad (7)$$

这里  $Z(\mathbf{l})$  可视为广义配分函数, 当  $\mathbf{l} \rightarrow 0$ ,  $Z(\mathbf{l}) = Z$ . 由于所考虑的等离子体是各向同性的, 即  $T(\mathbf{l}) = T(l)$ . 场强为  $E$  的几率分布为

$$\begin{aligned} P(E) &= 4\pi E^2 W(\mathbf{E}) \\ &= \frac{2}{\pi} E \int dl \sin(lE) \cdot T(l). \end{aligned} \quad (8)$$

在计算  $T(l)$  时, 作用势  $V$  中含  $(\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j)$  的部分同样地使 (7) 式的积分计算非常困难. 为了方便起见, 将  $V$  作傅氏展开, 并将坐标  $\{\mathbf{r}_i\}$  转换为集体坐标  $\{\chi_k\}$ <sup>[6,8,10]</sup>, 则相互作用势可改写为

$$\frac{V}{k_B T_i} = \frac{\langle Z^2 \rangle}{\langle Z \rangle} \frac{T_c}{2T_i} \left\{ \sum_k' A_k \chi_k^2 + 2 \sum_{k_z \geq 0}' B_k \chi_k - 2 \sum_k' A_k \right\}, \quad (9)$$

式中

$$A_k = \frac{1}{1 + (\lambda k)^2},$$

$$B_k = \begin{cases} \left(\frac{2}{N}\right)^{1/2} \frac{Z_i}{\langle Z^2 \rangle^{1/2}} A_k & k_z \geq 0; \\ 0 & k_z < 0, \end{cases}$$

则(7)式的被积分函数的指数变量可写为

$$U(\mathbf{l}) = \frac{\langle Z^2 \rangle}{\langle Z \rangle} \cdot \frac{T_c}{2T_i} \left\{ \sum_k' A_k \chi_k^2 + 2 \sum_k' B_k(\mathbf{l}) \chi_k - 2 \sum_k' A_k \right\}. \quad (10)$$

这里

$$B_k(\mathbf{l}) = \begin{cases} B_k & k_z \geq 0; \\ -i \left( \frac{\mathbf{l} \cdot \mathbf{K}}{Z_i e} \right) k_B T_i (2/N \langle Z^2 \rangle)^{1/2} Z_i A_k & k_z < 0. \end{cases}$$

如果只是简单地将(9)式和(10)式代入(7)式,将原坐标转换为集体坐标,并对集体坐标积分则

$$T(\mathbf{l}) \approx \exp \left\{ - \frac{(k_B T_c)^2 \langle Z^2 \rangle}{e^2 N \langle Z \rangle^2} \sum_{k_z \geq 0} \frac{(\mathbf{l} \cdot \mathbf{k})^2}{[1 + (k\lambda)^2] \left[ 1 + \frac{T_c \langle Z^2 \rangle}{T_i \langle Z \rangle} \cdot \frac{1}{1 + (k\lambda)^2} \right]} \right\}. \quad (11)$$

这里我们忽略了坐标变换 ( $\{\mathbf{r}_i\} \rightarrow \{x_k\}$ ) 的雅可比行列式  $J$  的高阶校正<sup>[6,8]</sup>,才得到(11)式的结果.同时,我们注意到:对(11)式的  $\mathbf{k}$  求和部分,在  $|\mathbf{k}| \rightarrow \infty$  是发散的.由于  $|\mathbf{k}|$  很大时,将涉及  $r$  很小的区域而相互作用势趋于库仑势.根据这一物理图象,可以采用下面的技巧,将(9)和(10)式的傅氏展式分为两个部分,从而解决这一发散问题.

$$\frac{V}{k_B T_i} = \frac{\langle Z^2 \rangle}{\langle Z \rangle} \cdot \frac{T_c}{2T_i} \left\{ \sum_k' A_k \chi_k^2 + 2 \sum_{k_z \geq 0}' f_k B_k \chi_k - 2 \sum_k' A_k \right\} + \frac{\langle Z^2 \rangle}{\langle Z \rangle} \cdot \frac{T_c}{2T_i} \left\{ \sum_k' (1 - f_k) B_k \chi_k \right\}, \quad (12)$$

$$U(\mathbf{l}) = \frac{\langle Z^2 \rangle}{\langle Z \rangle} \frac{T_c}{2T_i} \left\{ \sum_k' A_k \chi_k^2 + 2 \sum_k' f_k B_k(\mathbf{l}) \chi_k - 2 \sum_k' A_k \right\} + \frac{\langle Z^2 \rangle}{\langle Z \rangle} \frac{T_c}{2T_i} \left\{ \sum_k' (1 - f_k) B_k(\mathbf{l}) \chi_k \right\}. \quad (13)$$

这里  $f_k = (\alpha^2 - 1)/[\alpha^2 + (k\lambda)^2]$ ,而  $\alpha$  为一个可调参数.在(12)和(13)式,等号右端第一个  $\{ \}$  中,当  $k \gg \alpha/\lambda$ , 因子  $f_k \rightarrow 1/k^2$ ,因此可以保证(11)式中对  $\mathbf{k}$  的求和收敛.具体  $\alpha$  的选取影响  $J$  的高阶校正和计算的收敛.但最后补上了第二个  $\{ \}$  部分后(下面将进一步讨论),只要在合适的  $\alpha$  范围内,总的计算结果对  $\alpha$  的变化不敏感<sup>[6,7]</sup>.

至于(12)和(13)式等号右端第二个  $\{ \}$  部分,则进行逆傅氏变换到  $r$  空间,直接在(7)式作为微扰展开.具体过程如下,首先将(12)和(13)式进行逆傅氏变换:

$$V/k_B T_i = V_0/k_B T_i + \sum_i w(r_i)/k_B T_i = U_0 + \sum_i w(r_i)/k_B T_i, \quad (14)$$

$$U(l) = U_0(l) + \sum_i \left\{ w(r_i) / k_B T_i + i\mathbf{l} \cdot \frac{1}{Z_i e} \nabla_0 w(r_i) \right\}. \quad (15)$$

这里

$$w(r_i) = \frac{Z_r Z_p}{r_i} \exp(-\alpha r_i / \lambda). \quad (16)$$

然后, (7) 式可写为

$$T(l) = \frac{\int \cdots \int \exp(-U_0(l)) \prod_i \exp \left[ -\frac{w(r_i)}{k_B T_i} + i\mathbf{l} \cdot \frac{1}{Z_i e} \nabla_0 w(r_i) \right] d\mathbf{r}_i}{\int \cdots \int \exp(-U_0) \prod_i \exp \left[ -\frac{w(r_i)}{k_B T_i} \right] d\mathbf{r}_i}. \quad (17)$$

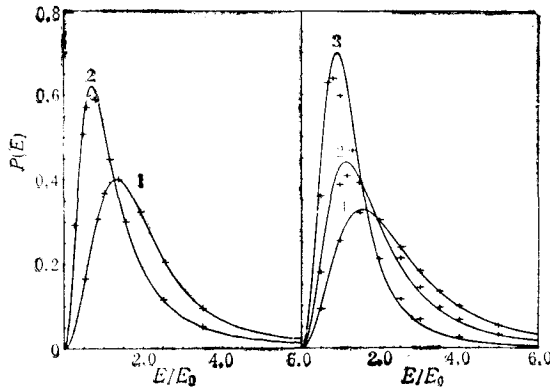
仔细分析 (17) 式, 当  $r_i \rightarrow 0$  时,  $\exp(-w(r_i)) \rightarrow 0$ , 因此在  $r_i$  极小范围内的干扰离子对  $T(l)$  的积分贡献可忽略. 对于  $r_i$  在中程区域的干扰离子的贡献, 可将  $X_i = \exp(-w(r_i)) - 1$  作为微扰来处理, 即

$$\begin{aligned} T(l) &= \frac{\int \cdots \int \exp(-v_0(l)) \prod_i (1 + X_i(l)) d\mathbf{r}_i}{\int \cdots \int \exp(-v_0) \prod_i (1 + X_i) d\mathbf{r}_i} \\ &= \frac{Z_0(l)}{Z_0} \frac{\exp \left[ \sum_m \frac{n^m}{m!} h_m(l) \right]}{\exp \left[ \sum_m \frac{n^m}{m} h_m \right]}. \end{aligned} \quad (18)$$

这里  $n$  为干扰离子密度,  $h_m(l)$  为  $m$  阶校正积分函数<sup>[6-8]</sup>, 而当  $l \rightarrow 0$ , 则  $h_m(l) \rightarrow h_m$ . 本文计算只考虑了一阶校正项, 即

$$T(l) = \frac{Z_0(l)}{Z_0} \exp[nh_1(l) - nh_1]. \quad (19)$$

图 2 展示了我们的计算结果. 本文计算所采取的  $\alpha$  范围为 1.2 至 2.0, 计算结果皆相互符合而差异不超过百分之几. 其中以  $\alpha = 2.0$  的计算结果为最合适. 我们还仔细将本文计算结果与 Hooper 的二阶计算结果<sup>[6,9]</sup>比较 (Hooper 的二阶计算比一阶计算花费的机时大得很多), 明确了本文一阶计算结果的适用范围. 图 2 (a) 展示了  $Z_r = Z_p = 1$  而  $\alpha$  分别为 0.2 和 0.8 的微观静电场几率分布.  $\alpha$  较小时离子之间平均库仑势能与平均动能之比  $T_i$  较小, 则离子间的相互关联作用较小. 因此,  $\alpha = 0.2$  的一阶计算结果与二阶计算结果完全符合, 而  $\alpha = 0.8$  时稍有差异, 但仍然符合良好 (最大偏差也小于 2%), 表明二阶校正开始产生影响, 但仍可忽略. 从图 2 (a) 还可看出  $\alpha$  增大时,  $P(E)$  的峰值位置  $E_{\max}/E_0$  减小, 这是由于电子屏蔽作用增强之故. 图 2 (b) 展示了  $Z_r = Z_p = 9$  的三个不同  $\alpha$  值下的微观静电场几率分布. 由于  $Z_p$  增大, 离子间关联加强, 二阶校正项的影响也增加. 在小  $\alpha$  的范围, 一阶计算结果符合良好, 如图 3 所示. 当  $\alpha$  增大至 0.47 时, 本文一阶结果与 Hooper 二阶结果之间的最重要差异位于峰值 (约 15%), 但一阶计算仍能可靠地描述峰值位置以及  $E > E_{\max}$  范围翼侧的微观电场几率分布. 根据我们所有一阶计算结果, 可将一阶计算适用的范围总结于图 3; 即在  $\alpha$ - $Z_p$  平面上, 标出  $E \geq E_0$  范



(a) 1 为  $a = 0.2$ ; 2 为  $a = 0.8$  (b) 1 为  $a = 0.224$ ;  
2 为  $a = 0.306$ ; 3 为  $a = 0.470$

图 2 微观静电场几率分布 —— 为本文计算结果; + 为 Hooper 二阶计算结果; 电场以电子平均电场强度  $E_0$  为单位

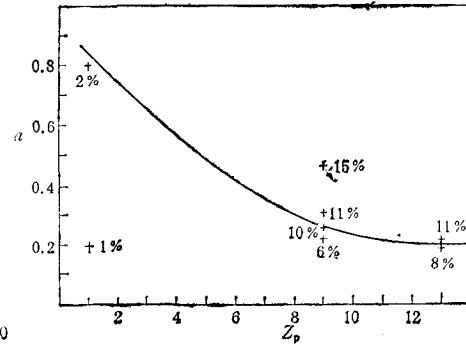


图 3 一阶理论的适用范围

围微观静电场几率分布的一阶计算的偏差百分比。因此,可清楚地认明偏差小于 10% 的边线。

## 2. 类氢离子线辐射的线形函数之理论计算

在已有微观静电场分布的基础上,我们进一步地由(2)式计算类氢离子线辐射的线形函数。该线辐射是从初态通过电偶极跃迁机制到末态而产生的电磁辐射。本文着重讨论类氢离子的赖曼系线谱,即末态为类氢离子的基态。但以下计算方法可方便地推广到其它系列线谱。在(2)式里,类氢离子的所有物理量都是近似地在无外场情况下计算得到。在无外场下,类氢离子的能态可用下列量子数来描述:主量子数  $n$ , 角动量  $l$ , 及其磁量子数  $m$ 。对于相同量子数  $n$ , 其能态为  $n^2$  重简并的。在有外场情况下,类氢离子的能级分裂,简并部分消除。这时磁量子数的绝对值  $|m|$  仍为好量子数。当只考虑主量子数为  $n$  的简并能态由于外电场的影响时(即所谓的线性斯塔克效应),则其本征态(即斯塔克态)  $|nam\rangle$  可写为  $|nlm\rangle$  的线性组合

$$|nam\rangle = \sum_{l \geq |m|}^{n-1} A_{nlm}^n |nlm\rangle. \quad (20)$$

由于赖曼线系的末态为单重态  $1s$ , 根据偶级跃迁的选择定则,则其线辐射的初态为  $m = 0$  和  $\pm 1$  的斯塔克态,分别以  $|n\alpha 0\rangle$  和  $|n\alpha \pi\rangle$  表示。在斯塔克表象里,(2)式的线性斯塔克加宽矩阵是对角线化的。对  $|n\alpha 0\rangle$  而言,则其线性斯塔克移位为:  $\Delta\omega = C_{n\alpha 0}^n E$ , 这里  $C_{n\alpha 0}^n$  为线性斯塔克加宽矩阵的本征值。当  $n$  为奇数时,其本征值  $\{C_{n\alpha 0}^n\}$  有一个为 0, 而其余本征值分别成为  $(n-1)/2$  对正与负的非零本征值。由于  $C_{n\alpha 0}^n = 0$  表示该斯塔克态不存在线移。如将  $\theta$  (与外场之夹角) 进行  $\pi - \theta$  的转换,该斯塔克态的波函数应保持不变,则该斯塔克态为  $|nl$  (偶数)  $0$  的线性组合。因此该斯塔克态对赖曼线辐射无贡献。当  $n$  为偶数时,则本征值  $\{C_{n\alpha 0}^n\}$  为  $n/2$  对正与负的非零值,不存在无线移的本征态。对  $|n\alpha \pi\rangle$  而言,其线性斯塔克移位为  $\Delta\omega = C_{n\alpha \pi}^n E$ 。当  $n$  为奇数时,其本征值  $\{C_{n\alpha \pi}^n\}$  为  $(n-1)/2$  对正与负的非零值。当  $n$  为偶数时,其本征值有一个为零,而

其余本征值为  $(n/2 - 1)$  对正负非零值. 根据上面已讨论过的斯塔克态的波函数特性, 该斯塔克态应为  $|nl$  (奇数)  $m = \pm 1$  的线性组合. 对赖曼线形有贡献. 因此, 对赖曼线系, 初态主量子数  $n$  为偶数, 则存在无线移的中心峰, 如赖曼  $\alpha$  线辐射. 而  $n$  为奇数, 则不存在无线移的中心峰, 如赖曼  $\beta$  线辐射.

如前所述, 在斯塔克表象里, (2) 式的线性斯塔克线宽矩阵是对角的. 但电子碰撞线宽矩阵  $\phi$  是非对角的. 由于本文着重考虑线形侧翼, 在此线形范围电子碰撞对线宽影响不大(下面将进一步阐明). 此外, 精确计算矩阵  $\phi$  是困难的. 因此, 这里只取其对角元的实数部分  $\delta$  来估算电子碰撞对线宽的影响. 电子碰撞加宽  $\omega_e$  可由下式近似表示<sup>[11]</sup>:

$$\omega_e = \frac{4\pi n_e}{3} \left( \frac{8k_B T_e}{\pi m_e} \right)^{1/2} \bar{\rho}^2 |n(\lambda/\langle r \rangle), \quad (21)$$

这里  $\bar{\rho}^2 = (9/4)[\hbar^2/(2m_e k_B T_e)][n/(Z_r + 1)^2][n^2 - (l^2 + l + 1)]$ ,  $\langle r \rangle = (\langle nlm | r^2 | nlm \rangle)^{1/2}$ . 由于等离子体内的微观静电场分布是各向同性的, 在对角度平均后, 赖曼线形函数可写为

$$\frac{I(\omega)}{I_0} = \int dEP(E) \left\{ \frac{1}{3} \sum_a \left[ \frac{1}{\pi} \frac{\delta}{(\omega - \omega_{n1} - C_{na}^a E)^2 + \delta^2} \right] (A_{na}^a)^2 + \frac{2}{3} \sum_a \left[ \frac{1}{\pi} \frac{\delta}{(\omega - \omega_{n1} - C_{na}^a E)^2 + \delta^2} \right] (A_{na}^a)^2 \right\}, \quad (22)$$

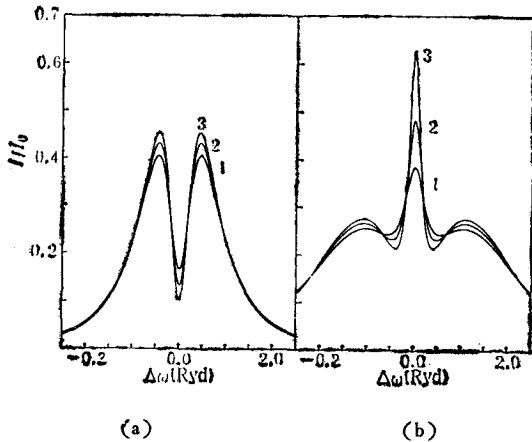


图 4 类氢离子的 (a) 赖曼  $\beta$  线形和 (b) 赖曼  $\gamma$  线形  
1 为  $\delta = 2^{1/2}\omega_e$ ; 2 为  $\delta = \omega_e$ ; 3 为  $\delta = \omega_e/2^{1/2}$

而  $I_0 = 3\mathbf{d}^2/2$ ,  $\mathbf{d}$  为电偶极跃迁约化矩阵.

图 4 展示电子在  $n_e = 2 \times 10^{23}/\text{cm}^3$ ,  $T_e = T_i = 1.02\text{keV}$  情况下类氢离子的赖曼  $\beta(3 \rightarrow 1)$  和赖曼  $\gamma(4 \rightarrow 1)$  线形.

采用 (21) 式估计电子碰撞加宽, 即令  $\delta = \omega_e/2^{1/2}$ ,  $\omega_e$  和  $2^{1/2}\omega_e$ . 当激发态的主量子数  $n$  为奇数, 则不存在中心峰, 如图 4(a) 的赖曼  $\beta$  线形. 中心两侧出现强度高峰, 而该高峰的间距为  $2\Delta\omega_{\text{max}}$ . 电子碰撞对强度高峰的位置影响可忽略, 同对翼侧的线形也没有明显的影响.

在结论中我们将进一步讨论峰间距和翼侧线形在等离子体诊断中的意义. 而图 4(b) 所示的赖曼  $\gamma$  在线中心呈现出强峰, 因其激发初态的主量子数  $n$  是偶数. 电子碰撞对中心峰的影响是很大的, 但对翼侧的线形的影响不大.

### 三、讨 论

激光惯性约束聚变只能在压缩的高密度核聚变燃料中进行. 因此如何诊断激光内爆的中心密度是一项有趣的课题. 线谱线形可以用于压缩等离子体密度的诊断<sup>[1,2]</sup>, 即在氘

氙燃料中掺杂微量高原子序元素, 然后测量高原子序的类氢离子的赖曼线形。利用该线形和压缩密度的关系而对压缩等离子体的密度进行诊断。在图 1 里, 展示出有关的等离子体参数范围。在有关的等离子体密度范围内, 赖曼线形的翼侧是由微观静电场引起的斯塔克效应而形成。电子碰撞加宽并不重要。应用赖曼线系诊断压缩等离子体的密度还需考虑下面两项因素: 1)  $n$  愈低的赖曼谱线, 其光学深度愈深; 在激光内爆实验中, 赖曼  $\alpha$  谱线光学深度深, 其线宽主要是由辐射输运引起的不透明度加宽。因此, 不适于诊断。2) 当高度压缩时, 高  $n$  的赖曼谱线将由于压力电离效应而消失。因而通常用赖曼  $\beta$  和赖曼  $\gamma$  线形对高温高密等离子体密度进行诊断。图 4 展示赖曼  $\beta$  和赖曼  $\gamma$  线形。我们计算结果表明: 电子碰撞对赖曼  $\beta$  的翼侧线形和强峰间距影响不大; 对赖曼  $\gamma$  的翼侧线形影响也不大。因此, 这些强峰间距和翼侧线形可以应用于等离子体密度的诊断。由于赖曼线形的峰值位置  $\Delta\omega_{\max}$  主要由微观静电场的斯塔克效应决定。因而  $\Delta\omega_{\max}$  与微观静电场几率分布峰值的位置相对应, 即:  $\Delta\omega_{\max} = \mathcal{E}E_{\max}$ 。这里比例常数  $\mathcal{E}$  为只与辐射体激发态性质有关。对于赖曼  $\beta$  辐射, 该比例常数  $\mathcal{E} = 3C_{n\sigma}^a C_{n\pi}^a / (2C_{n\sigma}^a + C_{n\pi}^a)$ 。

对于净电荷为  $Z_p$  的单组分等离子体, 微观静电场分布峰值的位置  $E_{\max}$  与电子密度有关, 即存在下面的比例关系:  $E_{\max} = g(a, Z_p)E_0$ , 而  $E_0 = e^2(4\pi n_e/3)^{2/3}$ 。根据我们的计算结果, 可拟合得到  $g(a, Z_p)$  的经验表达式

$$g(a, Z_p) = 1.6Z_p^{1/3} / \{1 + s_1(Z_p^\nu a) + s_2(Z_p^\mu a)^2\}, \quad (23)$$

而  $s_1 = 0.675$ ,  $s_2 = 1.15$ ,  $\nu = 0.7$ ,  $\mu = 0.45$ 。图 5 展示理论计算的各种不同  $Z_p$  的  $g(a, Z_p)$  值。(23) 式所代表的曲线能可靠地描述  $E_{\max}$  和  $E_0$  的关系。因此, 当测量得到  $\Delta\omega_{\max}$ , 则能决定  $E_{\max}$ 。通过  $E_{\max}$  和  $E_0$  的关系, 再加上另一个与  $T_e$  有关的独立测量, 可拟合得到合适的电子密度和电子温度范围。 $\Delta\omega_{\max}$  的变化主要是由于密度的变化, 而随温度变化较缓。在爆炸推进型的内爆实验里<sup>[1]</sup>, 因为玻璃微球靶内充气压较低(只有 2 大气压), 所以其赖曼  $\beta$  线可用于压缩核密度诊断。根据本文  $\Delta\omega_{\max}$  与  $E_{\max}$  的关系, 可推出压缩电子密度  $n_e \approx 7 \times 10^{22} \text{ cm}^{-3}$ , 与前人结论符合良好。在惯性约束核聚变的密度诊断实验里, 压缩等离子体是氙氙掺杂微量高原子序离子, 即  $Z_p \approx 1$ 。从图 5 中可以看出  $g(a, 1)$  随  $a$  变化不大。而  $a$  的变化范围为 0 至 1.0 (参见图 1)。因此, 可由  $\Delta\omega_{\max}$  较方便地直接判断电子密度。关于非单组分或  $T_e \neq T_i$  的等离子体的  $E_{\max}$  和  $E_0$  的关系, 将另文报道。

翼侧线形主要由于较高的微观静电场的几率分布而形成的。因此测量光学深度薄的翼侧线形可得到较高的微观静电场的几率分布。例如图 4 (a) 所示赖曼  $\beta$  线的翼侧线形

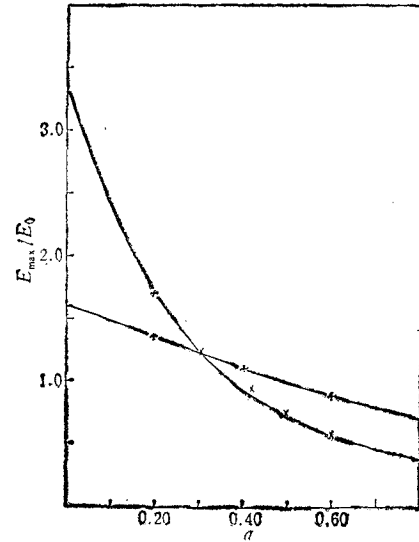


图 5 微观静电场分布峰值的比例函数  $g(a, Z_p)$  + 为本文计算; × 为 Hooper 计算 ( $Z = 9$ ); — 为 (23) 式结果

可决定  $E > 2E_{\max}$  范围几率分布。这个范围的微观静电场的几率分布能可靠地用本文的一阶理论计算得到。一阶理论计算要比二阶理论计算方便得多，因此可能应用一阶理论计算的微观静电场几率分布，对观测到的翼侧线形进行拟合而决定合适的密度和温度范围。再加上面讨论的赖曼  $\beta$  线的强峰间距  $2\Delta\omega_{\max}$  的测量，可进一步确定压缩等离子体的密度。

- [ 1 ] B. Yaakobi, D. Steel, E. Thorsos, A. Hauer, B. Perry, S. Skupsky, J. Geiger, C. M. Lee (Jia-Ming Li), S. Letzring, J. Rizzo, T. Mukaiyna, E. Halpern, H. Deckman, J. Delettez, J. Soures, R. McCroy, *Phys. Rev.*, **A19**(1979), 1247.
- [ 2 ] A. Hauer, K. Mitchell, D. Van Hulsteyn, T. Tan, E. Linnebur, M. Muller, H. Griem, *Phys. Rev. Lett.*, **45**(1980), 1495.
- [ 3 ] Zunqi Lin, Jia-Ming Li, *Chinese Phys. Lett.*, **5**(1988), 26.
- [ 4 ] 林尊琪、张燕珍、毕无忌、陆海鹤、何兴发、李家明、董骥, *物理学报*, **37**(1988), 20.
- [ 5 ] H. Griem, *Spectral Line Broadening by Plasmas*, Academic Press, New York, (1974).
- [ 6 ] C. F. Hooper, *Phys. Rev.*, **149**(1966), 77.
- [ 7 ] C. F. Hooper, *Phys. Rev.*, **165**(1968), 215.
- [ 8 ] J. T. O'Brien & C. F. Hooper, *Phys. Rev.*, **5**(1972), 867.
- [ 9 ] R. J. Tighe & C. F. Hooper, *Phys. Rev.*, **A15**(1977), 1773.
- [ 10 ] A. A. Broyles, *Z. Physik*, **151**(1958), 187.
- [ 11 ] B. Held, C. Deutsch & M-M. Gombert, *Phys. Rev.*, **A29**(1984), 896.

## LINE PROFILES OF HYDROGENIC IONS FROM HIGH-TEMPERATURE AND HIGH-DENSITY PLASMAS

HOU QING LI JIA-MING

(Institute of Physics, Academia Sinica)

### ABSTRACT

Applying the Hooper's first-order theory, we have calculated the static micro-electric field distributions and have examined the validity of the first-order theoretical calculations. The Lyman line profiles ( $n \rightarrow 1$ ) from hydrogenic ions have been calculated. As the principle quantum number  $n$  is odd, there is no central peak and two splitted peaks exhibit for the Lyman line profile. Electron-impact broadening has negligible effects on such separations of the splitted peaks, which are suitable for plasma density diagnostics. The Lyman line profiles in the wing regions, which are formed dominantly by the static micro-electric field distributions, can also be applied for plasma density diagnostics.