

无序层状系统的电导率

蒋 祺 龚昌德

(南京大学理论物理中心, 物理系)

1987 年 6 月 29 日收到

提 要

本文运用顶角的 Post-CPA 方法研究了无序层状系统的维数跨越效应, 层间耦合 t 的强弱决定了系统的有效维数. 对于耦合的临界值 t_c , Anderson 转变发生. 我们求出了系统的玻耳兹曼电导率、对应于最大交叉顶角的动力学电导率和直流电导率以及临界点附近的局域长度.

一、引 言

近年来, Anderson 局域理论^[1]一直引起人们很大的兴趣^[2,3], 特别是由于标度理论^[4]应用于这一领域取得了很大成功, 使得这一问题可用已很成熟的临界现象理论处理. 重整化群理论运用非线性 σ 模式等价地讨论了 Anderson 局域转变^[5], 有力地支持了标度理论. 另一方面, 在弱局域限 $k_F l \gg 1$ 的情况下, 以 $(k_F l)^{-1}$ 为小参数展开的无穷阶微扰论^[6,7]使我们可用费曼图形技术求出无序系统的电导率, 并且发现在超越玻耳兹曼方程的电导率修正中, 由最大交叉图形^[8]所贡献的杂质散射顶角存在着扩散型极点, 对电导率修正有很大影响, 由此可以得到以无量纲电导为标度变量的标度方程^[9], 所得结果与标度理论一致. 以上所讨论的系统都是各向同性的, 在各向异性无序系统中, 可以推广上述结论^[9]. 特别是由于实验技术的进步, 人工合成非晶超晶格已成为现实, 这种材料可看作是一个各向异性的空间非均匀系统. 本文考虑这种材料为一无序层状系统, 无序导电层与绝缘层交替迭合构成多层材料, 导电层用一个准二维的无序平面代表, 而绝缘层可看作是一势垒, 调节绝缘层的厚度, 可改变无序平面间耦合的强弱, 由此我们研究了系统从二维到三维的维数跨越效应. 运用 post-CPA 方法^[10], 我们计算了 $2k_F$ 散射对电导率的修正, 求得了临界点, 直流电导率和临界点附近的局域化长度.

二、顶角的 CPA 方程

在计算电导率时, 我们总需要计算两个单粒子格林函数的乘积对所有杂质构形的平均, 即 $\langle G^R(E, \mathbf{k}) G^A(E', \mathbf{k}) \rangle$. 上标 R (或 A) 表示推迟 (或超前). 如果

$$\langle G^R(E, \mathbf{k}) G^A(E', \mathbf{k}') \rangle = \langle G^R(E, \mathbf{k}) \rangle \langle G^A(E', \mathbf{k}') \rangle \delta_{\mathbf{k}\mathbf{k}'}, \quad (1)$$

所得的电导率与玻耳兹曼方程结果一致。如果进一步考虑

$$\langle G^R(E, \mathbf{k}) G^A(E', \mathbf{k}') \rangle = \langle G^R(E, \mathbf{k}) \rangle \Gamma(E, E', \mathbf{k}, \mathbf{k}') \langle G^A(E', \mathbf{k}') \rangle, \quad (2)$$

则这一项导致对玻耳兹曼电导率的修正,这在无序系统中是非常重要的。下面我们推广 CPA 顶角方程^[11]到无序层状系统。定义算符方程

$$\langle \hat{G}^R(E) \rangle \hat{I} \langle \hat{G}^A(E') \rangle = \langle \hat{G}^R(E) \hat{B} \hat{G}^A(E') \rangle - \langle \hat{G}^R(E) \rangle \hat{B} \langle \hat{G}^A(E') \rangle. \quad (3)$$

这里 $\hat{I}$ 是顶角算符, $\hat{B}$ 是非随机算符, $\langle \hat{B} \rangle = \hat{B}$.

$$\hat{G}^{R,A} = \frac{1}{E\hat{I} - \hat{H}} \quad (\hat{I} \text{ 是单位矩阵, } E = E \pm i0^+).$$

对 CPA 有: $\langle \hat{G}^{R,A} \rangle = \hat{G}_c^{R,A} = (E\hat{I} - \hat{H}_c)^{-1}$, $\hat{H}$ 是系统的哈密顿量, $\hat{H}_c$ 是有效介质哈密顿量。我们表示局域基为 $|in\rangle$, $|in\rangle$ 表示第 i 个平面上第 n 个格点的局域基。定义

$$\hat{I} = \sum_{i,n} \sum_{i',m} \hat{I}_{in,i'm}. \quad (4)$$

对顶角的 CPA, 有 $\hat{I}_{in,i'm} = \hat{I}_{in} \delta_{ii'} \delta_{nm}$, 并定义

$$\hat{I}_{in} = |in\rangle \gamma_{in} \langle in|. \quad (5)$$

经计算可得(计算见附录一)

$$\gamma_{in} = \sum_{i',m} \sum_{i'',l} \sum_{i''',s} \gamma_{in,i'm} G_c^R(i'm, i''l) B_{i''l,i'''} G_c^A(i'''s, i'm), \quad (6)$$

$$\gamma_{in,i'm} = u \delta_{ii'} \delta_{nm} + \sum_{i''l} u G_c^R(in, i''l) G_c^A(i''l, in) \gamma_{i''l,i'm}. \quad (7)$$

这里 u 是杂质-电子相互作用, u 与 i, n 无关, $G_c^R(in, i'm) = \langle in | \hat{G}_c^R | i'm \rangle$ 等等。 $\gamma_{in,i'm}$ 是顶角函数, (7) 式是关于 $\gamma_{in,i'm}$ 的自洽方程, 可用图形表示如下:

这里 $\xi = u$; $\bullet \rightarrow \bullet = G_c^R(in, i'm)$; $\bullet \leftarrow \bullet = G_c^A(i'm, in)$. 显然这是一个无穷级的阶梯图求和, 可分别对横向和纵向进行傅里叶展开

$$\gamma_{in,i'm} = \frac{1}{(N_{\parallel} N_z)} \sum_{\mathbf{k}_{\parallel}, k_z} \gamma(\mathbf{k}_{\parallel}, k_z) e^{i\mathbf{k}_{\parallel} \cdot \mathbf{R}_n - \mathbf{R}_m + i k_z (i-i')a}, \quad (9)$$

这里 $N_{\parallel}$ 是一个平面上的格点数, N_z 是平面数, $\mathbf{R}_n$ 是定义在平面上的第 n 格点的位矢, a 是平面间距。由 (7) 式可得

$$\gamma(\mathbf{q}) = \frac{u}{1 - u A(\mathbf{q})}, \quad (10)$$

$$A(\mathbf{q}) = \frac{1}{N_{\parallel} N_z} \sum_{\mathbf{k}} G_c^R(\mathbf{k}, E) G_c^A(\mathbf{k} - \mathbf{q}, E'). \quad (11)$$

这里 $\mathbf{q} = (\mathbf{q}_{\parallel}, q_z)$, 在紧束缚近似下, 已求得 $G_c^{R,A}$ (见附录二)

$$G_c^{R,A} = \frac{1}{E - E(\mathbf{k}_\parallel) - 2t \cos k_z a \pm \frac{i}{2\tau}}, \quad (12)$$

这里 $E(\mathbf{k}_\parallel) = \frac{\mathbf{k}_\parallel^2}{2m}$, t 是平面间的跳跃矩阵元, τ 是平面内动量的弛豫时间. 对(3)式, 如取 $\hat{B} = \hat{I}$, 则由(3),(6)和(12)式可得

$$\gamma_{in} = -\frac{i}{\tau} \cdot \frac{1}{(E - E')}. \quad (13)$$

而由(6)和(10)式可得

$$\gamma_{in} = \frac{uA(E, E', 0)}{1 - uA(E, E', 0)} \quad (14)$$

比较(13)和(14)式, 可知当 $E \rightarrow E'$ 时, $uA \rightarrow 1$, 因此可考虑 $uA(E, E', \mathbf{q})$ 对 $(E - E')$ 和小 q 展开, 设

$$uA(E, E', q) = 1 + a_1(E - E') - a_2 q_\parallel^2 - a_3(1 - \cos q_z a), \quad (15)$$

比较(13)和(15)式, 可得

$$a_1 = i\tau. \quad (16)$$

为求 a_2, a_3 , 可把 $A(E, E', \mathbf{q})$ 展为 $q_\parallel, q_z$ 的级数, 因 G_c 是 $q_\parallel, q_z$ 的偶函数, 故展开的一次项系数均为零, 展开到二次项, 并考虑到对称性, 可得

$$\frac{q_\parallel^2}{4N_\parallel N_z} \sum_{\mathbf{k}} G_c^R(\mathbf{k}) \nabla_{\mathbf{k}_\parallel}^2 G_c^A(\mathbf{k}) = -\frac{q_\parallel^2}{4N_\parallel N_z} \sum_{\mathbf{k}} \nabla_{\mathbf{k}_\parallel} G_c^R(\mathbf{k}) \cdot \nabla_{\mathbf{k}_\parallel} G_c^A(\mathbf{k}), \quad (17)$$

而且平行于平面的玻耳兹曼电导率为

$$\sigma_\parallel^R = \frac{e^2}{4\pi N_\parallel N_z \tau^2} \sum_{\mathbf{k}} \nabla_{\mathbf{k}_\parallel} G_c^R(\mathbf{k}) \cdot \nabla_{\mathbf{k}_\parallel} G_c^A(\mathbf{k}). \quad (18)$$

进一步考虑

$$\begin{aligned} u &\approx A^{-1}(E, E', 0) = \left[\frac{1}{N_\parallel N_z} \sum_{\mathbf{k}} G_c^R(\mathbf{k}) G_c^A(\mathbf{k}) \right]^{-1} \\ &= \frac{1}{2\pi N(E_F) \tau}. \end{aligned} \quad (19)$$

这里 $N(E_F)$ 是 Fermi 面上的态密度. 利用爱因斯坦关系式: $\sigma = e^2 N(E_F) D$ (D 是扩散系数), 并由(17),(18)和(19)式可求得

$$a_2 = D_\parallel^0 \tau. \quad (20)$$

同样可得

$$a_3 = D_\perp^0 \tau / a^2, \quad (21)$$

这里 $D_\parallel^0, D_\perp^0$ 分别是系统的平行和垂直于平面的裸扩散常数. 故有

$$uA = 1 + i\tau(E - E') - D_\parallel^0 \tau q_\parallel^2 - \frac{D_\perp^0 \tau}{a^2} (1 - \cos q_z a). \quad (22)$$

如果考虑超越 CPA 的 post-CPA 顶角修正, 则应有顶角方程

$$\begin{aligned} \tilde{\gamma}_{in, i'm} &= u^2 G_c^R(in, i'm) G_c^A(in, i'm) \\ &+ \sum_{i'', l} u G_c^R(in, i''l) G_c^A(in, i''l) \tilde{\gamma}_{i'', i'm}, \end{aligned} \quad (23)$$

其图形方程为^[8]

$$\tilde{\gamma}_{in, i'm} = \text{[Diagram 1]} + \text{[Diagram 2]} + \dots \quad (23)$$

这是最大交叉顶角图, 上述粒子-空穴散射图可以写作粒子-粒子散射图, 比如

$$\text{[Diagram 1]} = \text{[Diagram 2]} \quad (24)$$

由于存在时间反演不变性, $G_c^R(in, i'm) = G_c^A(i'm, in)$. 故(24)式又有

$$\text{[Diagram 1]} = \text{[Diagram 2]} \quad (25)$$

与 CPA 一样, 对 post-CPA 的顶角, 可得

$$\tilde{\gamma}(q) = \frac{u^2 \tilde{A}(q)}{1 - u \tilde{A}(q)}, \quad (26)$$

$$\tilde{A}(q) = \frac{1}{N_u N_z} \sum_{\mathbf{k}} G_c^R(\mathbf{k}, E) G_c^A(\mathbf{q} - \mathbf{k}, E'). \quad (27)$$

由于 $u \tilde{A} \rightarrow 1$ 时, $\tilde{\gamma}(q)$ 发散, 只对这附近的行为感兴趣, 因此

$$\tilde{\gamma}(q) \approx \frac{u}{1 - u \tilde{A}(q)}. \quad (26')$$

由(11)和(27)式知, $A(q) = \tilde{A}(q)$, $\tilde{\gamma}(q)$ 存在扩散型极点, 与 CPA 的讨论一样, 对 post-CPA 可再次得到(22)式, 注意在 CPA 中, $\mathbf{q} = \mathbf{k} - \mathbf{k}'$, 这里 $\mathbf{k}$ 是电子被杂质散射前的动量, $\mathbf{k}'$ 是散射后的动量, 而在 post-CPA 中, $\mathbf{q} = \mathbf{k} + \mathbf{k}'$, 在 $q \rightarrow 0$ 时, $\mathbf{k}' = -\mathbf{k}$, 即散射前后动量变化为 $2\mathbf{k}$, 由于我们计算电导率时仅考虑 Fermi 面附近的电子, 故这过程叫 $2\mathbf{k}_F$ 散射。

由于存在着时间反演不变性, CPA 的顶角修正对电导率的贡献为零, 但 post-CPA 的顶角对电导率的修正不为零, 根据零温时的久保线性响应公式, 在小 q 情况下, post-CPA 的电导率为

$$\delta\sigma_j(\omega) = e^2 \int \frac{d^3\mathbf{k}}{(2\pi)^3} \int \frac{d^3\mathbf{q}}{(2\pi)^3} v_j^2(E_F) G_c^R(E, \mathbf{k}) G_c^A(E - \omega, \mathbf{k}) G_c^R(E, -\mathbf{k}) G_c^A(E - \omega, -\mathbf{k}) \tilde{\gamma}(q). \quad (28)$$

这里 $j = //, \perp$, 经计算容易得到

$$\delta\sigma_j(\omega) = -\frac{2e^2}{\pi} \int \frac{d^3q}{(2\pi)^3} \frac{D_j^0}{-i\omega + D_{//}^0 q_{//}^2 + \frac{D_{\perp}^0}{a^2} (1 - \cos q_z a)}. \quad (29)$$

而总的电导率为

$$\sigma_j(\omega) = \sigma_j^0 + \delta\sigma_j(\omega). \quad (30)$$

再根据爱因斯坦关系可得依赖于频率的扩散系数

$$D_j(\omega) = D_j^0 - \frac{1}{\pi N(E_F)} \int \frac{d^3q}{(2\pi)^3} \frac{D_j^0}{D_{//}^0 q_{//}^2 + \frac{D_{\perp}^0}{a^2} (1 - \cos q_z a) - i\omega}. \quad (31)$$

如果平面间的耦合 $t = 0$, 则应有 $D_{\perp}^0 = 0$, 则(31)式退化为二维的扩散系数表达式^[12]. 如果 $t \neq 0$, 则(31)式表现出各向异性的三维行为, 即 t 的大小决定了系统从二维到三维的维数跨越效应. 由标度理论知^[4], 在一、二维无序系统中, 只存在局域态, 而在三维系统中, 存在着局域-扩展态转变. 迁移率边分开了局域区和扩展区. 对无序层状系统, 当 $t = 0$ 时, 系统所有状态应是局域的, 如果 $t \neq 0$, 我们指望 t 趋于一临界值 t_c 时, Anderson 转变将发生.

三、自洽方程

由(18)式, 可以求得无序层状系统的玻耳兹曼电导率为

$$\sigma_{//}^0 = \frac{e^2 v_F^2 N(E_F) \tau}{2}; \quad \sigma_{\perp}^0 = e^2 N(E_F) t^2 a^2 \tau. \quad (32)$$

在 $t \ll E_F$ 时, $N(E_F) \approx \frac{m}{2\pi a}$, 因此由爱因斯坦关系得

$$D_{//}^0 = \frac{v_F^2 \tau}{2}; \quad D_{\perp}^0 = t^2 a^2 \tau. \quad (33)$$

下面讨论 post-CPA 对玻耳兹曼电导率的修正, 注意在(28), (29)和(31)式中

$$\int \frac{d^3q}{(2\pi)^3} \rightarrow \int_0^{(D_{//}^0 \tau)^{-\frac{1}{2}}} \frac{q_{//} dq_{//}}{(2\pi)} \int_{-\frac{\pi}{a}}^{\frac{\pi}{a}} \frac{dq_z}{(2\pi)}.$$

由(29)式可得

$$\delta\sigma_{//}(\omega) = \frac{e^2}{2\pi^2} \ln \frac{[-i\omega + 1/\tau + t^2\tau + \sqrt{(-i\omega + 1/\tau + t^2\tau)^2 - (t^2\tau)^2}]}{[-i\omega + t^2\tau + \sqrt{(-i\omega + t^2\tau)^2 - (t^2\tau)^2}]}. \quad (34)$$

如果 $t = 0$, 则在 $\omega \rightarrow 0$ 时有

$$\sigma_{//}(\omega) = \sigma_{//}^0 - \frac{e^2}{2\pi^2} \ln \left(\frac{1}{-i\omega\tau} \right). \quad (35)$$

这正是二维无序系统的动力学电导率^[13].

由(31)式发现

$$\alpha(\omega) = \frac{D_i(\omega)}{D_i^0} = \frac{\sigma_i(\omega)}{\sigma_i^0}. \quad (36)$$

如果考虑自洽情况^[14],则应当用 $D_i(\omega)$ 取代(31)式积分中的 D_i^0 , 故有

$$\alpha(\omega) = 1 - \frac{1}{\pi N(E_F)} \int_0^{(D_i^0)^{-\frac{1}{2}}} \frac{q_{||} dq_{||}}{(2\pi)} \int_{-\frac{\pi}{a}}^{\frac{\pi}{a}} \frac{dq_z}{(2\pi)} \cdot \frac{1}{-i\omega/\alpha(\omega) + D_i^0 q_{||}^2 + \frac{D_{\perp}^0}{a^2} (1 - \cos q_z a)}, \quad (37)$$

可得

$$\alpha(\omega) = 1 - \frac{1}{2\pi E_F \tau} \ln \frac{[-i\omega/\alpha(\omega) + 1/\tau + t^2\tau + \sqrt{(-i\omega/\alpha(\omega) + 1/\tau + t^2\tau)^2 - (t^2\tau)^2}]}{[-i\omega/\alpha(\omega) + t^2\tau + \sqrt{(-i\omega/\alpha(\omega) + t^2\tau)^2 - (t^2\tau)^2}]}. \quad (38)$$

在导电区,直流电导率不为零,即有 $\alpha(0) \neq 0$, 故

$$\alpha(0) = 1 - \frac{1}{2\pi E_F \tau} \ln \left[\frac{1}{t^2\tau^2} + 1 + \sqrt{\left(\frac{1}{t^2\tau^2} + 1\right)^2 - 1} \right]. \quad (39)$$

在导电区与绝缘区的转变点, $\sigma_i(0) = 0$, 即 $\alpha(0) = 0$, 故可求得临界值

$$t_c = \frac{1}{\sqrt{2\tau} \operatorname{sh}(\pi E_F \tau)}. \quad (40)$$

当 $t < t_c$ 时,系统处于绝缘区; $t > t_c$ 时,系统处于导电区;在 $t = t_c$ 时, Anderson 转变发生.

当 $t > t_c$ 且 $t \rightarrow t_c$ 时,可求得

$$\alpha(0) = \frac{1}{\pi E_F \tau} \operatorname{th}(\pi E_F \tau) \frac{(t - t_c)}{t_c}. \quad (41)$$

故

$$\begin{aligned} \sigma_{||}(0) &= \frac{1}{2} \left(\frac{e^2}{\pi^2} \right) \frac{\operatorname{th}(\pi E_F \tau)}{a} \frac{(t - t_c)}{t_c}, \\ \sigma_{\perp}(0) &= \left(\frac{e^2}{\pi^2} \right) \left(\frac{t_c}{v_F} \right)^2 a \operatorname{th}(\pi E_F \tau) \frac{(t - t_c)}{t_c}. \end{aligned} \quad (42)$$

由此可见,当 $t \rightarrow t_c$ 时, $\sigma_i(0)$ 随 $(t - t_c)$ 趋于零.

在绝缘区, $\sigma_i(\omega) = 0$, 即有 $\alpha(\omega) = 0$, 但根据局域化长度的定义^[15]

$$\xi_i = \lim_{\omega \rightarrow 0} \left(\frac{D_i(\omega)}{-i\omega} \right)^{1/2}. \quad (43)$$

在临界点附近,局域化长度 ξ_i 发散,由(38)式可得其表达式

$$\begin{aligned} \xi_{||} &= \frac{1}{2} \left(\frac{v_F}{t_c} \right) \operatorname{cth}(\pi E_F \tau) \frac{t_c}{(t_c - t)}, \\ \xi_{\perp} &= \frac{1}{\sqrt{2}} a \operatorname{cth}(\pi E_F \tau) \frac{t_c}{(t_c - t)}. \end{aligned} \quad (44)$$

由(44)式可见,当 $t \rightarrow t_c$ 时, ξ_i 随 $(t_c - t)^{-1}$ 趋于 ∞ , 因此临界指标 $\nu = 1$.

四、结 语

以上我们运用关于顶角的 post-CPA 方法研究了无序层状系统的维数跨越问题。层间耦合的强弱决定着系统的有效维数,而我们知道,在无序理论中,维数对系统的性质有很大影响,因此研究低维系统(准一维、准二维)向三维系统的过渡行为,无论从实验上^[16]还是从理论上^[9,17,18]讲都是很有意义的。无序层状系统是一个各向异性的三维模型,对于实际的材料,比如薄膜和无序超晶格。我们可以用这去讨论它们的局域和输运性质,由前计算我们知道,层平面的弱局域可由于平面间的耦合而消灭掉,这是很有意思的,实际上,对于生长在衬底上的薄膜,我们在研究其局域性质时,必须考虑它与衬底间的耦合作用。这说明二维的弱局域对于三维的微扰是很敏感的。

附 录 一

现在推导层状系统的顶角方程(6)和(7)式。因为 CPA 方程为

$$\hat{G} = \hat{G}_c + \hat{G}_c \hat{T} \hat{G}_c \quad (\text{A-1})$$

这里

$$\hat{T} = \sum_{im} \hat{Q}_{im}, \quad (\text{A-2})$$

$$\hat{Q}_{im} = \hat{T}_{im} \left(1 + \hat{G}_c \sum_{i',n} \hat{Q}_{i'n} \right), \quad (\text{A-3})$$

$$\hat{Q}_{im} = \left(1 + \sum_{i',n} \hat{Q}_{i'n} \hat{G}_c \right) \hat{T}_{im}, \quad (\text{A-4})$$

$$\hat{T}_{im} = |im\rangle \langle im|, \quad (\text{A-5})$$

$$t_{im} = \frac{\varepsilon_{im} - \Sigma}{1 - (\varepsilon'_{im} - \Sigma) G_c(im, im)}. \quad (\text{A-6})$$

这里 $\sum_{i',n}$ 表示当 $i' = i$ 时, n 求和中扣除 $n = m$ 的项,下同, Q_{im} 是 $\hat{Q}_{im}$ 的共轭算符, ε'_{im} 是第 i 平面上第 m 格点上杂质的格点能, Σ 是 CPA 自能。定义

$$\hat{F} = \sum_{im} \sum_{i',n} \hat{F}_{im,i'n}, \quad (\text{A-7})$$

则由(3)式可得

$$\hat{F}_{im,i'n} = \left\langle \hat{T}_{im} \left(1 + \hat{G}_c \sum_{i'',l} \hat{Q}_{i''l} \right) \hat{G}_c \hat{B} \hat{G}_c \left(1 + \sum_{i''',l'} \hat{Q}_{i'''l'} \hat{G}_c \right) \hat{T}_{i'n} \right\rangle. \quad (\text{A-8})$$

对 $\hat{F}_{im,i'n}$ 的 CPA 为

$$\hat{F}_{im,i'n} \approx \left\langle \hat{T}_{im} \left\langle \left(1 + \hat{G}_c \sum_{i'',l} \hat{Q}_{i''l} \right) \hat{G}_c \hat{B} \hat{G}_c \left(1 + \sum_{i''',l'} \hat{Q}_{i'''l'} \hat{G}_c \right) \right\rangle \hat{T}_{i'n} \right\rangle. \quad (\text{A-9})$$

由于 t_{im} 是彼此无关的随机变量,且在 CPA 条件下, $\langle t'_{im} \rangle = 0$, 则由 (A-9) 式知

$$\hat{F}_{im,i'n} = \hat{F}_{im} \delta_{ii'} \delta_{nn} = \delta_{ii'} \delta_{nn} |in\rangle \nu_{in} \langle in|. \quad (\text{A-10})$$

把 (A-3) 和 (A-4) 式代入 (A-8) 式,并考虑到 (A-9) 和 (A-10) 式,可得 $\hat{F}_{im}$ 的自洽方程

$$\hat{F}_{im} = \left\langle \hat{T}_{im} \hat{G}_c \left(\hat{B} + \sum_{i',l} \hat{F}_{i'l} \right) \hat{G}_c \hat{T}_{im} \right\rangle, \quad (\text{A-11})$$

$$\begin{aligned} r_{in}(E, E') = & \sum_{i',l} \sum_{i'',l'} u(E, E') G_c(in, i'l, E) [B_{i'l,i''m} \\ & + r_{i'l}(E, E') \delta_{i'l} \delta_{im}] G_c(i'm, in, E'), \end{aligned} \quad (\text{A-12})$$

其中

$$u(E, E') = \frac{\langle t_{in}(E) t_{in}(E') \rangle}{1 + \langle t_{in}(E) t_{in}(E') \rangle G_e(in, in, E) G_e(in, in, E')} \quad (\text{A-13})$$

在均匀系统中, u 与 i, n 无关. 为使顶角函数中不显含非随机算符 $\hat{B}$ 的矩阵元, 引入

$$\gamma_{in, i'm} = u \delta_{ii'} \delta_{nm} + \sum_{i'', l} u G_e(in, i''l) G_e(i''l, in) \gamma_{i'', i'm}, \quad (\text{A-14})$$

则 (A-12) 式可重写成

$$\gamma_{in} = \sum_{i', m} \sum_{i'', l} \sum_{i''', l'} \gamma_{i'', i'm} G_e(i'm, i''l) B_{i'', i, i''', l'} G_e(i''l, i'm). \quad (\text{A-15})$$

这里 $\gamma_{in, i'm}$ 是新的顶角函数. 至此我们证明了 (6) 和 (7) 式.

附 录 二

无序层状系统的格林函数

无序层状系统是由无数个彼此平行、间距为 a 的平面构成的, 对于每一个平面, 格林函数为

$$G_e^{(A)}(k_\parallel) = \frac{1}{E - B(k_\parallel) \pm \frac{i}{2\tau}}. \quad (\text{B-1})$$

如果平面间的耦合矩阵元为 t , 则由 Dyson 方程可得无序层状系统的格林函数

$$G_e(k_\parallel, m, n) = G_e^0(k_\parallel, m) \delta_{mn} + \sum_l G_e^0(k_\parallel, m) v_{ml} G_e(k_\parallel, l, n). \quad (\text{B-2})$$

这儿 m 表示平面指标, v_{ml} 是平面间的耦合矩阵元, 在紧束缚近似 (TBA) 下,

$$v_{mn} = \begin{cases} t & n = m \pm 1; \\ 0 & \text{其他.} \end{cases} \quad (\text{B-3})$$

把 (B-3) 式代入 (B-2) 式, 并对 m 指标作离散傅里叶变换, 可得

$$G_e^{(A)}(k_\parallel, k_\perp) = \frac{1}{E - E(k_\parallel) - 2t \cos k_\perp a \pm \frac{i}{2\tau}}. \quad (\text{B-4})$$

故 (12) 式得证.

参 考 文 献

- [1] P. W. Anderson, *Phys. Rev.*, **109**(1958), 1492.
- [2] D. J. Thouless, *Phys. Rep.*, **13**(1974), 93.
- [3] P. A. Lee et al., *Rev. Mod. Phys.*, **57**(1985), 287.
- [4] E. Abrahams et al., *Phys. Rev. Lett.*, **42**(1979), 673.
- [5] F. J. Wegner, *Z. Phys. B*, **35**(1979), 207.
- [6] L. P. Gor'kov et al., *JETP Lett.*, **30**(1979), 248.
- [7] P. W. Anderson et al., *Phys. Rev. Lett.*, **43**(1979), 718.
- [8] J. S. Langer et al., *Phys. Rev. Lett.*, **16**(1966), 984.
- [9] P. Wölffe et al., *Phys. Rev.*, **B30**(1984), 3542.
- [10] E. N. Economou, *Green's Functions in Quantum Physics*. Springer Series in Solid-State Sciences, Vol. 7.
- [11] B. Velicky, *Phys. Rev.*, **184**(1969), 614.
- [12] G. Bergmann, *Phys. Rep.*, **101**(1984), 1.
- [13] C. S. Ting, *Phys. Rev.*, **B26**(1982), 678.
- [14] D. Vollhardt et al., *Phys. Rev.*, **B22**(1980), 4666.
- [15] D. Vollhardt et al., *Phys. Rev. Lett.*, **48**(1982), 699.
- [16] B. Y. Jin, et al., *Phys. Rev.*, **B33**(1986), 8797.
- [17] W. Apel, et al., *J. Phys. C*, **16** (1983), L1151.
- [18] V. N. Progidin et al., *Solid State Commun.*, **59** (1986), 729.

CONDUCTIVITY IN THE DISORDERED LAYER SYSTEM

JIANG QI GONG CHANG-DE

(Center of Theoretical Physics, Department of Physics, Nanjing University)

ABSTRACT

In this paper, the crossover effect of the dimensionality in the disordered layer system is studied by using the post-CPA method for the vertex. The effective dimensionality of the system is determined by the interlayer coupling z . It is shown that Anderson transition will occur at the critical value z_c . Boltzmann conductivity, the dynamical conductivity corresponding to the maximum crossed diagrams, the d. c. conductivity and the localization length near the critical point are calculated.