

耦合常数小于 1 时 $SU(2)$ 格点规范 理论的质量隙及 β 函数计算

应 和 平 董 绍 静

(浙江大学物理系)

1987 年 4 月 23 日收到

提 要

通过改变格点规范理论的作用量, 我们把 Monte Carlo 计算的“窗口”移到了耦合常数小于 1 的区域. 这就提供了在较弱耦合下作 Monte Carlo 计算的另一种途径. 在 $3.9 \leq \beta \leq 4.7$ 区域内, 在 10^4 格点上, 我们计算了 $SU(2)$ 规范的重整化群 β 函数及质量间隙, 观察到类似于 Wilson 作用量的标度行为, 估算出 $M \approx (3.9 \pm 1.0) \sqrt{\sigma}$.

非微扰格点量子色动力学出色地预言了胶球态的存在. 很多高能物理实验室都在寻找它们, 包括中国科学院高能物理研究所的对撞机也把寻找胶球列为重要探索目标之一. 但是, 迄今为止实验的搜寻并未成功.

对常用的 Wilson 格点作用量来说, 能够进行较准确的 Monte Carlo 模拟计算的区域为 $g^2 \gtrsim 1^{[1]}$. 近几年来胶球质量研究的发展, 尤其是在 $g^2 \lesssim 1$ 的较弱耦合区计算结果的争议^[3,10], 促使人们越来越希望在更弱的耦合区进行 Monte Carlo 计算, 以检验以前的预言^[9,10]. 但是, 由于相关函数随 g^2 的减小很快地减小, 选定的胶球波函数向最低能态的投影也随 g^2 的减小而很快减小, 现有的各种胶球计算方法在更弱的耦合区遇到了极大的困难^[3,10]. 计算方法的改进和新一代超级计算机的发展可望解决这一困难. 本文则想提出另一种更简便的途径来解决这一困难.

众所周知, Monte Carlo “观察窗口”在过渡区附近, 而过渡区的位置及非微扰 β 函数都没有普适性^[2]. 这意味着我们可以改变格点作用量来把 Monte Carlo “观察窗口”移到更弱的耦合区, 不增加很多计算工作量就能完成在更弱的耦合区计算胶球质量的工作.

此外, 从格点规范理论获得的胶球计算结果总是要引用下列普适的重整化群微扰结果来把格点间隔 a 转换成物理可观察的有量纲量:

$$a^2 = (1/\Lambda^2)(b_0 g^2)^{-b_1/b_0} \exp(-1/b_0 g^2), \quad (1)$$

其中 $b_0 = (11/3)(N/16\pi^2)$, $b_1 = (34/3)(N/16\pi^2)^2$.

最近的计算结果表明, 格点规范理论趋向连续极并不很平滑^[2], 这会给数值计算带来偏差^[9].

本文选用了单元格 $\exp$ 函数型作用量^[4]

$$S = \sum_p \left\{ 1 - \exp \left(\frac{1}{N} \text{ReTr} U_p - 1 \right) \right\}, \quad (2)$$

$$\beta = 2N/g^2. \quad (3)$$

我们已计算过, 此作用量的过渡区对 $SU(2)$ 和 $SU(3)$ 规范分别为 $\beta = 4.1$ 及 $\beta = 8.8$, Λ 参数为

$$\Lambda = (1.02 \pm 0.05) \times 10^{-4} \sqrt{\sigma}, \quad (4)$$

解除禁闭的相变温度为

$$T_c = (201 \pm 28) \text{MeV}, \quad (5)$$

这与 Wilson 作用量的结果相符^[5].

我们采用了块因子 $b = 2$ 的实空间 Monte Carlo 重整化群方法来计算包含了 β 函数信息的 $\Delta\beta$ ^[6]

$$\Delta\beta = \beta(a/b) - \beta(a). \quad (6)$$

在 10^4 格点上, 采用周期性边界条件, 用 100 次 Monte Carlo 迭代作为初始化以达到平衡组态, 再用 300 次 Monte Carlo 迭代对要测量的各种 Wilson 圈作组态平均. 固定不同尺寸的 Wilson 圈的比来作重整化. 我们获得了比以前的结果精度更高的数据^[7], 见图 1. 图中虚线是双圈微扰的渐近自由结果. 我们看到, (2) 式作用量以一个类似于 Wilson 作用量的“下跌”行为趋于渐近自由 Scaling 线, 但 Scaling 区域在 $g^2 < 1$ 处. 于是, 可以使用这一作用量, 在 $g^2 < 1$ 区域内计算理论的质量间隙.

本文采用最早的一种方法来估算质量间隙^[8]. 我们计算了面对面的元格和元格之间的相关函数

$$C(d) = \langle W_p \cdot W_{p'} \rangle - \langle W_p \rangle^2, \quad (7)$$

其中 W_p 和 $W_{p'}$ 表示相距为 d 个格点间隔的面对面的两个元格. 对足够大的 d , (7) 式的渐近行为为

$$C(d) \sim C \exp[-\mu(d, \beta) \cdot d]. \quad (8)$$

而 (8) 式中的 $\mu(d, \beta)$ 在 $d \rightarrow \infty$ 时则有如下极限行为:

$$\mu(d, \beta) = -\ln \{ C(d)/C(d-1) \} \rightarrow M a, \quad (9)$$

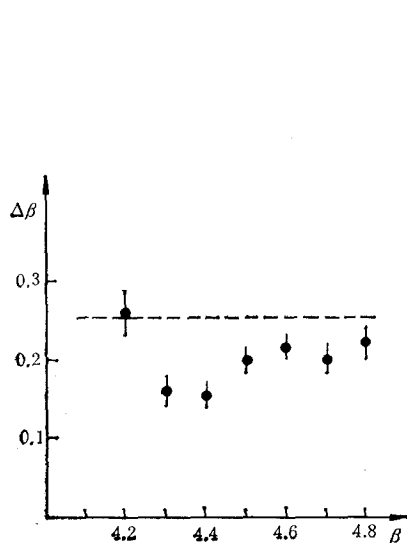
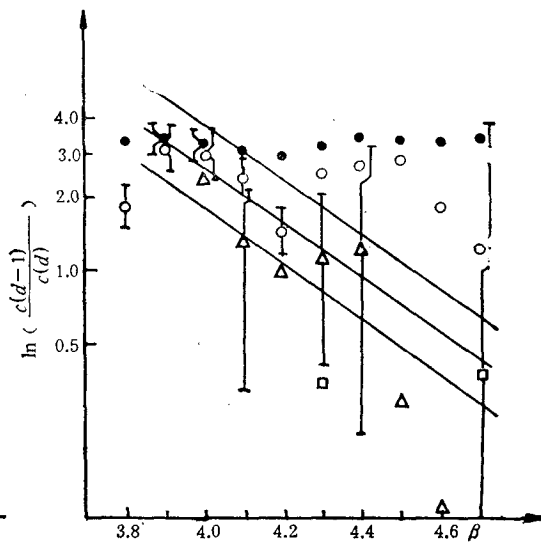
此外 M 就是理论的质量间隙. 我们可以计算出 $\mu(d, \beta)$ 曲线簇, 以不同 d 的曲线的包迹来表示极限行为, 从而估算出质量间隙 M

$$M = -\ln \left(\frac{C(d)}{C(d-1)} \right) \cdot \exp \left\{ \frac{3\pi^2\beta}{11} - \frac{51}{121} \ln \left(\frac{6\pi^2\beta}{11} \right) \right\} \cdot \Lambda. \quad (10)$$

我们在周期性边界条件的 10^4 格点上用 250 个 Monte Carlo 迭代来建立平衡组态, 再用 150 个 Monte Carlo 迭代来计算相关函数 $C(d)$ 的平均值. 结果见图 2. 图 2 中实线是曲线簇 $\mu(d, \beta)$ 的包迹. 可以看出, 在 $3.9 \leq \beta \leq 4.7$ 区域内, 数据表现出近似的 Scaling 行为. 由 (10) 式和 (4) 式估算出

$$M \approx (3.9 \pm 1.0) \sqrt{\sigma}. \quad (11)$$

这里获得的质量间隙与文献 [8] 的结果相容. 由于 $d \geq 3$ 时, 统计涨落太大, 测量的信噪比急剧变坏, 使我们未能获得更精确的结果. 可以相信的是, 我们确实找到了另一条途径, 不增加很多工作量, 可以在 $g^2 < 1$ 的较弱的耦合区进行 Monte Carlo 计算. 不违

图1 β 函数测量结果图2 $P-P$ 相关函数测量结果

●为 $d=1$; ○为 $d=2$; △为 $d=3$; □为 $d=4$

背普适性原理, 这种计算结果可以和以前的预言进行比较. 也许, Monte Carlo 变分方法^[1], 源方法^[3]能使我们获得更精确的数据.

感谢李文铸教授和汪容教授同我们作的有益的讨论.

参 考 文 献

- [1] M. Creutz, L. Jacobs and C. Rebbi, *Phys. Rep.*, **95** (1983), 201; T. Ishikawa, G. Schierholz & M. Teper, *Z. Phys.*, **C19** (1983), 327.
- [2] S. R. Das, J. B. Kogut, *Phys. Lett.*, **B179** (1986), 130.
- [3] J. Hoek, *Phys. Lett.*, **B174** (1986) 339; Ph. De Forcrand, G. Schierholz, H. Schneider and M. Teper, *Phys. Lett.*, **B152** (1985), 107.
- [4] 李文铸、董绍静, 物理学报, **33**(1984), 1459.
- [5] Dong Shao-jing, *Chinese Phys. Lett.*, **2** (1985), 489.
- [6] A. Hasenfratz, P. Hasenfratz, U. Heller, F. Karsch, *Phys. Lett.*, **B143** (1984), 193.
- [7] DONG Shao-jing, LI Wen-Zhu, *Chinese Phys. Lett.*, **2** (1985), 393.
- [8] G. Bhanot, C. Rebbi, *Nucl. Phys.*, **B180** [FS2] (1981), 469.
- [9] R. Gupta, invited plenary talk on Glueball Spectrum Calculations to the Symposium/Workshop Lattice Gauge Theory Using Parallel Processors, Beijing, China, May 21-June 2, (1987).
- [10] M. Teper, *Phys. Lett.*, **B183** (1987), 345.

THE BETA-FUNCTION AND MASS GAP IN $SU(2)$ LATTICE GAUGE THEORY FOR COUPLING LESS THAN ONE

YING HE-PING DONG SHAO-JING

(Department of Physics, Zhejiang University, Hangzhou)

ABSTRACT

Through changing lattice action, the Monte Carlo “observation window” is shifted into $g^2 < 1$ region. This provides an alternative way to do Monte Carlo calculations in weaker coupling. For $3.9 \leq \beta \leq 4.7$, we calculate the renormalization group beta function and estimate the mass gap on a 10^4 lattice. The scaling behaviour and $M = (3.9 \pm 1.0) \sqrt{\sigma}$ are found in this region.