

归一有效声子谱谱形对超导临界温度 T_c 的影响

翁征宇 吴杭生

(中国科学技术大学物理系)

1987年3月16日收到

提 要

作者设计了一个图分析法,用来分析 Eliashberg 方程的数值解. 从这个分析,得到如下结论: 硬化归一有效声子谱 $g(\omega)$, 可使超导材料的 T_c 提高. 而 $g(\omega)$ 软化, 只能提高小 λ 超导体的 T_c .

一、引 言

McMillan 在 1968 年的经典性论文^[1]中, 提出了如下的 T_c 经验公式:

$$T_c = \frac{1}{1.45} \theta \exp\left(-1.04 \frac{1 + \lambda}{\lambda - \mu_0^*(1 + 0.62\lambda)}\right), \quad (1)$$

其中 $\mu_0^* = \mu_i^*/(1 + \mu_i^* \ln(\omega_0/\omega_c))$; ω_0 为声子最大频率, μ_i^* 为用隧道实验测得的库仑屏蔽势, ω_c 为 McMillan 反演程序^[2]所用的截断频率.

McMillan 证明了电声子耦合常数 λ 可以表示为如下形式:

$$\lambda = \frac{\eta}{M \langle \omega^2 \rangle}, \quad (2)$$

式中 M 为原子质量; $\eta = N(0) \langle I^2 \rangle$, 其中 $N(0)$ 为在费密面处电子的态密度; $\langle I^2 \rangle$ 为电声子矩阵元在费密面上的平均值. McMillan 在分析了体心立方过渡金属 V, Nb, Ta, Mo, W 的 $N(0)$ 和 $\langle I^2 \rangle$ 数据后提出, 对同一类材料, η 近似是个常数. 于是, 他由(2)式得出结论: 声子软化可提高 λ , 从而可提高 T_c . 随后, 有许多作者经验地或理论地分析了声子软化提高 T_c 的可能性^[3-7]. 然而, 超导临界温度变化规律比 McMillan 预言的要复杂得多. 例如 Al, Sn, Ga, In, W 和 Mo 等无序金属, 临界温度 T_c 的确由于声子软化而提高了; 但另一些无序金属 (例如 Pb, Nb, La 等) 的 T_c 反而因声子软化下降了^[8-14].

1973 年, Bergmann 和 Rainer 发表了一篇出色的论文^[15]. 在该论文中, 他们通过泛函微商 $D(\omega) = \delta T_c / \delta \alpha^2 F(\omega)$ 来研究 $\alpha^2 F(\omega)$ 对 T_c 的影响. $D(\omega)$ 在原点 $\omega = 0$ 附近区域是线性增加的, 而在 $\omega = 2\pi T_c$ 附近, 达到极大 (这个频率被 Bergmann 和 Rainer 称为最佳频率). 在比较一些超导体的特征数据后, 他们假设晶态超导材料非晶化后, $\alpha^2 F(\omega)$ 的面积 $A = \int d\omega \alpha^2 F(\omega)$ 近似保持不变. 于是, 通过比较 $\alpha^2 F(\omega)$ 中横波和纵

波声子峰与“最佳频率”的相对位置,便可以解释 $\alpha^2 F$ 的软化既能够引起如 Sn 这样的超导体的 T_c 增加,也能够使诸如 Pb 这样的材料的 T_c 下降. Allen 和 Dynes 进一步指出^[16], 对于高 T_c 材料,由于整个 $D(\omega)$ 减小且其变化变得平坦了,用上述软化方式提高 T_c 就变得愈来愈困难. 基于 Bergmann 和 Rainer 的工作,在 $\mu_i^* = 0$ 的假设下, Leavens^[17] 证明了对于任何 Eliashberg 理论能够成立的材料,它的临界温度必定满足 $kT_c \leq 0.2309A$, 其中等号只在谱函数是 Einstein 谱 $A\delta(\omega - 1.75A)$ 的情况下才成立. 在 Leavens 论文中,还讨论了 $\mu_i^* \neq 0$ 的情况,得到了类似但稍复杂的结果.

本文讨论的问题与 Bergmann 和 Rainer 考虑的相似但有着本质的不同. 为说明这点,让我们考察如下的 T_c 公式(见文献[18]以及总结文献[19]):

$$T_c = \frac{2\gamma}{\pi} \omega_{\log} (1 + a\lambda - b\mu^*) \exp \left\{ -\frac{1 + \lambda(1 + c)}{\lambda - \mu^*(1 + c\lambda)} \right\}, \quad (3)$$

其中 $\mu^* = \mu_i^* / (1 + \mu_i^* \ln(\omega_c / \omega_{\log}))$, 而系数 a , b 和 c 的表达式分别为

$$a = \int_0^{\omega_0} d\omega g(\omega) \int_0^{\omega_0} d\omega' g(\omega') \left\{ \ln \left(\frac{\omega}{\omega_{\log}} \right) \ln \left(\frac{\omega'}{\omega_{\log}} \right) \frac{\omega'^2}{\omega'^2 - \omega^2} + \int_0^{\infty} dx \frac{\omega'^2}{x(1+x^2)(\omega'^2 + \omega^2 x^2)} \left[1 - \frac{1}{x} \operatorname{tg}^{-1} x + \frac{1}{2} \ln(1+x^2) \right] \right\}, \quad (4)$$

$$b = \frac{\pi^2}{6} - 1 + \int_0^{\omega_0} d\omega g(\omega) [\ln(\omega / \omega_{\log})]^2, \quad (5)$$

$$c = \int_0^{\omega_0} d\omega g(\omega) \int_0^{\omega_0} d\omega' g(\omega') \ln \left(\frac{\omega}{\omega'} \right) \frac{\omega'^2}{\omega^2 - \omega'^2}. \quad (6)$$

我们看到,有效声子谱 $\alpha^2 F(\omega)$ 是通过如下三个量来影响 T_c 的¹⁾: 最大声子频率 ω_0 (注意 $\omega_{\log}$ 正比于 ω_0); 无量纲电声子耦合常数 λ 以及归一有效声子谱 $g(\omega)$ (以后简称为谱函数,它通过系数 a , b 和 c 以及矩 $\omega_{\log}$ 进入 T_c 公式(3)). $g(\omega)$ 是通过 $\alpha^2 F(\omega)$ 定义的量^[16]:

$$\alpha^2 F(\omega) = \frac{\lambda \omega}{2} g(\omega). \quad (7)$$

它满足如下的归一条件:

$$\int_0^{\omega_0} d\omega g(\omega) = 1, \quad (8)$$

并且各种矩仅依赖 $g(\omega)$:

$$\langle \omega^n \rangle = \int_0^{\omega_0} d\omega g(\omega) \omega^n, \quad (9)$$

$$\omega_{\log} = \exp \left(\int_0^{\omega_0} d\omega g(\omega) \ln \omega \right). \quad (10)$$

从 T_c 公式可直接看到: T_c 是正比于 ω_0 的. 至于 λ 和 μ_i^* , 虽然 T_c 与它们一般不是简单成正比的关系,但是在定性上, T_c 随 λ 的增加而增加,随 μ_i^* 的增加而减小. 可是, $g(\omega)$ 的谱形对 T_c 的影响是比较复杂的. 尽管有 T_c 公式(3)以及严格 T_c 级数解^[19-21], 人们对之仍缺乏清楚的了解. 所以,我们认为考虑谱函数 $g(\omega)$ 对 T_c 的影响,比直接考虑

1) 注意到在文献[15]和[17]中起着特殊作用的量—— $\alpha^2 F(\omega)$ 面积 A , 在 T_c 公式中不直接出现.

$\alpha^2 F(\omega)$ 更为合理。这是本文和前人^[15-17]工作基本区别之所在。

在本文中,我们设计了一种图分析方法,它使得我们能够通过直接分析 Eliashberg 方程数值解,得出关于 $g(\omega)$ 的谱形对 T_c 影响的简单而清楚的答案。

二、问题的表述

设有一个超导体 A_0 , 至少从原则上讲,我们可以设想用实验手段(例如,非晶化,合金化,等等),从 A_0 得到一系列新的超导体 $A_1, A_2, \dots$ 。它们具有各种 λ 和 μ_i^* 以及不同的 $g(\omega)$ 谱。这一系列材料 $\{A_i\}$ 构成了一族 (family) 超导体,称之为 A_0 族。为了简化以后的讨论,假设任何一个属于 A_0 族的超导体的 ω_0 (或者讲, Debye 温度 θ) 是相同的。

如果接受 McMillan 的 $\eta = \text{常数}$ 的推测,那末属于 A_0 族的超导体的 η 均近似相等,因而它们的 λ 分别和它们的矩 $\langle \omega^2 \rangle$ 成反比。这样,只要知道了材料 A_i 的归一有效声子谱 $g(\omega)$, 这个材料的电声子耦合参量 λ 便能从材料 A_i 的 $\langle \omega^2 \rangle$ 值计算出来。然而正如很多作者曾指出的^[18,23,24], $\eta = \text{常数}$, 除少数情况外并不是一般成立的。表 1 列出的数据清楚表明了这个事实。由于这个原因,对于超导体 $\{A_i\}$, 我们将它们的 λ 和 $g(\omega)$ 看成是独立变化的。

表 1 一些超导材料的特征数据

材 料	T_c (K)	λ	$\langle \omega^2 \rangle$ (MeV ²)	η (eV/Å ³)	μ_i^*
Ga α -Ga	5.9 8.56	0.97 2.25	124 61.3	2.0 2.1	0.11 0.17
In α -In	3.4 5.44	0.805 1.69	59.1 30.2	1.3 1.4	0.12 0.10
Pb D-Pb α -Pb _{0.77} Bi _{0.23}	7.19 7.16 6.91	1.55 2.11 2.76	30.9 22.5 15.8	2.4 2.3 2.2	0.13 0.17 0.14
Nb α -Nb	9.25 5.2	1.04 0.8	234 156	5.4 2.8	0.188 0.10

和 λ 一样,对于同属于 A_0 族的材料,它们的 μ_i^* 也看成是独立于 $g(\omega)$ 而变化的。例如,表 1 中的 Pb 和 D-Pb, 声子谱软化后 μ_i^* 增大;但对 Nb 和 α -Nb, 在声子谱软化后, μ_i^* 反而减小了。

实际材料的 $g(\omega)$ 谱很复杂,没有解析表达式。要解析分析超导体临界 T_c 作为泛函随 $g(\omega)$ 的变化,显然是件十分困难的工作。为此,我们对实际的有效声子谱作一些理想化的简化,使得它们可以用只包含少数参量的简单函数表示出来。这样,各个材料的 $g(\omega)$ 可以仅通过这些参量来予以区分。考虑到多数材料的有效声子谱 $\alpha^2 F(\omega)$ 都可以看成是由两个具有一定半宽度的倒 V 字形单峰谱叠加而成的,我们略去峰的宽度,把每个峰近似用 δ 函数来表示。两个峰的面积分别记为 $\lambda r \omega_0 p/2$ 和 $\lambda \omega_0 (1-p)/2$ 。这样,属于 A_0 族

的超导体的 $g(\omega)$ 可近似地用如下的双 δ 函数谱来表示:

$$g(\omega) = p\delta(\omega - r\omega_0) + (1-p)\delta(\omega - \omega_0), \quad (11)$$

其中 r 和 p 均是介于 0 和 1 之间的参量. 显然 r 减小或(和) p 增大, 谱函数 $g(\omega)$ 的权重向低频移动, 因而意味着谱形发生了软化(即声子软化). 反之, 则意味着谱形的硬化(即声子硬化).

超导临界温度 T_c 依赖于参量 λ 和 μ_i^* , 并且是归一有效声子谱 $g(\omega)$ 的泛函. 为了使问题变得易于讨论, 让 A_0 的 λ 和 μ_i^* 分别增加 $\Delta\lambda$ 和 $\Delta\mu_i^*$. 在此前提下, 我们问应如何改变 A_0 的谱函数 $g(\omega)$ (即改变谱参量 r 和 p), 方可使 A_0 的 T_c 增大. 把这个问题更明确地提成: 在属于 A_0 族的诸超导体中, 把那样一些超导体的 T_c 同 A_0 的 T_c 相比较, 这些超导体具有相同的 λ 和 μ_i^* , 它们相对 A_0 分别增加了 $\Delta\lambda$ 和 $\Delta\mu_i^*$. 这些超导体中, 有些 T_c 比 A_0 的高, 有的比 A_0 的低. 我们关心的是: 那些具有比 A_0 的 T_c 高的超导体, 它们的谱函数 $g(\omega)$ 相对 A_0 来讲, 具有哪些带规律性的改变.

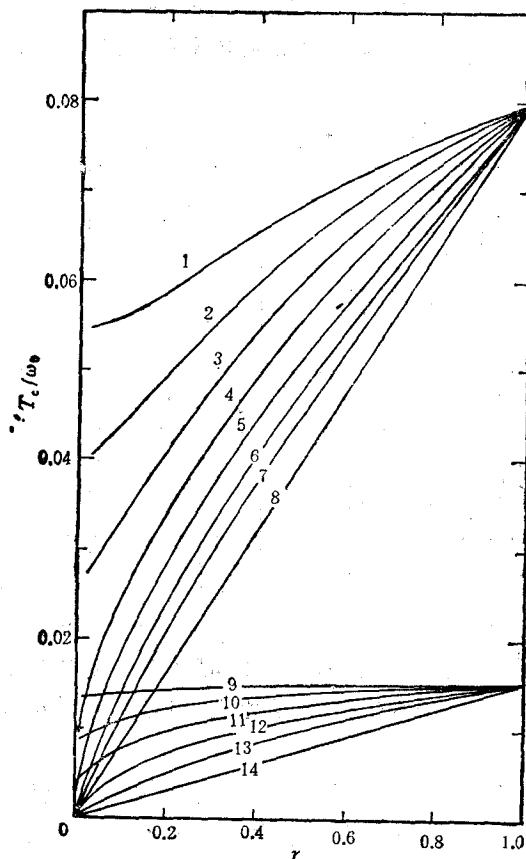


图1 以 p 为参量, T_c/ω_0 对 r 的曲线簇. 曲线1—8对应 $\lambda = 1.0$, $\mu_i^* = 0.1$. 曲线1为 $p = 0.20$, 2为 $p = 0.30$, 3为 $p = 0.40$, 4为 $p = 0.50$, 5为 $p = 0.60$, 6为 $p = 0.70$, 7为 $p = 0.80$, 8为 $p = 1.0$; 曲线9—14对应 $\lambda = 0.5$, $\mu_i^* = 0.1$. 其中9为 $p = 0.025$, 10为 $p = 0.1$, 11为 $p = 0.2$, 12为 $p = 0.33$, 13为 $p = 0.55$; 14为 $p = 1.0$.

三、图分析方法

T_c 公式(3)中的三个系数 a , b 和 c , 其表达式如(4), (5)和(6)式所示, 是归一有效声子谱 $g(\omega)$ 的泛函。将理想谱(11)式代入上述表达式, 便得到 a , b 和 c 作为谱参量 r 和 p 的函数的复杂表达式。为了更清楚地分析 r 和 p 亦即谱形对 T_c 的影响, 我们下面将采用一种图分析方法, 用这个方法易于得到令人感兴趣的结论。

选定 λ 和 μ_i^* 的数值, 例如, $\lambda = 0.5$, $\mu_i^* = 0.1$, 对各种可能的谱函数 $g(\omega)$ (即谱参量 r 和 p 取各种可能的介于 0 和 1 之间的数值), 计算出相应的 T_c/ω_0 的数值。计算的结果以 p 为参量, 把 T_c/ω_0 对 r 作图, 画在图 1 中。在同图中, 还画出了 $\lambda = 1.0$, $\mu_i^* = 0.1$ 时, 以 p 为参量, T_c/ω_0 对 r 的曲线。

让 T_c/ω_0 取一个确定的值, 例如 $T_c/\omega_0 = 0.014$, 在图 1 中作 $T_c/\omega_0 = 0.014$ 的水平线。它和图 1 中 $\lambda = 0.5$ 而 $\Delta\mu_i^* = 0.1$ 的曲线簇相交。读出这些相交点处的 r 和 p 的数值, 并把它们标在 r - p 平面上。于是, 在 r - p 平面上得到一条曲线, 即图 2 所示的实线 AB 。曲线 AB 把 r - p 平面分成了 I 和 II 两个区域。从图 1 和图 2, 不难看到, 一个 $\lambda = 0.5$ 而 $\mu_i^* = 0.1$ 的超导材料, 如果它的谱参量 r 和 p 正好位于图 2 的曲线 AB 上, 这个超导体的 T_c 为 $0.014\omega_0$ 。如果 (r, p) 取位于区域 I 中任一点的值, 那么它的 T_c 大于 $0.014\omega_0$ 。反之, 取位于区域 II 中一点的数值, 该材料的 T_c 小于 $0.014\omega_0$ 。

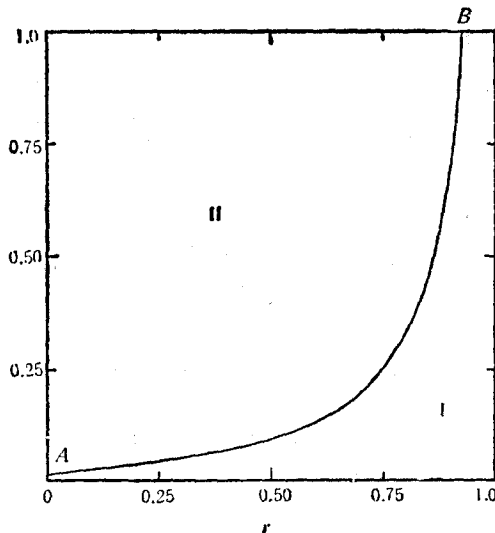


图 2 在谱参量构成的 r - p 平面上, 对应于 $T_c/\omega_0 = 0.014$ 的曲线 AB 其中参量 λ 和 μ_i^* 分别取成 0.5 和 0.1

上述作图法清楚指出, 在 λ 和 μ_i^* 给定的条件下, 如何改变谱函数 $g(\omega)$, 才能使 T_c 按所选择的方向改变。

四、是软化? 还是硬化?

现在用上面一节讲的图分析方法, 分析第二节提出的问题。

设超导体 A_0 的 λ 和 μ_i^* 分别取 0.5 和 0.1, 谱参量 r 和 p 分别取为 0.83 和 0.4。这时, $T_c/\omega_0 = 0.014$ 。用图分析法, 在 r - p 平面上作出 $T_c/\omega_0 = 0.014$ 的曲线, 这就是图 2 中的曲线 AB 。现将它重画于图 3 中。曲线上的圆圈“○”标出了超导体 A_0 的谱参量 $(r, p) = (0.83, 0.4)$ 。再来考虑属于 A_0 族中的那样一些超导体 A_i , 它们的 λ 和 μ_i^* 值, 相对 A_0 来说, 分别增加了 $\Delta\lambda$ 和 $\Delta\mu_i^*$ 。例如, 取 $\Delta\lambda = 0.5$ 而 $\Delta\mu_i^* = 0$ 。这时,

按上节图分析法,从图 1 中读出水平线 $T_c/\omega_0 = 0.014$ 与 $\lambda = 1.0$, $\mu_i^* = 0.1$ 的 $T_c/\omega_0 - r$ 曲线簇的交点处的 r 和 p 的数值. 把它们标在 $r-p$ 平面上,并联合成曲线. 这样,便得到图 3 中的曲线 CD . 曲线 AB 和 CD 把图 3 中的 $r-p$ 平面分成 I, II 和 III 三个区域. 不难看出,如果超导体 A_i 的谱参量 r 和 p 正好位于图中曲线 CD 上,那么它的 T_c/ω_0 数值与超导体 A_0 的相同,等于 0.014. 若 (r, p) 位于区域 I 和 II, A_i 的 T_c/ω_0 大于 0.014,从而相对 A_0 来讲, T_c 升高. 反之, (r, p) 位于区域 III, A_i 的 T_c/ω_0 将小于 0.014,因而相对于 A_0 来讲, T_c 降低.

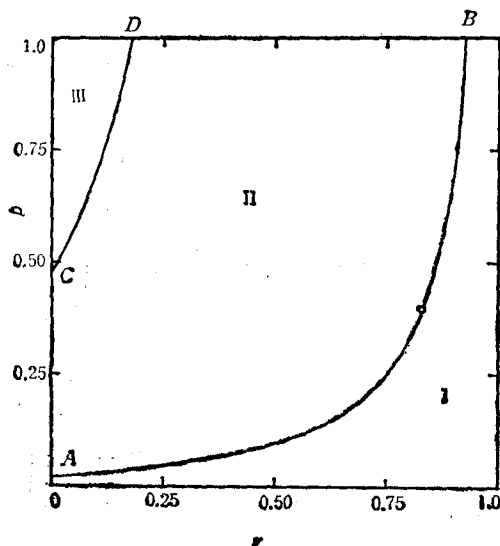


图 3 曲线 AB 同图 2; 曲线 CD 对应于 $\lambda = 1.0$, $\mu_i^* = 0.1$ 时, T_c/ω_0 仍为 0.014 的曲线

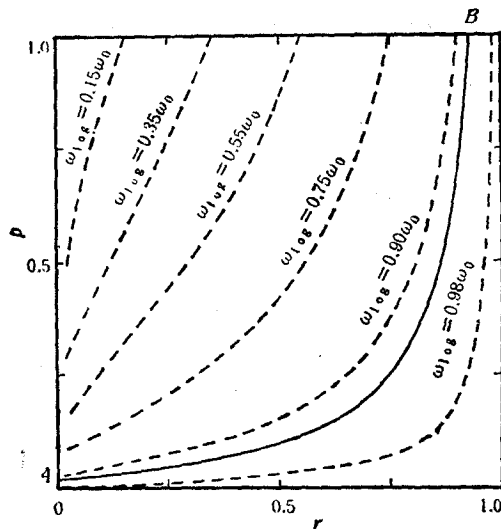


图 4 实线 AB 同图 2; 虚线表示等 $\omega_{\log}/\omega_0$ 曲线

把图 2 中曲线 AB 重画于图 4 中,并在同图中作出 $\omega_{\log}/\omega_0 = \text{const}$ 的曲线簇. 这些用虚线作出的等 $\omega_{\log}/\omega_0$ 曲线大体与曲线 AB 平行. 从图 4 可见,如果使材料 A_0 的谱函数 $g(\omega) = 0.4\delta(\omega - 0.83\omega_0) + 0.6\delta(\omega - \omega_0)$ 变形,那么当谱参量从 $(0.83, 0.4)$ 变到区域 II 或 III 中, $\omega_{\log}$ 减小,从而意味着材料 A_0 的声子谱软化. 反之,谱参量落到区域 I, $\omega_{\log}$ 增大,即材料 A_0 的声子谱发生了硬化. 在认识这个事实,并把超导体 A_i 的谱函数 $g(\omega) = p\delta(\omega - r\omega_0) + (1-p)\delta(\omega - \omega_0)$ 看成由超导体 A_0 的谱函数变形而来,我们可用文献中流行的语言,把上面一节最后陈述的结论重新表述如下: 软化超导体 A_0 的谱函数 $g(\omega)$, 使谱参量 r 和 p 落在区域 II 中,这时 A_0 的 T_c 增大. 但如果谱函数过份地软化,使参量 r 和 p 落入区域 III 中, A_0 的 T_c 反而减小. 可是,硬化 A_0 的谱函数,使谱参量位于区域 I 时,总是使得 A_0 的 T_c 增高. 在以上分析中,我们让 $\Delta\mu_i^* = 0$.

这只是为了方便而选取的. 显然,以上分析得到的结论,对 $\Delta\lambda > 0$ 而 $\Delta\mu_i^*$ 的绝对值足够小时,仍然成立.

让材料 A_0 的 λ 取不同的数值 λ_0 , 而 $\Delta\lambda$ 和 $\Delta\mu_i^*$ 仍旧取为 0.5 和 0. 用第三节的图分析法,重复作出类似图 3 的图形(例见图 5, $\lambda_0 = 1.0$), 我们就会发现,随着 λ_0 增加,区域 II 的宽度逐渐减小. 如果用图 5 中 D 点距 B 点的距离 l 来表示区域 II 的宽度,那么 l

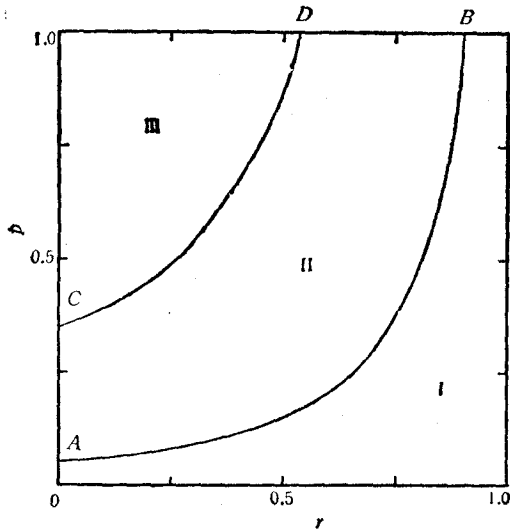


图5 与图3类似, 只是曲线 AB 和 CD 的参量分别改为 $\lambda = \lambda_0 = 1.0$ 和 $\lambda = \lambda_0 = 1.5$; 而 T_c/ω_0 取为 0.071 ; μ_i^* 仍等于 0.1

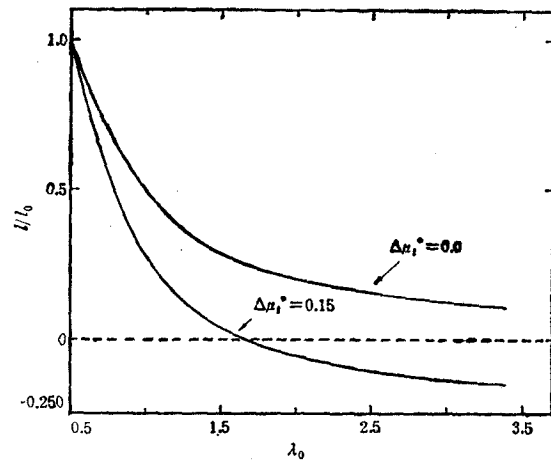


图6 $l/l_0 - \lambda_0$ 曲线 l 为图5中 DB 的距离, 但这里 λ_0 将连续变动; l_0 对应 $\lambda_0 = 0.5$ 时的 l 值

对 λ_0 的曲线如图6所示。它清楚地表明了 l 随 λ_0 增加而减小的事实。考虑到实际的晶态超导材料 A_0 , 它的有效声子谱 $\alpha^2 F(\omega)$, 从而 λ 和矩 $\omega_{\log}$, 所经历的变化(譬如, 为明确起见, 在非晶化后)均是有限大小的改变。所以, 当 λ_0 足够大时, 区域 II 的宽度如此之小, 以至非晶化后的超导材料(即材料 A_i)的谱参量 (r, p) 将落入区域 II 或区域 III 的交界线 CD 附近, 或干脆落入区域 III。这样, 材料 A_0 经非晶化而成材料 A_i 后, 它的超导温度 T_c 实际上没有增加, 甚至是降低的。反之, 当 λ_0 足够小时, 区域 II 的宽度很大, 材料 A_i 的谱参量 (r, p) 实际上是落入区域 II 中, 因而 T_c 升高。在以上的分析中, 我们取了 $\Delta\mu_i^* = 0$ 。

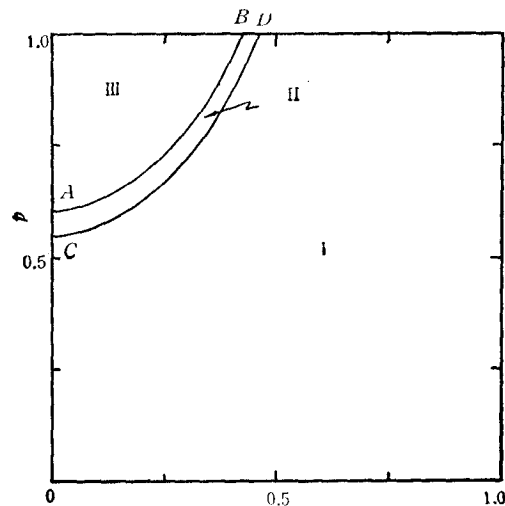


图7 与图3类似, 这时曲线 AB 和 CD 分别对应参量 $\lambda_0 = 3.0$, $\mu_i^* = 0.1$ 和 $\lambda_0 = 3.5$, $\mu_i^* = 0.25$; 而 $T_c/\omega_0 = 0.10$

这只是为了方便而设的. 不难看出, 当 $\Delta\lambda > 0$ 而 $\Delta\mu_i^*$ 的绝对值足够小时, 以上讨论仍然是对的. 总结以上的讨论, 得到如下两个结论:

结论 1 当 $\lambda > 0$ 而 $\Delta\mu_i^*$ 的绝对值足够小时, 如果超导体 A_0 的 λ 足够大, 声谱软化实际上总是导致它的 T_c 降低. 只有对小 λ 超导材料 A_0 , 声谱软化方法才可使它的 T_c 升高.

结论 2 当 $\Delta\lambda > 0$ 而 $\Delta\mu_i^*$ 的绝对值足够小时, 声子谱硬化, 总是使 A_0 的 T_c 增加.

因为区域 II 的宽度随 λ_0 增加而减小, 所以当 λ_0 足够大时, 只要 $\Delta\mu_i^*$ 取足够大的正数, l 将小于零 (见图 6). $l < 0$ 意味着曲线 CD 反而位于曲线 AB 的右侧, 出现如图 7 所示的情形. 图 7 中 $\lambda_0 = 3.0$, $\Delta\lambda = 0.5$ 而 $\Delta\mu_i^* = 0.15$. 图 7 中的区域 III 是软化区域, 而区域 II 和 I 均是硬化区域. 因此, 有

结论 3 如果 $\Delta\lambda > 0$, $\Delta\mu_i^* > 0$ 并且 $\Delta\mu_i^*$ 足够大时, 声子谱的软化总是使一个具有充分大 λ 的超导体 A_0 的 T_c 降低. 然而只要硬化程序足够大¹⁾, 就可使 A_0 的 T_c 升高.

实际情况比上面已讨论的要复杂. 实验表明, 属于 A_0 类的超导体, 除了出现 $\Delta\lambda > 0$ 的情况, 也会出现 $\Delta\lambda < 0$. 用图分析方法不难对 $\Delta\lambda < 0$ 情形进行类似的讨论, 并得到

结论 4 当 $\Delta\lambda < 0$ 而 $\Delta\mu_i^*$ 的绝对值足够小时, 只有让声子谱硬化程度足够大, 才能使 A_0 的 T_c 增高. 否则, 材料 A_0 的 T_c 总是降低的.

结论 5 当 $\Delta\lambda < 0$ 而 $\Delta\mu_i^* < 0$ 且其绝对值足够大时, 声子谱软化实际上总是导致一个大 λ 超导体 A_0 的 T_c 降低. 可是声谱硬化总是使 T_c 增大.

结论 1—5 表明: McMillan 提出的软化声子谱可提高 T_c , 只有对小 λ 的超导体才有效. 而对 λ 较大的超导体, 声子谱软化实际上是导致 T_c 下降. 由此我们不难理解引言中提到的实验事实, 即无序超导材料如 Al, Sn, Ga 等的超导温度 T_c 确实由于声谱软化而提高了, 但对另外一些象 Pb, Nb 这样的无序材料, 它们的 T_c 反而下降了. 结论 1—5 还表明声谱硬化, 在多数情况下, 都能使 T_c 增大. 至少就我们所知道的来讲, 通过声子谱硬化来提高 T_c , 迄今未受到人们的注意. 从这节的分析我们看到, 用这种方法提高 T_c 的潜力是很大的.

本文用图分析法对 Eliashberg 方程数值解进行了分析, 得出了结论 1—5. 在这个分析中, 我们假设了属于 A_0 族的各个超导体 A_i 的 ω_i 均相等. 这只是为了分析的方便而引入的. 实际情况是: 各超导体 A_i 的 ω_i 一般相差不多, 但并不相等. 不难看到, 当各个超导体的 ω_i 不相等时, 只要把结论 1—5 中的 T_c 理解为 T_c/ω_0 便可以了. 在前面的分析中, 我们还采用了另一个近似, 即把实际谱近似用双 δ 函数谱替代. 这是本文采用图分析法的前提. 从我们过去对 Eliashberg 方程数值解研究的经验, 我们相信, 这个近似不影响结论 1—5 的正确性. 基于以上理由, 我们认为结论 1—5 是强耦合超导电性理论所能给出的关于有效声子谱形状对临界温度 T_c 影响的一般性结论.

1) 使谱参量位于区域 I.

参 考 文 献

- [1] W. L. McMillan, *Phys. Rev.*, **167** (1968), 166.
- [2] W. Hubin, Technical Report, No. 182, Dept. of Phys., Univ. of Illinois, (1970).
- [3] P. B. Allen and M. L. Cohen, *Phys. Rev. Lett.*, **29** (1972), 1593.
- [4] P. B. Allen, *Solid State Commun.*, **14**(1974), 937.
- [5] P. Roedhammer, E. Gmelin, W. Weber and J. P. Remeika, *Phys. Rev.*, **B15**(1977), 711.
- [6] M. R. Madhava, G. A. Saunders and R. C. Draper, *Phys. Lett.*, **A68**(1978), 67.
- [7] B. T. Matthias, *Science*, **208**(1980), 401.
- [8] E. G. Maksimov, Trudy Ordena Lenina Fizicheskoro Instituta im. P. N. Lebedeva, **86**(1975), 101. (in Russian)
- [9] J. D. Leslie, J. T. Chen and T. T. Chen, *Can. J. Phys.*, **48**(1970), 2783.
- [10] K. Knorr and N. Barth, *Solid State Commun.*, **8**(1970), 1085.
- [11] J. Klein and A. Leger, *Physica*, **55**(1971), 740.
- [12] S. Ewert, *Solid State Commun.*, **18**(1976), 923.
- [13] D. B. Kimhi and T. H. Geballe, *Phys. Rev. Lett.*, **45**(1980), 1039.
- [14] G. Bergmann, *Phys. Reports*, **27**(1975), 159.
- [15] G. Bergmann and D. Rainer, *Z. Phys.*, **263** (1973), 59.
- [16] P. B. Allen and R. C. Dynes, *Phys. Rev.*, **B12**(1975), 905.
- [17] C. R. Leavens, *Solid State Commun.*, **17**(1975), 1499.
- [18] Weng Zheng-yu and Wu Hang-sheng, *J. Phys. C*, **19** (1986), 5459.
- [19] Wu Hang-sheng, Weng Zheng-yu, Ji Guangda and Zhou Zi-fang, *J. Phys. Chem. Solids*, (1987), to be published.
- [20] Wu Hang-sheng, Cai Jian-hua, Gong Chang-da, Ji Guang-da and Cai Jun-dao, *Scientia Sini.*, **20** (1977), 584.
- [21] J. J. Hopfield, *Phys. Rev.*, **186**(1969), 443.
- [22] W. Weber, *Phys. Rev.*, **B8**(1973), 5093.

RELATION BETWEEN THE FORM OF THE NORMALIZED EFFECTIVE PHONON SPECTRUM AND THE SUPERCONDUCTING T_c

WENG ZHENG-YU WU HANG-SHENG

(Department of Physics, University of Science and Technology of China, Hefei)

ABSTRACT

The numerical solution of the Eliashberg equation is analysed by a graphic analytic method, and the following conclusions are arrived. The superconducting T_c of a superconductor can be enhanced through the 'hardening' of its normalized effective phonon spectrum $g(\omega)$. And the 'softening' of $g(\omega)$ could enhance the T_c for a superconducting material with small λ , but not for the superconductor whose λ is large.