

声表面波在线性调频声栅上作 Bragg 衍射后的聚焦声场*

王 佐 卿

(中国科学院声学研究所)

1987 年 6 月 9 日收到

提 要

本文应用准周期概念给出声表面波在线性调频声栅上 Bragg 衍射的透射函数。将一级衍射波的分布作为有限孔径内的已知分布。将求解透射区的一级声束的场分布问题作为求上述有限孔的衍射问题来处理。分析结果表明,对偏转声束来说,在 Fresnel 区存在一个 Fraunhofer 平面。线性调频声栅同时起两个作用:它既相当于一个等周期的声束偏转器,同时又是一个 Fresnel 透镜,在焦平面上的声场分布,是声栅出射平面上偏转声束幅度分布的 Fourier 变换。分析结果还表明:聚焦声轴随入射声波频率而平行移动。这一现象属首次发现,实验结果证实了上述理论分析预计。

一、引 言

基于声表面波(SAW)在等周期声栅上的 Bragg 衍射现象^[1]研究,我们曾提出一种纯声学射频频谱分析器结构^[2]。该结构基于二维 Bragg 型声透镜,即线性调频声栅上的 Bragg 衍射^[3]。最近,还有人提出采用这种声栅构成色散滤波器等器件^[4]。但是至今对于 SAW 在这类声栅上的 Bragg 衍射基本规律未作过研究。

在集成光学^[5,6]及超声光衍射^[7,8]情形,线性调频栅阵都曾被作为“Bragg 型透镜”研究过。其基本理论处理方法是:在栅区作为波动问题处理,而透射区则用射线方法讨论其聚焦特性。本文在处理透射区声场时,不采用射线方法,而是将声栅出射平面上一级声束的声场分布看成有限孔上的已知分布,将出射平面上没有一级声的上下区域看作无穷障板。于是,求透射区内的一级声束的声场分布问题,就变成一个已知有限孔的声场分布的衍射花样问题。分析结果给出了这样的物理图象:SAW 在线性调频声栅上作 Bragg 衍射,对偏转声束来说,声栅同时起两个作用:一是偏转器,二是一个 Fresnel 型透镜。本文与光学情形的另一重要区别是:在光学情形,通常认为光波波长是不变的或变化甚小,而本文讨论的重点之一正是当入射声波波长变化时(变化范围达 1 倍),上述聚焦声场的变化规律。结果表明,上述聚焦声束的焦轴方向不随入射波波长而变化,只是其位置随着波长变化而平行移动。这种“平移扫描现象”以往未发现。该现象的发现和利用,对于需

* 中国科学院科学基金资助的课题。

采用声束聚焦的 SAW 器件(例如纯声学 RF 谱分析器^[2,4])来说,具有关键的意义。

实验结果证明本文分析的规律是正确的。

二、SAW 在线性调频声栅上作 Bragg 衍射时透射声场分布的理论分析

如同等周期声栅情形一样,本文仍考虑强 Bragg 条件下的衍射。这时,除直透束(即零级衍射波)外,只有一级衍射声束(通常称偏转声束)。直透束显然是人们不感兴趣的。本文只讨论偏转声束在透射区的分布。

1. 等周期声栅上 Bragg 衍射的透射函数^[1]

在强 Bragg 条件下,除零级衍射波之外,只存在一级衍射波。其透射函数形式为

$$\phi_1(\xi) = T_1 \cdot \exp[i(k \cdot \sin \theta_{in} - K_g)\xi], \quad (1)$$

式中 ξ 为声栅矢量方向的坐标,与栅条方向垂直; k 为入射声波波数; $K_g = 2\pi/\Lambda_g$, Λ_g 为栅周期; θ_{in} 为入射角,指入射波矢量与栅条方向之夹角; T_1 为偏转声束的透射系数,

$$T_1 = \frac{1}{\sqrt{g^2 + 1}} \cdot \sin^2(\beta\sqrt{g^2 + 1}), \quad (2)$$

式中 β 为相位调制度; g 表征各参数偏离 Bragg 条件的程度。

$$\beta = \frac{\pi}{2} (\Delta v/\bar{v}_0) \cdot (L_g/\lambda) / \cos \theta_{in}, \quad (3)$$

$$g = \frac{(\bar{v}_0/v_0)^2}{\frac{1}{2}(\Delta v/\bar{v}_0)} \cdot (\lambda/\Lambda_g) \cdot \left(\sin \theta_{in} - \frac{1}{2} \frac{\lambda}{\Lambda_g} \right), \quad (4)$$

式中 λ 为入射声波波长; L_g 为声栅厚度; $(\Delta v/\bar{v}_0)$ 为栅区声速调制幅度, $\bar{v}_0$ 为栅区平均速度, v_0 为入射区声速。

2. 线性调频声栅上 Bragg 衍射的偏转声束的透射函数

本文讨论的声栅结构如图 1 所示。其空间频率变化规律为

$$K(\xi) = K_c + 2\mu\xi, \quad (5)$$

式中 2μ 为声栅空间频率的线性变化率; K_c 为 $\xi = 0$ 处的空间频率。

现将上述声栅作 Bragg 衍射的偏转声束的透射函数相应地表成

$$\phi_1(\xi) = T_1(\xi) \cdot e^{jQ(\xi)}, \quad (6)$$

式中 $T_1(\xi)$ 为其幅度,即透射系数; $Q(\xi)$ 为相位项。先讨论幅度分布。

(2)式为等周期声栅情形的透射系数。由于入射波束是均匀平面波,故透射系数可代表在出射平面上的幅度分布。在此,我们引用准周期概念:把图 1 的声栅看作为一系列周期逐渐变化的等周期声栅连接而成。在任意位置 ξ 处及其附近,作为一个其空间频率由(5)式定义的等周期声栅。于是,(2)~(4)式可直接引用来描述其幅度分布。

(2)式中, g 表征诸参量偏离 Bragg 条件的程度。当 $\beta \leq \pi/2$ 时, $g = 0$ 的条件下, T_1

为极大。而 $g = 0$ ，正是 Bragg 条件满足的情形，即

$$\sin \theta_{in} = \frac{1}{2} \frac{\lambda}{\Lambda_g}. \quad (7)$$

在各向同性基片上，在(5)式定义的声栅上，上式可表成

$$\sin \theta_{in} = \frac{1}{2} (K_c/k) + (\mu/k)(\xi - \xi_c), \quad (8)$$

式中 ξ_c 为空间频率为 K_c 的位置。对一个给定频率 f ，其相应的波数为 k 。这时一定存在一个位置 ξ_c ，该处，Bragg 条件严格满足。即

$$\sin \theta_{in} = \frac{1}{2} (K_c/k). \quad (9)$$

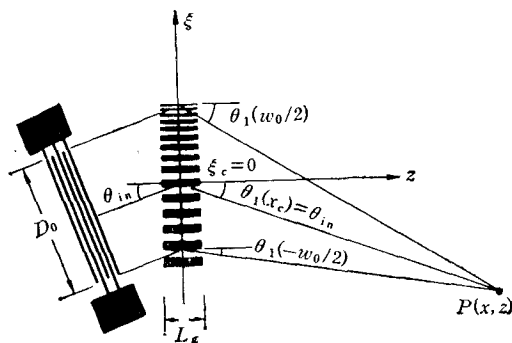


图 1 线性调频声栅结构及 Bragg 衍射示意图

这时

$$T_1(\xi_c) = \sin \beta \quad (10)$$

为极大值。而在 ξ_c 两边，可以证明为

$$T_1(\xi) = \frac{1}{\sqrt{a^2(\xi - \xi_c)^2 + 1}} \cdot \sin(\beta \sqrt{a^2(\xi - \xi_c)^2 + 1}). \quad (11)$$

在给定频率下， a 为一个常数。(11)式表明，透射系数 T_1 随 $(\xi - \xi_c)$ 是一个近似的 sinc 函数分布，透射系数下降至零时的“孔径全宽度” w_0 为

$$w_0 \simeq \frac{2}{\mu} \cdot (\cos \theta_{in} / \sin \theta_{in}) \cdot 1/L_g. \quad (12)$$

不论入射声束是多宽，其偏转声束在出射平面上的分布为(11)式所描述的近似 sinc 函数分布。

现在讨论其相位情况，对(5)式定义的声栅，对应于(1)式的相位分布为

$$Q(\xi) = (k \cdot \sin \theta_{in} - K_c)(\xi - \xi_c) - \mu(\xi - \xi_c)^2. \quad (13)$$

这可由相位分布 $Q(\xi)$ 与空间频率 $K(\xi)$ 之间的关系并考虑到 ξ_c 处严格满足 Bragg 条件的因素得出。

到此，我们给出了线性调频声栅上 Bragg 衍射情形下一级声束在出射平面上的声场分布。

3. 透射区的近场分布

一级声束在透射区的分布问题，可作为无限障板上有限孔的衍射场问题来处理。由于透射区域认为零级声不构成一级声的相干背景，而且沿另一向传播的 SAW 已被全吸收(实验中都是这样做的)，因此，Fresnel-Kirchhoff 衍射积分公式就足够精确地描述一级声场的分布。

下述分析只考虑给定一个声频情形。在讨论时，与光学情形相似，采用以下近似：1) 近轴条件。方向因子略去；2) 从观察点到孔径上源点的距离 r ，当出现在相位项时取一级近似，而在幅度项中则取零级近似；3) 各向同性近似。

将(6)式及相应的(11),(13)式代入 Fresnel-Kirchhoff 衍射积分公式

$$\bar{U}(x, z) = K \int_w \phi_1(\xi) \cdot e^{ikr} \cdot d\xi, \quad (14)$$

可得

$$\bar{U}(x, z) = K_1 \int_{\mathcal{W}} T_1(\xi) \cdot e^{ib\xi^2} \cdot e^{ic\xi} \cdot d\xi, \quad (15)$$

式中 $\bar{U}(x, z)$ 为观察点 (x, z) 处的声场, 积分区域 w 为整个有限声栅出射面孔径, 而

$$\begin{aligned} K_1 &= K \cdot e^{jk \cdot R}, \quad b = (k/2R) \cdot \cos^2 \theta_{in} - \mu, \\ c &= k(\sin \theta_{in} + x/R), \quad R = (x^2 + z^2)^{1/2}. \end{aligned} \quad (16)$$

而且为简单计,已把 ξ_1 取为原点(见图 2).

与光学情形一样, $b=0$ 的条件为 Fraunhofer 平面的位置, 即可定为焦距.

$$R = (k/2\mu) \cdot \cos^2\theta_{in}. \quad (17)$$

而 $c = 0$ 是聚焦轴的条件。可得聚焦轴偏离 z 轴角度 α 的关系为

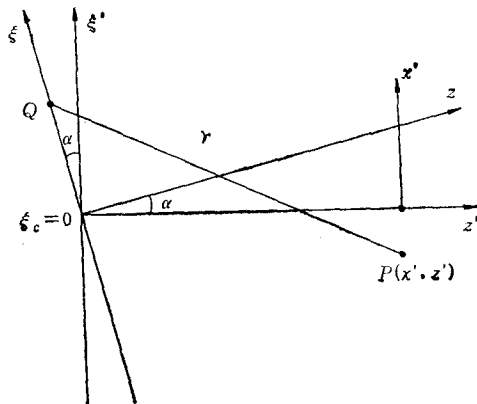


图 2 偏转声束聚焦过程及座标

$$\sin \alpha = \frac{x}{R} = -\sin \theta_{\text{in}}. \quad (18)$$

前面已述,在给定频率为 f 时, $\xi_c = 0$ 处,正是严格满足 Bragg 条件的位置,即该处出射的一级声束,其强度为极大,其衍射角为

$$\sin \theta_i = \sin \theta_{in} - K_c/k = -\sin \theta_{in}. \quad (19)$$

可见,由 ξ_c 位置出射的偏转声束(声线)正是聚焦轴.

在焦平面上的声场可写成

$$\bar{U}(x, R) = k \int_w T_1(\xi) \cdot e^{i(k \cdot \sin \theta_{\text{in}} - K_c)\xi} \cdot e^{-ikx\xi/R} \cdot d\xi. \quad (20)$$

它表示,在焦平面上的声场分布是这样一个孔函数的 Fourier 变换;该孔函数的幅度是出射平面上的一级束透射系数;其相位表示将入射声波偏转一个角度,而该角度正好是空间频率为 K_c 的一个等周期声栅所具的偏转角。后一点由(19)式可看出。

由上述讨论可以看出,线性调频声栅作 Bragg 衍射时,对偏转声束来说,同时起两个作用,一是相当于一个等周期声栅偏转器;二是一个聚焦透镜.该透镜主要特性为:(a)若入射角方向与声栅线性调频系数为正的方向一致,则偏转声束会聚,即(17)式中, $R > 0$. 否则 $R < 0$, 表示为发散波;(b)焦距与声频成正比,表明属 Fresnel 型透镜;(c)聚焦轴方向与孔径法线偏一个角度,其聚焦轴正是严格满足 Bragg 条件处出射的偏转“声线”;(d)孔径上幅度分布是一个近似 sinc 函数,因此焦平面上声场能获得较低旁瓣.

下面考虑入射声波频率改变时,聚焦声束随之变化的情形.

当入射声频改变到 f' 时, 相应的波数记作 K' . 将(5)式改写成

$$K(\xi) = K'_\epsilon + 2\mu(\xi - \xi'_\epsilon). \quad (21)$$

这里 K'_c 为坐标为 ξ'_c 处的空间频率,且满足

$$\sin \theta_{in} = \frac{1}{2} K'_c / k'. \quad (22)$$

就是说,严格满足 Bragg 条件的位置移到 ξ'_c . 不难推得这时的透射函数形式. 其幅度和相位表达式仍如同(11)和(13)式,只是参数 K_c 和 ξ_c 分别成为 K'_c 和 ξ'_c . 当然 k 改为 k' . 将它们代入 Fresnel-Kirchhoff 积分公式后,可得焦平面位置为

$$R' = (k' / 2\mu) \cdot \cos^2 \theta_{in}. \quad (23)$$

在焦平面上声场分布计算公式为

$$\begin{aligned} \bar{U}(x, R') = K'_i \int_w T_1(\xi) \cdot e^{jk'(\sin \theta_{in} - K'_c/k')\xi} \\ \cdot e^{-ik'x\xi/R'} \cdot d\xi. \end{aligned} \quad (24)$$

上述式子中等号右端被积函数中的 $T_1(\xi)$ 形式同(11)式,但 ξ_c 变成了 ξ'_c . 这就是说,它仍具有近似 sinc 函数特性,但中心位置移到了 ξ'_c . 而相位项仍表示偏转一个角度 θ'_i , 可求得

$$\sin \theta'_i = \sin \theta_{in} - K'_c / k' = -\sin \theta_{in}. \quad (25)$$

可见该偏转角度与入射声频为 f 时相同. (22)式已表明,由 ξ'_c 处出射的偏转声线,其幅度为极大,其方向正是聚焦声束的声轴.

由此可见,当声频变到 f' 时,偏转声束聚焦后的焦轴与声频为 f 时焦轴方向保持不变,只是其位置平行移动. 这一特性可称为焦轴平移扫描特性,是本文所述二维 Bragg 声透镜的重要特性. 以往光学情形未讨论过这一点.

综上所述,平直的 SAW 束在线性调频声栅上作 Bragg 衍射后的声场,有如下特性:

(1) 在满足强 Bragg 条件时,透射区存在两束声波. 一束为直透束,它仍是平面波;另一束是偏转声束,它是一束聚焦声束.

(2) 对偏转声束来说,其偏转角相当于严格满足 Bragg 条件处的位置对应的等周期声栅的偏转角. 在各向同性近似情形,该束的衍射角等于入射角. 聚焦轴正是上述位置处的偏转声线.

(3) 焦距与声频成正比,与线性调频率成反比. 这是 Fresnel 型透镜的特性.

(4) 焦平面上的声场分布是偏转声束透射系数在出射平面上分布的 Fourier 变换. 而透射系数是近似 sinc 函数.

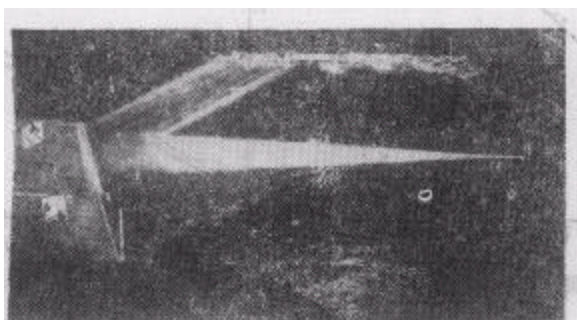
(5) 当声频变化时,聚焦轴方向不变,而其位置随之平行移动.

三、实验与理论分析结果比较

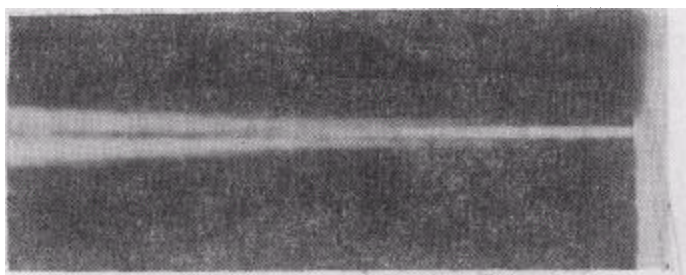
将图 1 所示的结构用普通光刻工艺刻制于 Y 切割铌酸锂晶片上构成实验样品. 为使聚焦轴方向沿纯模轴 Z 晶轴,图 1 所示的 ξ 坐标轴偏离 X 晶轴一个角度 α ,而 $\alpha = \theta_{in}$,如图 2.

应用光学法^[9]作了观察和测量. 主要实验结果及讨论分列如下.

(1) 透射区声场观察结果. 用暗场法观察透射区总的声场, 可看到图 3 所示的分布, 和理论预计一致: 在透射区存在直透波(零级波)和偏转波束(一级波). 前者仍为平面波, 后者为聚焦波束(或发散波束). 图 3(b) 为焦区放大照片; 可以看到第一对旁瓣的情形, 及焦区声强分布的定性的图形.



(a)



(b)

图 3 SAW 在线性调频栅上衍射波的分布 (b) 为聚焦区的放大照片; 沿右上倾斜的为零级声束

(2) 焦距与声频的关系. 用暗场法拍下不同声频时的聚焦声场照片, 测出其相应的焦距, 可得焦距随声频而变化的关系. 图 4 为其中的一个样品上测量结果, 图中实验值较分散, 因为“焦点”实质是一个区域(严格说来不应该用焦点这一名词, 因为各向异性明显, 只能用“聚焦线”来描述). 图 4 中实线是按(17)式计算的, 但是计算中乘了一个因子 1.75, 这是由于各向异性造成的^[10]. 图 4 中所示的实验结果表明: 焦距与声频成正比. 此外, 实验还证实了焦距与声栅空间频率线性变化系数 μ 成反比的关系.

(3) 聚焦轴随声频变化而平移的现象. 在暗场法实验观察中, 改变空间滤波方式, 只让偏转声束对应的声-光衍射点透过, 于是像屏上只显示该声束的光学像. 在实验样品上, 沿 ξ' 方向(图 2 所示坐标)上刻下标志. 拍下不同频率下的聚焦声束声场照片, 测出其对应的 ξ' 位置. 则可给出焦轴位置与声频的关系. 图 5 为焦轴位置与声频的关系. 图中虚线是各向同性近似下计算的结果, 而实线是按“广义 Bragg 衍射”理论^[11]计算的结果. 实验验证了焦轴随声频变化而平行移动的特性.

(4) 焦平面上的声场分布. 用简单光探针技术^[9]测出离声栅出射面不同距离 z' 处声强的横向分布, 可得焦区附近的二维强度分布, 在给定声频下, 可确定“焦距”的大体位置, 然后测出“焦平面”上的声强分布. 图 6 中曲线 3 为实验测量结果, d 为孔径上声场分布均匀情形(矩形函数)下计算得的在焦平面上主瓣全宽度. 曲线 2 是这样计算得来的: 孔

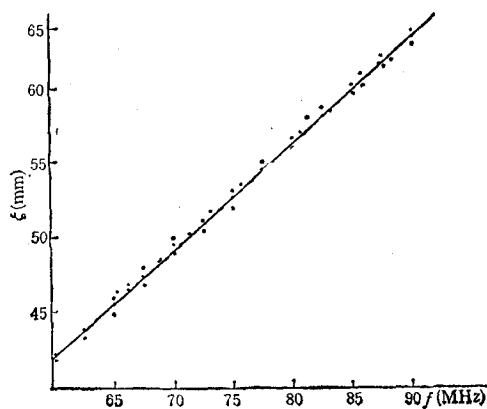


图 4 焦距随声频变化情形

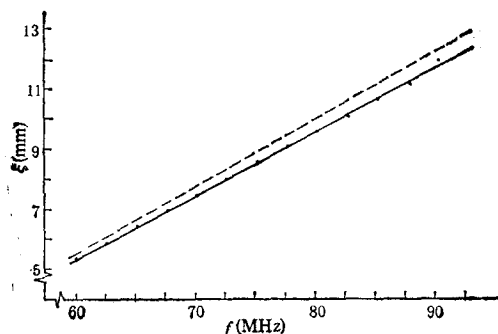


图 5 焦轴随频率变化的平移特性

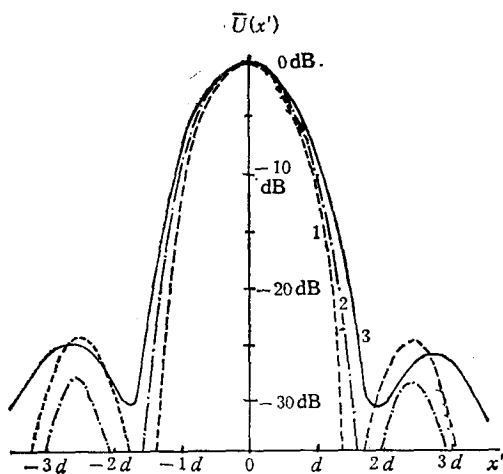


图 6 焦平面上的声场分布

曲线 1——孔径上声场按余弦函数时的计算结果；
 曲线 2——孔径上声场按 sinc 函数时的计算结果；
 曲线 3——实验测量结果。横坐标上 d 为矩形函数分布时的全宽度

径宽度与上述矩形函数相同，孔径上声场按 sinc 函数，而其宽度正好是全主瓣。曲线 1 是按余弦分布时获得的计算结果，孔径边缘对应于取值 $\pm\pi/2$ 。由图 6 可以看出，理论分析结果与实验测量结果定性相符，定量也比较接近，但有不一致之处。从测量入射 SAW 分布情形看，它不是均匀平面波束，而是中间下凹的。与本文分析的透射系数相乘后似应是余弦函数形状，但实验结果与前述两种分布的假设情形都不是良好符合，表明计算中还有一些因素未考虑进去，例如基片各向异性的影响等。

四、小结与讨论

本文采用准周期概念得到了线性调频声栅上的透射函数形式；应用 Fresnel-Kirchhoff 衍射积分公式来描述其偏转声束的聚焦特性。因而从物理上对二维 Bragg 声透镜的作用给出了清晰的表述；本文重点之一是讨论入射波波长变化时聚焦声束的行为，发现二维 Bragg 声透镜聚焦轴随入射波频率线性地、平行地移动，而不是通常那样偏转式扫描。这一现象，以往在声学或光学中，都未曾发现过。这一现象对某些器件设计有重要意义^[2]。

本文讨论中仍限于各向同性情形，而实验样品基片 Y-铌酸锂是明显各向异性的，因此，一些结果的比较难以定量。因为实际样品来说，Z-传播的基片容易获得，因而实验样品做成聚焦轴沿 Z 轴。而理论分析中，Z 轴附近的声速各向异性远不满足抛物线函数近似，很难作定量的分析。

本文实验中的不足之处是无法用简单光探针测出声栅出射面上(或十分靠近之)的单独一级声束的空间分布,因为零级束与之尚未从空间位置上分开,因此只好从焦平面上声场分布反过来估计出射面上的(孔径上的)分布。这是困难的。

参 考 文 献

- [1] 王佐卿、周素华、汪承浩, 物理学报, **32**(1983), 156.
- [2] Wang Cheng-hao, Wang Zuo-qing and Zhou Su-hua, 1986 IEEE Ultrasonics Symp., (1986, 11, Williamsburg), L-5.
- [3] Wang Zuo-qing, Wang Cheng-hao and Zhou Su-hua, Proc. China-Japan Joint Symp. Acoustics, (1985, 11, Beijing), p. 246.
- [4] L. P. Solie, 1986 IEEE Ultrasonics Symp., (1986, 11, Williamsburg), JJ-2.
- [5] G. Hatakoshi and S. Tanaka, *Opt. Lett.*, **2**(1978), 142.
- [6] S. K. Yao and D. E. Thompson, *Appl. Phys. Lett.*, **33**(1978), 635.
- [7] S. K. Yao and E. H. Younh, 1976 IEEE Ultrasonics Symp., Proc., (1976), p. 214.
- [8] L. D. Dixon, *Appl. Opt.*, **11**(1972), 2196.
- [9] G. I. Stegeman, *IEEE Trans.*, **SU-23**(1976), 33.
- [10] I. C. Green and G. S. Kino, *IEEE Trans.*, **SU-30**(1983), 43.
- [11] Wang Zuo-qing, Wang Cheng-hao and Zhou Su-hua, 1987 China-Japan Joint Conf. on Acoustics, (1987, 5, Nanjing, China).

FOCUSING BEHAVIOURS OF THE DIFFRACTED BEAM OF SURFACE ACOUSTIC WAVE ON CHIRPED GRATING IN BRAGG REGIME

WANG ZUO-QING

(Institute of Acoustics Academia Sinica)

ABSTRACT

The acoustic field distribution of the deflected wave beam in transmission region from a chirped acoustic grating is described by using Fresnel-Kirchhoff diffraction integral expression. The transmission function of the SAW beam which is diffracted by a linearly chirped grating in Bragg regime is obtained by using quasi-periodicity approximation and this function is considered as the field distribution function in the aperture of the exit plane. It is shown from the analysis that in Fresnel region there is a Fraunhofer plane where the field distribution is the Fourier transformation of the field along the aperture. It is demonstrated that the role played by the grating is two fold i.e. a deflector and a lens. The most important point we found is that the focusing axis of the focused wave beam will translate parallelly when the frequency of the input signal is changed. This scanning configuration is quite different from the traditional deflection scanning. The theoretical predictions are verified by experimental observations and measurements.