

铁磁超晶格中的电磁耦合

史 杭

(南京大学固体物理研究所)

蔡 建 华

(上海交通大学凝聚态物理研究所)

1987年6月1日收到

提 要

本文对铁磁超晶格中的电磁耦合模作系统的研究。对一般的磁场方向和波矢方向求得了非推迟的磁电磁耦合子 (polariton) 色散关系。对于推迟情形的磁电磁耦合子色散关系, 作了一般性讨论。

关于铁磁介质中的界面电磁耦合子, 近年来有了不少研究成果^[1-9]。Marchand 等人^[3]讨论了铁磁薄板的推迟模。文献 [4-9] 则完整地研究了铁磁超晶格中静磁极限的电磁耦合子模。但在这些工作中, 都使 Zeeman 场 H_0 平行于界面或表面。本文将对磁场任意取向情形, 磁性超晶格中的电磁耦合子作完整的阐述。一般地要解析地导出磁场任意取向情形的包括推迟效应的电磁耦合子色散关系, 需要十分冗长的代数运算。即使在少数特殊情形, 结果也相当复杂, 最后还靠数值求解。下面先讨论静磁极限, 然后一般性地讨论包含推迟效应的问题。

一、静磁极限

1. 铁磁/非磁超晶格

考虑如图 1 所示由各层铁磁介质和各层非磁介质组成的超晶格。对于铁磁介质, 我们忽略小于 Zeeman 能的交换相互作用能和各向异性^[4-6]。其次设铁磁及非磁介质的介电常数都是 1。设 H_0 是非磁层内的磁场, 它与 z 轴成 θ 角 (见图 1)。 H_0 将被认为是已知的。另设 M_z 和 H 分别为铁磁层内的磁化和磁场, 它们与 z 轴的交角为 θ_M , 后者由 H 和 B 在界面上的连续条件决定

$$\begin{aligned} H \cos \theta_M + 4\pi M_z \cos \theta_M &= \mu_0 H_0 \cos \theta, \\ H \sin \theta_M &= H_0 \sin \theta, \end{aligned} \quad (1)$$

式中 μ_0 是非磁层的导磁率。

下面先讨论在一般的 θ 角情形, 铁磁薄层中的导磁率张量。为此, 需要将下面的方程线性化:

$$\frac{d\mathbf{M}}{dt} = \gamma \mathbf{M} \times \mathbf{H}_1, \quad (2)$$

式中 γ 是迴磁化, \mathbf{M} 是局域磁化, 而 \mathbf{H}_1 是局域磁场. 设

$$\mathbf{H}_1 = H\hat{z}' + \mathbf{h}e^{-i\omega t}. \quad (3)$$

\hat{z}' 是 \mathbf{H} 方向的单位矢, 而 \mathbf{h} 是小的扰动场. 对应地

$$\mathbf{M} = M_s\hat{z}' + \mathbf{m}e^{-i\omega t}. \quad (4)$$

以 (3) 和 (4) 式代入 (1) 式, 略去二阶以上小项, 得到线性化方程 (在 x', y', z' 坐标系中)

$$\begin{aligned} -i\omega m_{x'} &= \gamma m_{y'} H - \gamma M_s h_{y'}, \\ -i\omega m_{y'} &= \gamma M_s h_x - \gamma H m_{x'}. \end{aligned} \quad (5)$$

由磁化率的定义 $m_i = \chi_{ij} h_j$ 得到

$$\begin{aligned} \chi_{x'x'} &= \chi_{y'y'} = \frac{\gamma^2 H M_s}{\gamma^2 H^2 - \omega^2}, \\ \chi_{x'y'} &= -\chi_{y'x'} = \frac{i\omega \gamma M_s}{\gamma^2 H^2 - \omega^2}, \end{aligned}$$

$$\chi_{z'z'} = 1, \quad \chi_{x'z'} = \chi_{z'x'} = \chi_{y'z'} = \chi_{z'y'} = 0. \quad (6)$$

计及背景导磁率, 并作适当的坐标变换, 则在 x, y, z

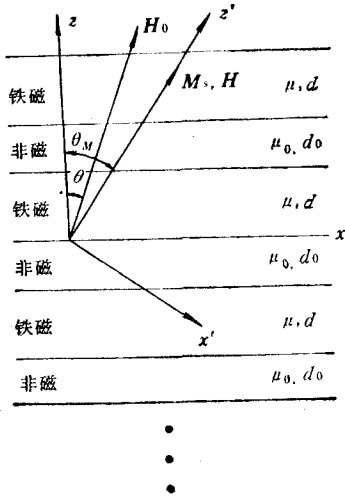


图 1

坐标系中的一般导磁率张量为

$$\begin{aligned} \mu_{xx} &= \mu \left(1 + \frac{4\pi\gamma^2 H M_0 \cos^2 \theta_M}{\gamma^2 H^2 - \omega^2} \right), \quad \mu_{yy} = \mu \left(1 + \frac{4\pi\gamma^2 H M_0}{\gamma^2 H^2 - \omega^2} \right), \\ \mu_{zz} &= \mu \left(1 + \frac{4\pi\gamma^2 H M_0 \sin^2 \theta_M}{\gamma^2 H^2 - \omega^2} \right), \quad \mu_{xy} = \mu_{yx} = \frac{4\pi i \mu \omega \gamma M_0 \cos \theta_M}{\gamma^2 H^2 - \omega^2}, \\ \mu_{xz} &= \mu_{zx} = -\frac{4\pi \mu \gamma^2 H M_0 \sin \theta_M \cos \theta_M}{\gamma^2 H^2 - \omega^2}, \quad \mu_{yz} = \mu_{zy} = \frac{4\pi i \mu \omega \gamma H_0 \sin \theta_M}{\gamma^2 H^2 - \omega^2}. \end{aligned} \quad (7)$$

式中 μ 为背景导磁率, $M_0 \equiv M_s / \mu$.

在静磁极限, 在磁性层中的磁场满足下方程:

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad \text{或} \quad \mu \nabla \cdot \mathbf{h} + 4\pi \nabla \cdot \mathbf{m} = 0. \quad (8)$$

引入磁势 ϕ_M , 使 $\mathbf{h} = -\nabla \phi_M$, 则 ϕ_M 满足

$$\mu \nabla^2 \phi_M + 4\pi \nabla \cdot \left(\frac{\boldsymbol{\mu} - \mu}{4\pi} \right) \nabla \phi_M = 0 \quad (9)$$

或

$$(\mu + 4\pi \chi_{xx}) \phi_{Mxx} + (\mu + 4\pi \chi_{yy}) \phi_{Myy} + (\mu + 4\pi \chi_{zz}) \phi_{Mzz} + 8\pi \chi_{xz} \phi_{Mxz} = 0, \quad (10)$$

式中 ϕ_{Mxz} 代表 $\frac{\partial^2 \phi_M}{\partial x \partial z}$ 等等, 而

$$\chi_{xx} = \chi_0 \cos^2 \theta_M, \quad \chi_{yy} = \chi_0, \quad \chi_{zz} = \chi_0 \sin^2 \theta_M, \quad \chi_{xz} = -\chi_0 \sin \theta_M \cos \theta_M, \quad (11)$$

其余的 χ 分量为零, $\chi_0 = \frac{\gamma^2 H M_s}{\gamma^2 H^2 - \omega^2}$. 设

$$\phi_M = (A e^{az} + B e^{-az}) e^{ik_x x + ik_y y - i\omega t},$$

代入 (10) 式可知

$$\phi_M = (Ae^{\alpha_1 z} + Be^{-\alpha_2 z})e^{i\alpha_1 x + ik_x x + ik_y y - i\omega t} \quad 0 < z < d, \quad (12)$$

式中

$$\alpha_1 = \frac{2\pi k_{11} \chi_0 \sin(2\theta_M) \cos \phi}{\mu + 4\pi \chi_0 \sin^2 \theta_M},$$

$$\alpha_2 = \frac{k_{11} \sqrt{(\mu + 4\pi \chi_0 \sin^2 \theta_M)(\mu + 4\pi \chi_0 \sin^2 \phi) + 4\pi \chi_0 \cos^2 \theta_M \cos^2 \phi}}{\mu + 4\pi \chi_0 \sin^2 \theta_M}, \quad (13)$$

$k_{11}^2 = k_x^2 + k_y^2$, 而 ϕ 是 k_{11} 和 x 轴的夹角.

在非磁层中 ϕ_M 满足 Laplace 方程. 因此

$$\phi_M = (ae^{k_{11}z} + be^{-k_{11}z})e^{ik_x x + ik_y y - i\omega t} \quad (-d_0 < z < 0), \quad (14)$$

利用 z 方向的周期性,

$$\phi_M(z + l) = e^{iq_l} \phi_M(z). \quad (15)$$

由上式可得在 $d < z < l = d_0 + d$ 的非磁层内

$$\phi_M = e^{iq_l} (ae^{k_{11}(z-l)} + be^{-k_{11}(z-l)})e^{ik_x x + ik_y y - i\omega t}. \quad (16)$$

在 $z = 0, d$ 的界面上, (12), (14) 及 (16) 式要满足下列边界条件:

$$\phi_M^{\text{铁磁}}|_{z=0,d} = \phi_M^{\text{非磁}}|_{z=0,d},$$

$$\mu_0 \frac{\partial \phi_M^{\text{非磁}}}{\partial z} \Big|_{z=0,d} = \left(\mu_{xx} \frac{\partial \phi_M^{\text{铁磁}}}{\partial x} - \mu_{yy} \frac{\partial \phi_M^{\text{铁磁}}}{\partial y} + \mu_{zz} \frac{\partial \phi_M^{\text{铁磁}}}{\partial z} \right) \Big|_{z=0,d}. \quad (17)$$

由此可得四个方程, 正好用以确定 a, b, A 和 B . 这个方程组的系数行列式为零, 即给出下面的色散关系:

$$\cos(q_l - \alpha_1 d) = \cosh(k_{11} d_0) \cosh(\alpha_2 d) + \frac{\gamma^2 + \mu_0^2 k_{11}^2 - x^2}{2\gamma \mu_0 k_{11}} \sinh(k_{11} d_0) \sinh(\alpha_2 d), \quad (18)$$

式中

$$y = \alpha_2 (\mu + 4\pi \chi_0 \sin^2 \theta_M), \quad x = 4\pi \frac{\omega}{\gamma H} x_0 k_{11} \sin \theta_M \sin \phi. \quad (19)$$

当 $\theta = \theta_M = \pi/2$ 时, $\alpha_1 = 0$, $\alpha_2 = k_{11} \sqrt{\frac{\mu + 4\pi \chi_0 \sin^2 \phi}{\mu + 4\pi \chi_0}}$, 代入 (18) 式即得文献 [4—6] 的结果. 若令 $d_0 \rightarrow \infty$, 又可得文献 [10] 的结果. 对于一般的 θ 角, 只能数值解 (18) 式. 图 2 和图 3 给出了在 $\frac{4\pi M_s}{H_0} = 3$, $\phi = 55^\circ$, $\mu = \mu_0 = 1$, $d = 1000 \text{ \AA}$, $d_0 = 500 \text{ \AA}$ 情形下数值计算的结果. 在图 2 中, 固定 $ql = 0.2\pi$, 对两个不同的 $k_{11}l$ 值作出曲线; 在图 3 中, 则固定 $k_{11}l = 0.5$, 而对 $ql = 0, \pi$ 作出曲线. 从两图可见, H_0 越靠近界面 (θ 角越大), 相应的 $\frac{\omega}{\gamma H_0}$ 也越大. 当 θ 小于某一临界角 (图中约为 34°), 便不再存在电磁耦合模. 由图可见临界角的大小, 对不同的 ql 和 $k_{11}l$ 是一样的. 这是铁磁超晶格的一个特性.

2. 铁磁/铁磁超晶格

这种情形的理论分析和上面完全平行, 所以我们只给出结果而避免重复性叙述. 设两种磁性介质层中的场强 H_1 和 H_2 与 z 轴交角分别为 θ_1 和 θ_2 , 层的厚度分别为 d_1 和 d_2 ,

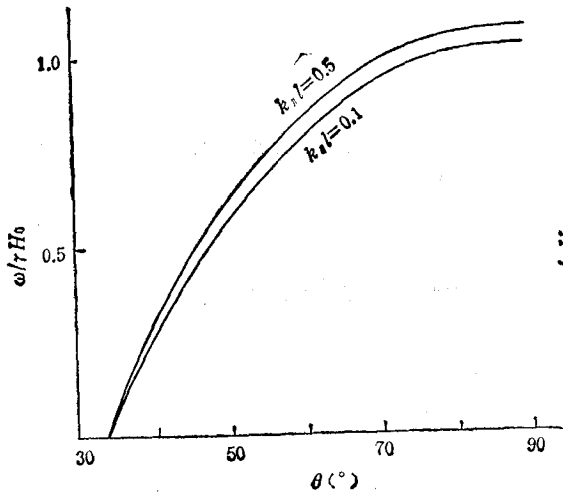


图 2

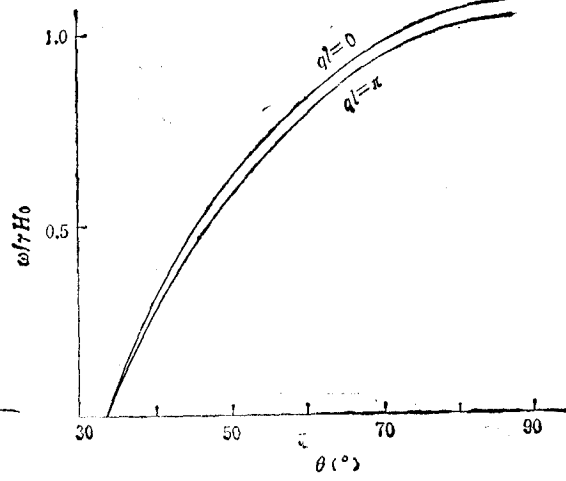


图 3

导磁率分别为 μ_1 和 μ_2 。则 θ_1 和 θ_2 由下面方程相联系:

$$\begin{aligned} (H_2 + 4\pi M_{2z}) \cos \theta_2 &= (H_1 + 4\pi M_{1z}) \cos \theta_1, \\ H_2 \sin \theta_2 &= H_1 \sin \theta_1 \end{aligned} \quad (20)$$

色散关系则是

$$\begin{aligned} \cos(q'l - \beta_1 d_1 - \beta_2 d_2) &= \frac{(1+x)^2 - y^2}{4x} \cosh(\alpha_1 d_1 + \alpha_2 d_2) \\ &\quad - \frac{(1-x)^2 - y^2}{4x} \cosh(\alpha_1 d_1 - \alpha_2 d_2), \end{aligned} \quad (21)$$

其中

$$x = \frac{\alpha_1(\mu_1 + 4\pi x_{10} \sin^2 \theta_1)}{\alpha_2(\mu_2 + 4\pi x_{20} \sin^2 \theta_2)}, \quad y = \frac{4\pi \omega k_y \left(\frac{x_{10} \sin \theta_1}{\gamma_1 H_1} - \frac{x_{20} \sin \theta_2}{\gamma_2 H_2} \right)}{\alpha_2(\mu_2 + 4\pi x_{20} \sin^2 \theta_2)}, \quad (22)$$

而 ($j = 1, 2$)

$$\begin{aligned} \alpha_j &= \frac{k_{11}}{\mu_j + 4\pi x_{j0} \sin^2 \theta_j} \sqrt{(\mu_j + 4\pi x_{j0} \sin^2 \theta_j)(\mu_j + 4\pi x_{j0} \sin^2 \theta_j) + 4\pi x_{j0} \cos^2 \theta_j \cos^2 \phi}, \\ \beta_j &= \frac{2\pi k_{11} x_{j0} \sin(2\theta_j) \cos \phi}{\mu_j + 4\pi x_{j0} \sin^2 \theta_j}, \quad x_{j0} = \frac{\gamma_j^2 H_j M_{jz}}{\gamma_j^2 H_j^2 - \omega^2}. \end{aligned} \quad (23)$$

当 $d_1, d_2 \rightarrow \infty$, (21) 式与 Yaniv^[11] 的单个界面的结果一致。

二、推迟情形

我们仅考虑铁磁/非磁超晶格。首先要解含时方程:

$$\text{铁磁层} \quad \nabla^2 \mathbf{H} - \nabla(\nabla \cdot \mathbf{H}) - \frac{\mu}{c^2} \ddot{\mathbf{H}} = 0,$$

$$\text{非磁层} \quad \nabla^2 \mathbf{H} - \frac{\mu_0}{c^2} \ddot{\mathbf{H}} = 0, \quad (24)$$

立即可得非磁层中的解为

$$\begin{aligned} \mathbf{H} &= \mathbf{H}(z) \exp(ik_x x + ik_y y - i\omega t), \\ \mathbf{H}(z) &= \mathbf{H}_+^0 e^{\alpha_0 z} + \mathbf{H}_-^0 e^{-\alpha_0 z} \quad -d_0 < z < 0, \end{aligned} \quad (25)$$

其中

$$\alpha_0^2 = k_{11}^2 - \mu_0 \omega^2 / c^2. \quad (26)$$

在铁磁层中, 可设

$$\begin{aligned} \mathbf{H} &= \mathbf{H}(z) \exp(ik_x x + ik_y y - i\omega t), \\ \mathbf{H}(z) &= \mathbf{H}_+ e^{\alpha z} + \mathbf{H}_- e^{-\alpha z} \quad 0 < z < d, \end{aligned} \quad (27)$$

代入(24)式的第一式, 可知 \mathbf{H}_\pm 都满足下面方程:

$$\sum_{\beta=x,y,z} \left(\frac{\omega^2}{c^2} \mu_{\alpha\beta} + k_\alpha k_\beta - k^2 \delta_{\alpha\beta} \right) H_{\pm\beta} = 0 \quad \alpha = x, y, z, k_\beta = \mp i\alpha. \quad (28)$$

令上式等号左方的行列式为零, 得到定 α 的代数方程, 后者一般有不正一个根. 为了满足边界条件, 必须将对应于各根的解 [(27) 式] 迭加起来. 然后与非磁层中的解相啣接, 得到联系各振幅 H_\pm , H_\pm^0 的联立线性方程组. 它们的久期方程, 就是磁电磁耦合的色散关系. 这样做, 需要十分冗长的代数运算, 结果也非常之繁. 即使在 $\theta = \theta_M = 0, \pi/2$ 的特殊情形, 色散关系也已经比静磁情形的复杂得多. 只有在一种非常特殊的情形 $\theta = \theta_M = \pi/2, \psi = \pi/2$ (即所谓 Voigt 位形) 才能够得到稍为简单的色散关系:

$$\begin{aligned} \cos ql &= \cosh(\alpha_0 d_0) \cosh(\alpha d) + \frac{1}{2} \sinh(\alpha_0 d_0) \sinh(\alpha d) \\ &\times \left[\frac{\mu_{zz} - \mu_0}{\mu_0 - \mu_r} \left(\frac{\alpha}{\alpha_0} \right) + \left(1 + \frac{\mu_r(\mu_{zz} - \mu_r)}{\mu_0(\mu_0 - \mu_r)} \right) \left(\frac{\alpha_0}{\alpha} \right) \right], \quad (29) \\ \alpha^2 &= k_{11}^2 - \frac{\omega^2}{c^2} \mu_r, \quad \mu_r = (\mu_{y_2}^2 + \mu_{z_2}^2) / \mu_{z_2}, \\ \mu_{z_2} &= \mu + 4\pi\chi_0, \quad \mu_{y_2} = 4\pi i \frac{\omega}{\gamma H} \chi_0, \\ \chi_0 &= \frac{\gamma^2 H M_s}{\gamma^2 H^2 - \omega^2}, \quad H = \mu H_0 - 4\pi M_s. \end{aligned} \quad (30)$$

所以, 我们不对这个问题作具体叙述. 不过还要指出一点: 与静磁情形相似, 推迟模也存在临界角. 当 θ 小于临界角时, 就不允许电磁模的传播.

参 考 文 献

- [1] R. H. Silsbee, A. Janssy and P. Monod, *Phys. Rev.*, **B19**(1979), 4382.
- [2] R. E. Camley, T. S. Rahman and D. L. Mills, *Phys. Rev.*, **B23**(1981), 1226.
- [3] M. Marchand and A. Caille, *Solid State Comm.*, **34**(1980), 829.
- [4] R. E. Camley, T. S. Rahman and D. L. Mills, *Phys. Rev.*, **B27**(1983), 261.
- [5] P. Grunberg and K. Mika, *Phys. Rev.*, **B27**(1983), 2955.
- [6] P. R. Emtage and M. R. Daniel, *Phys. Rev.*, **B29**(1984), 212.
- [7] K. Mika and P. Grunberg, *Phys. Rev.*, **31**(1985), 4465.
- [8] M. Grimsditch, M. Khan, A. Kueny and I. K. Schuller, *Phys. Rev. Lett.*, **51**(1983), 498.

- [9] A. Kueny, M. R. Khan, I. K. Schuller and M. Grimsditch, *Phys. Rev.*, **B29**(1984), 2879.
[10] T. S. Rahman and D. L. Mills, *J. Appl. Phys.*, **53**(1982), 2084.
[11] A. Yaniv, *J. Phys. C*, **14**(1981), 2549.

POLARITONS IN MAGNETIC SUPERLATTICES

SHI HANG

(Institute of Solid State Physics, Nanjing University)

CAI JIAN-HUA

(Institute of Condensed Matter Physics, Shanghai Jiaotong University)

ABSTRACT

We study systematically the coupled electromagnetic modes in magnetic superlattices. Dispersion relations are obtained for most general directions of the magnetic field and the wavevector, in the magnetostatic limit. A general discussion is also given for magnetic polaritons including retarded effects.