第38卷 第9期 物理学报 Vol. 38, No. 9
1989年9月 ACTA PHYSICA SINICA Sept., 1989

原子内壳层双光子衰变的相对论效应和屏蔽效应*

仝晓民 李家明
中国科学院物理研究所
1989年1月23日收到

本文系统地计算了H原子,类 H-Xe 离子及 Xe 原子内壳层的双光子衰变速率. 阐明其相对论效应和电子屏蔽效应. 并与最新的实验结果和他人的理论计算结果进行了比较和分析讨论.

一、引言

当原子内壳层产生一个电子空穴时,它一般通过下列两类主要过程衰变: 1) 放出特征X射线,即辐射衰变. 2) 放出电子而进行无辐射衰变,即俄歇过程. 当然,还可能存在一些高阶的衰变过程. 例如,放出两个X射线光子的衰变. 具体地说,最初产生的一个 i 壳层电子空穴,通过放出两个X射线光子而衰变形成含有一个 f 壳层电子空穴的末态.随着现代实验技术的发展,特别是X射线符合测量技术的进步,人们已能测量这类高阶的原子内壳层双光子衰变速率. 实验测量结果[1]与已有的相对论[2]和非相对论[3-5]理论结果比较,虽然有部分衰变速率符合良好,但仍存在一些差异(尤其是 $(1s)^{-1}\rightarrow(2s)^{-1}$ 的衰变速率). 同时,各种理论计算结果. 彼此之间也存在差异. 为了澄清这一问题,我们对H原子,类 H-Xe 离子以及 Xe 原子的双光子衰变速率进行了相对论性的理论研究. 具体的过程有 $(1s)^{-1}\rightarrow(ns)^{-1}$, $n=2,3,4$; $(1s)^{-1}\rightarrow(nd)^{-1}$, $n=3,4$. 通过比较H原子与类 H-Xe 离子的结果,清楚阐明了相对论效应. 还进一步比较了非相对论性[5]和本文的相对论性 Xe 原子的结果,阐明了多电子原子体系在自洽势中形成的相对论效应. 通过比较类 H-Xe 离子与 Xe 原子的结果,说明了原子中电子屏蔽效应. 在阐明了原子内壳层双光子衰变过程的相对论效应和屏蔽效应之后,使我们确信在原子自洽层次上已得到可靠的相对论性双光子衰变速率; 文献 [5] 则提供了可靠的非相对论计算结果. 在这些结果的基础上,将来才可进一步探讨电子关联作用对双光子衰变过程的影响. 最后,与实验结果[1]作了进一步的比较和讨论.

二、理论方法

根据二阶含时间微扰理论,电子由初态通过双光子衰变到末态的相对论性跃迁几率

* 国家自然科学基金和中国科学院院长科学基金资助的课题.

为(本文一律采用自然单位，即 $c=\hbar=1$)

$$\frac{d^3W}{d\omega_1 d\Omega_1 d\Omega_2}=\frac{\alpha^2}{8\pi^3}\frac{(\hbar\omega_1)(\hbar\omega_2)}{2J_i+1}\sum_{\lambda_1\lambda_2}\sum_{M_i,M_f}|M_{if}(\boldsymbol{k}_1,\lambda_1;\boldsymbol{k}_2,\lambda_2)|^2. \tag{1}$$

这里 $\alpha\approx 1/137$ 为精细结构常数；ω_1,ω_2 分别为两光子的频率；$\boldsymbol{k}_1,\boldsymbol{k}_2$ 为波矢；λ_1,λ_2 表示其偏振；偏振矢量为 $\boldsymbol{\varepsilon}_{\lambda_1}$ 和 $\boldsymbol{\varepsilon}_{\lambda_2}$. 注意 $\frac{d^3W}{d\omega_1 d\Omega_1 d\Omega_2}$ 为无量纲的. 在原子内壳层双光子衰变过程中，初态 I 是含有一个 i 壳层电子空穴的电子组态；末态 F 为含有一个 f 壳层电子空穴的电子组态. 振幅可以写为

$$M_{if}(\boldsymbol{k}_1\lambda_1,\boldsymbol{k}_2\lambda_2)=\sum_N\frac{\langle F|\boldsymbol{\alpha}\cdot\boldsymbol{\varepsilon}_{\lambda_2}^*e^{-i\boldsymbol{k}_2\cdot\boldsymbol{r}}|N\rangle\langle N|\boldsymbol{\alpha}\cdot\boldsymbol{\varepsilon}_{\lambda_1}^*e^{-i\boldsymbol{k}_1\cdot\boldsymbol{r}_1}|I\rangle}{E_N-E_I+\hbar\omega_1}+\sum_N\frac{\langle F|\boldsymbol{\alpha}\cdot\boldsymbol{\varepsilon}_{\lambda_1}^*e^{-i\boldsymbol{k}_1\cdot\boldsymbol{r}}|N\rangle\langle N|\boldsymbol{\alpha}\cdot\boldsymbol{\varepsilon}_{\lambda_2}^*e^{-i\boldsymbol{k}_2\cdot\boldsymbol{r}}|I\rangle}{E_N-E_i+\hbar\omega_2}. \tag{2}$$

这里 $\sum_N$ 表示对中间态求和；E_N,E_i 为中间态和初态的总能量；$\boldsymbol{\alpha}$ 为 Dirac 矩阵. (2)式等号右端分子中组态间的矩阵元可约化为单电子轨道函数间的矩阵元. 在原子自洽场中，根据 Koopmans 定理[6] (即冻结电子轨道近似)，分母的总能量差可以近似为相应的轨道能量之差(误差最多达 1%). 因此，在初末态采用单组态近似，采用冻结轨道近似，其振幅近似为[5]

$$\begin{aligned}M_{if}(\boldsymbol{k}_1\lambda_1,\boldsymbol{k}_2\lambda_2)&=\sum_n\left\{\frac{\langle i|\boldsymbol{\alpha}\cdot\boldsymbol{\varepsilon}_{\lambda_2}^*e^{-i\boldsymbol{k}_2\cdot\boldsymbol{r}}|n\rangle\langle n|\boldsymbol{\alpha}\cdot\boldsymbol{\varepsilon}_{\lambda_1}^*e^{-i\boldsymbol{k}_1\cdot\boldsymbol{r}}|f\rangle}{\varepsilon_n-\varepsilon_f+\hbar\omega_1}+\frac{\langle i|\boldsymbol{\alpha}\cdot\boldsymbol{\varepsilon}_{\lambda_1}^*e^{-i\boldsymbol{k}_1\cdot\boldsymbol{r}}|n\rangle\langle n|\boldsymbol{\alpha}\cdot\boldsymbol{\varepsilon}_{\lambda_2}^*e^{-i\boldsymbol{k}_2\cdot\boldsymbol{r}}|f\rangle}{\varepsilon_n-\varepsilon_f+\hbar\omega_2}\right\}\\&=M_1+M_2,\end{aligned} \tag{3}$$

式中 $|i\rangle$, $|f\rangle$, $|n\rangle$ 为单电子轨道函数，$\varepsilon_i,\varepsilon_f,\varepsilon_n$ 为其轨道能量. 在由组态间的矩阵元约化为单电子轨道函数的矩阵元时，要考虑 Pauli 原理. 对中间轨道求和 $\left(\sum_n\right)$ 时，包括下面两种情况：1) 非占有轨道 $|n\rangle$，其涉及的中间原子组态含有一个 $|i\rangle$ 和 $|f\rangle$ 轨道的空穴，并且有一个电子处于 $|n\rangle$ 轨道上；2) 占有轨道 $|n\rangle$，其涉及的中间原子组态含有一个 $|n\rangle$ 轨道空穴，而 $|i\rangle$ 和 $|f\rangle$ 轨道均被占满. 所以中间态的求和包括占有和非占有的单电子轨道. 这与 Pauli 原理并不相违背. 下面以 M_1 为例，介绍矩阵元的计算方法. 定义

$$|+\omega_1\rangle=\sum\frac{|n\rangle\langle n|\boldsymbol{\alpha}\cdot\boldsymbol{\varepsilon}_{\lambda_1}^*e^{-i\boldsymbol{k}_1\cdot\boldsymbol{r}}|f\rangle}{\varepsilon_n-\varepsilon_f+\omega_1}, \tag{4}$$

则 $|+\omega_1\rangle$ 满足非齐次方程

$$\{H-\varepsilon_f+\hbar\omega_1\}|+\omega_1\rangle=\boldsymbol{\alpha}\cdot\boldsymbol{\varepsilon}_{\lambda_1}^*e^{-i\boldsymbol{k}_1\cdot\boldsymbol{r}}|f\rangle. \tag{5}$$

这里 H 为单电子所满足的 Dirac 方程. 单电子所感受到的势是由 Dirac-Hartree-Slater 自洽方法求得，并且所有涉及的单电子波函数都是在这一共同势下求解的. $\boldsymbol{\alpha}\cdot\boldsymbol{\varepsilon}_{\lambda_1}^*e^{-i\boldsymbol{k}_1\cdot\boldsymbol{r}}$ 可按多极矩展开(见附录)单电子轨道函数 $|f\rangle$ 可写为

$$|f\rangle=\frac{1}{r}\begin{pmatrix}F_{n_f\kappa_f}&\Omega_{\kappa_f m_f}\\iG_{n_f\kappa_f}&\Omega_{-\kappa_f m_f}\end{pmatrix}. \tag{6}$$

这里 κ_f 为复合量子数[7]. (5) 式的非齐次项可写为[见附录]

$$\boldsymbol{\alpha}\cdot\boldsymbol{\varepsilon}_{\lambda_1}^{*}e^{-i\boldsymbol{k}_1\cdot\boldsymbol{r}}|f\rangle=\sum_{JM}\sum_{\xi}\sum_{j'm'}\frac{1}{r}\begin{pmatrix}S_{\kappa'}^{\xi J}\Omega_{\kappa'm'}\\ iT_{\kappa'}^{\xi J}\Omega_{-\kappa'm'}\end{pmatrix}\cdot(-i)^{J-\xi+1}\lambda_1^{\xi+1}\sqrt{2\pi(2J+1)}D_{M\lambda_1}^{J}(\hat{R}_1)\frac{1}{\sqrt{2j'+1}}\langle j_fm_fJM|j'm'\rangle. \tag{7}$$

非齐次方程 (4) 之解则可写为

$$1+\omega_1\rangle=\sum_{JM}\sum_{\xi}\sum_{j'm'}\frac{1}{r}\begin{pmatrix}P_{\kappa'}^{\xi J}\Omega_{\kappa'm'}\\ iQ_{\kappa'}^{\xi J}\Omega_{-\kappa'm'}\end{pmatrix}(i)^{J-\xi+1}\lambda_1^{\xi+1}\cdot\sqrt{2\pi(2J+1)}D_{M\lambda_1}^{J}(\hat{R}_1)\frac{1}{\sqrt{2j'+1}}\langle j_fm_fJM|j'm'\rangle. \tag{8}$$

同样地可得到

$$\langle i|\boldsymbol{\alpha}\cdot\boldsymbol{\varepsilon}_{\lambda_2}^{*}e^{-i\boldsymbol{k}_2\cdot\boldsymbol{r}}=\sum_{J'M'}\sum_{\xi'}\sum_{j'm'}\frac{1}{r}\begin{pmatrix}K_{\kappa'}^{\xi'J'}\Omega_{\kappa'm'}\\ iL_{\kappa'}^{\xi'J'}\Omega_{-\kappa'm'}\end{pmatrix}\cdot(-i)^{J'-\xi'+1}\lambda_2^{\xi'+1}\sqrt{2\pi(2J'+1)}D_{M'\lambda_2}^{J'}(\hat{R}_2)\cdot\frac{1}{\sqrt{2j'+1}}\langle j_im_iJ'M'|j'm'\rangle. \tag{9}$$

因此,

$$\begin{aligned}M_1&=\langle i|\boldsymbol{\alpha}\cdot\boldsymbol{\varepsilon}_{\lambda_2}^{*}e^{-i\boldsymbol{k}_2\cdot\boldsymbol{r}}|+\omega_1\rangle\\&=\sum_{JJ'}\sum_{j'}\sum_{\xi}\sum_{\xi'}\int(P_{\kappa'}^{\xi J}(r)K_{\kappa'}^{\xi'J'}(r)+Q_{\kappa'}^{\xi J}(r)L_{\kappa'}^{\xi'J'}(r))dr\left(\frac{2\pi}{2j'+1}\right)\\&\cdot\sum_{M}\sum_{M'}\sum_{m'}\lambda_1^{\xi+1}\lambda_2^{\xi'+1}(-i)^{J+J'-\xi-\xi'+2}D_{M'\lambda_2}^{J'}(\hat{R}_2)D_{M\lambda_1}^{J}(\hat{R}_1)\\&\cdot\sqrt{(2J+1)(2J'+1)}\langle j_im_iJ'M'|j'm'\rangle\langle j_fm_fJM|j'm'\rangle.\end{aligned} \tag{10}$$

同样地,可求得 M_2. 进而计算得到衰变速率.

三、计算结果与讨论

根据上面介绍的理论计算方法,我们计算了 Xe 原子, 类 H-Xe 离子以及H原子由 $(1s)^{-1}\to(ns)^{-1}$, $n=2,3,4$; $(1s)^{-1}\to(nd)^{-1}$ $n=3,4$ 的双光子衰变速率. 表 1 给出我们和其他人[2-5,8,9]的理论计算结果及实验结果(仅考虑两个光子能量相等, 传播方向相反的情况). 从计算结果可以看到: 1) 相对论效应对H原子, 相对论效应不显著. 相对论与非相对论[8,9]结果是一致的. 对非相对论的类 H-Xe 离子,由于有标度关系[9], 双光子衰变速率与H原子是一样的. 但对高 Z 元素,类H离子的相对论效应增大,相对论计算的双光子衰变速率较H原子的小. 同时, H原子 $(1s)^{-1}\to(d_{5/2})^{-1}$, $(d_{3/2})^{-1}$ 的双光子衰变速率之比满足统计权重比 1.5; 而类 H-Xe 离子 $(1s)^{-1}\to(d_{5/2})^{-1}$, $(d_{3/2})^{-1}$ 的双光子衰变速率之比偏离统计权重比(对 3 d, 比值为 1.38; 对 4 d 其比值为 1.41). 这表明相对论效应使原子波函数更局域,双光子衰变速率变小. 对 Xe 原子,我们计算的结果较文献 [7] 的非相对论结果要小,这也反应了相对论效应. 更有趣的是 Xe 原子 $(1s)^{-1}\to$

表 1　Xe 原子 ($Z=54$) 的双光子衰变速率 $d^3W/(\hbar W_k d\omega_1 d\Omega_1 d\Omega_2)$
(单位为 $\times 10^{-9}\mathrm{keV}^{-1}\mathrm{Sr}^{-2}$，$x=\omega_1/(\omega_1+\omega_2)=0.5$，两光子夹角 $\theta=\pi$，
$W_k=1.69\times 10^{16}\mathrm{s}^{-1}$，$\hbar W_k=0.01112\mathrm{keV}$)

跃迁能级	实验值(1)	相对论值(2)	$Z^4\cdot$(H原子值)	非相对论值(3)(4)	非相对论值(5)
$(1s)^{-1}$					
$\to(2s)^{-1}$	2.50±.24	7.36	9.91[8]	6.68	8.26
$\to(3s)^{-1}$	0.89±.20	0.970	2.01[9]	0.31	1.39
$\to(3d)^{-1}$	4.72±.28	4.85	28.04[9]		8.42
$\to(4s)^{-1}$				.004	.292
$\to(4d)^{-1}$					1.68
$\to(4s)^{-1}$ $+(4d)^{-1}$	1.32±.18	1.12			1.97

跃迁能级	本文相对论计算结果		
	Xe 原子值	类H的 Xe 离子值	$Z^4\cdot$(H原子值)
$(1s)^{-1}$			
$\to(2s)^{-1}$	7.13	9.17	9.93
$\to(3s)^{-1}$	1.00	1.66	2.06
$\to(3d)^{-1}$	6.60	24.36	27.19
$\to(4s)^{-1}$	0.20	0.55	0.75
$\to(4d)^{-1}$	1.22	14.08	15.91
$\to(4s)^{-1}$ $+(4d)^{-1}$	1.42		

$(d_{5/2})^{-1}$，$(d_{3/2})^{-1}$ 的双光子衰变速率之比与类 H-Xe 离子接近（对 3 d，比值为 1.37；对 4 d，比值为 1.35）．对比类 H-Xe 离子与H原子的结果，我们看到，对于同一系列的末态，随着主量子数 n 的增加，双光子衰变速率的相对论性结果与非相对论性结果之比在减小．而相同 n，不同分波的末态，这一比值随着分波的增大而增大．(2) 屏蔽效应．Xe 原子的双光子衰变速率较类 H-Xe 离子的小，从物理上可以这样来理解：由于电子屏蔽，使得初、末态波函数重迭减小，衰变速率变小．并且，相对论的屏蔽效应大于非相对论的屏蔽效应．当清楚地阐明了相对论效应和屏蔽效应之后，使我们确信本文相对论计算值是较可靠的．分析一下文献 [3—5] 的非相对论计算值；彼此相差很大．从相对论效应来看，文献 [3,4] 值较相对论计算值小得多．而文献 [5] 的非相对论值较相对论值大．同时，文献 [5] 是应用非相对论二阶微扰理论计算程序[10]而计算得到；该程序曾定量计算双光子电离截面并与实验完全相符[10]．因此，文献 [5] 提供可靠的非相对论值．对于文献 [2] 的相对论值，其 $(1s)^{-1}\to(ns)^{-1}$ 与本文一致．但其 $(1s)^{-1}\to(nd)^{-1}$ 比本文小．与文献 [5] 的非相对论值比较：可定量得到文献 [2] 关于 $(1s)^{-1}\to(3d)^{-1}$ 和 $(1s)^{-1}\to(3s)^{-1}$ 的相对论效应（即其相对论值与对应非相对论值之比）．文献 [2] 的 $(1s)^{-1}\to(3d)^{-1}$ 之比值较 $(1s)^{-1}\to(3s)^{-1}$ 之比值小，这和前面讨论的相对论效应相违．与实验比较，考虑最新的实验进展1)，所有的 Xe 原子实验值应向较大的方向校正(约 1.5 倍)．对

1) R H. Pratt，私人通信．

于 $(1s)^{-1}\to(3d)^{-1}$,本文值与实验符合较好. 对于 $(1s)^{-1}\to(2s)^{-1}$，本文和文献[2]都比实验值大 1.9 倍. 但是，实验方面仍需进一步探索. 因为，1) 原实验测量对 $x=\frac{\omega_1}{(\omega_1+\omega_2)}=0.5$ 呈现明显的不对称性[1]; 2) 在进行实验测量时,首先需准备 $(1s)^{-1}$ 的 Xe 原子. 但是由于原子碰撞过程还能引起震激,震离等过程，形成 $(1s)^{-1}$ 的 Xe 原子还可能伴随着其它壳层的空穴(例如 $(2s)^{-1}$). 这将影响 Xe 原子 $(1s)^{-1}$ 的双光子衰变速率. 最后，还需作一点补充说明: 本文计算值是根据原子自洽场理论而得到的. 电子关联作用对原子内壳层空穴的双光子衰变，目前尚不知其影响的大小. 将有待进一步研究.

附 录

在光子坐标系中(以 $\boldsymbol{k}$ 为量子化轴,即 $\hat{z}$ 轴),

$$\boldsymbol{\alpha}\cdot\boldsymbol{\varepsilon}_\lambda^* e^{-i\boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{r}}=\sum_l(-i)^l\sqrt{4\pi(2l+1)}\,j_l(kr)Y_{l0}(\hat{r})\alpha_\lambda^*. \tag{A.1}$$

这里 $\lambda=\pm1$, 其偏振矢量 $\boldsymbol{\varepsilon}_\pm^*=\frac{1}{\sqrt{2}}(\hat{x}\mp\hat{y})$. 可应用转动矩阵 D 转到实验室坐标,

$$\boldsymbol{\alpha}\cdot\boldsymbol{\varepsilon}_\lambda^* e^{-i\boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{r}}=\sum_l\sum_m\sum_\mu(-i)^l\sqrt{4\pi(2l+1)}\,j_l(kr)D_{m0}^l(\hat{R})Y_{lm}(\hat{r})\cdot D_{\mu\lambda}^1(\hat{R})\alpha_\mu. \tag{A.2}$$

这里 $\hat{R}$ 为将 $\boldsymbol{k}$ 轴转到实验坐标 $\hat{z}$ 轴上的欧拉角. (2) 式可写为

$$\begin{aligned}\boldsymbol{\alpha}\cdot\boldsymbol{\varepsilon}_\lambda^* e^{-i\boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{r}}&=\sum_l\sum_{JM}(-i)^l\sqrt{4\pi(2l+1)}\,j_l(kr)\langle l0|\lambda|J\lambda\rangle\\&\quad\cdot D_{M\lambda}^J\cdot\sum_{\mu m}\langle lm|\mu|JM\rangle Y_{lm}(\hat{r})\alpha_\mu\\&=\sum_{JM}\sum_l(-i)^l j_l(kr)D_{M\lambda}^J(\hat{R})\langle l0|\lambda|J\lambda\rangle(\boldsymbol{\alpha}\cdot\boldsymbol{Y})_{JM}^l\\&=\sum_{JM}\sum_\xi\sqrt{2\pi(2J+1)}\,D_{M\lambda}^J(-i)^{J-\xi}a_{JM}^\xi\lambda^{\xi+1}.\end{aligned} \tag{A.3}$$

这里

$$a_{JM}^\xi=\begin{cases}j_J(kr)(\boldsymbol{\alpha}\cdot\boldsymbol{Y})_{JM}^J & \text{当 }\xi=0;\\ \sqrt{\frac{J+1}{2J+1}}\,j_{J-1}(kr)(\boldsymbol{\alpha}\cdot\boldsymbol{Y})_{J-1M}^J-\sqrt{\frac{J}{2J+1}}\,j_{J+1}(kr)(\boldsymbol{\alpha}\cdot\boldsymbol{Y})_{J+1M}^J & \text{当 }\xi=1.\end{cases} \tag{A.4}$$

$\xi=0$ 为磁多极矩, $\xi=1$ 为电多极矩. 因此,

$$\begin{aligned}\boldsymbol{\alpha}\cdot\boldsymbol{\varepsilon}_\lambda^* e^{-i\boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{r}}|f\rangle&=\sum_{JM}\sum_\xi\sqrt{2\pi(2J+1)}(-i)^{J-\xi}\lambda^{\xi+1}\\&\quad\cdot a_{JM}^\xi\frac{1}{r}\begin{pmatrix}F_{n_f\kappa_f}\Omega_{\kappa_f m_f}\\ iG_{n_f\kappa_f}\Omega_{-\kappa_f m_f}\end{pmatrix}D_{M\lambda}^J(\hat{R})\\&=\sum_{JM}\sum_\xi\sum_{\kappa'm'}\frac{1}{r}\begin{pmatrix}P_{\kappa'}^{\xi J}\Omega_{\kappa'm'}\\ iQ_{\kappa'}^{\xi J}\Omega_{-\kappa'm'}\end{pmatrix}\sqrt{2\pi(2J+1)}\\&\quad\cdot(-i)^{J-\xi+1}\lambda^{\xi+1}D_{M\lambda}^J(\hat{R})\frac{1}{\sqrt{2j'+1}}\langle j_fm_fJM|j'm'\rangle.\end{aligned} \tag{A.5}$$

这里

$$
P_{\kappa'}^{\xi J}=\begin{cases} j_J(kr)G_{n_f\kappa_f}\langle\Omega_{\kappa'}\|(\sigma\cdot Y)_J^J\|\Omega_{-\kappa_f}\rangle & \text{当 } \xi=0, \\ \left\{\sqrt{\dfrac{J+1}{2J+1}}\,j_{J-1}(kr)\langle\Omega_{\kappa'}\|(\sigma\cdot Y)_{J-1}^J\|\Omega_{-\kappa_f}\rangle\right. & \\ \left.\quad-\sqrt{\dfrac{J}{2J+1}}\,j_{J+1}(kr)\langle\Omega_{-\kappa'}\|(\sigma\cdot Y)_{J+1}^J\|\Omega_{-\kappa_f}\rangle\right\}G_{n_f\kappa_f} & \text{当 } \xi=1, \end{cases} \tag{A.6}
$$

$$
Q_{\kappa'}^{\xi J}=\begin{cases} -j_J(kr)F_{n_f\kappa_f}\langle\Omega_{-\kappa'}\|(\sigma\cdot Y)_J^J\|\Omega_{\kappa_f}\rangle & \text{当 } \xi=0, \\ \left\{-\sqrt{\dfrac{J+1}{2J+1}}\,j_{J-1}(kr)\langle\Omega_{-\kappa'}\|(\sigma\cdot Y)_{J-1}^J\|\Omega_{\kappa_f}\rangle\right. & \\ \left.\quad+\sqrt{\dfrac{J}{2J+1}}\,j_{J+1}(kr)\langle\Omega_{-\kappa'}\|(\sigma\cdot Y)_{J+1}^J\|\Omega_{\kappa_f}\rangle\right\}F_{n_f\kappa_f} & \text{当 } \xi=1. \end{cases} \tag{A.7}
$$

[1] K. Ilakovac, J. Tudoric-Ghemo, B. Busic and V. Horvat, *Phys. Rev. Lett.*, **56**(1986), 2469.
[2] X. Mu and B. Crasemann, *Phys. Rev. Lett.*, **57**(1986), 3039.
[3] Y. Bannett and I. Freund, *Phys. Rev. Lett.*, **49**(1982), 539.
[4] Y. Bannett and I. Freund, *Phys. Rev.*, **A30**(1984), 299.
[5] Yin-Jian Wu and Jia-Ming Li, *J. Phys.*, **B21**(1988), 1509
[6] T. H. Koopmans, *Physica.* **1**(1933). 104.
[7] 曾谨言，量子力学(下册)，科学出版社，(1982)， p. 593.
[8] J. Sharpiro and G Breit, *Phys. Rev.*, **113**(1959), 179.
[9] V. Florescu, *Phys. Rev.*, **A30**(1984), 2441.
[10] 巫英坚、李家明，物理学报，**34**(1985)，933.

TWO-PHOTON TRANSITIONS IN ATOMIC INNER-SHELLS FOR Xe ——RELETIVISTIC EFFECT AND ATOMIC SCREENING EFFECT

TONG XIAO-MIN LI JIA-MING
Institute of Physics, Academia Sinica

(Received 23 January 1989)

ABSTRACT

There is recent interest in atomic inner-shell two-photon decay processes because state-of-art experimental techniques (such as electronic coincident measurement etc.) have made it possible to measure the two-photon decay rate in the X-ray region. We perform relativistic self-consistent field calculations on the two-photon decay rates of $(1s)^{-1}\rightarrow(ns)^{-1}$ transitions ($n=2,3,4$) and $(1s)^{-1}\rightarrow(nd)^{-1}$ transitions ($n=3,4$) for hydrogen, hydrogen-like Xe ion and Xe atoms. Comparing the hydrogenic and the hydrogen-like Xe ion rates, we can clearly demonstrate the relativistic effect. Comparing our previous non-relativistic and our present relativistic Xe atom rates, we can also demonstrate the relativistic effect in the atomic inner-shell two photon decays. Comparing the hydrogen-like Xe ion and the Xe atom rates, we can explain the atomic screening effect. After elucidating the relativistic effect and the atomic screening effect, we are convinced that we have obtained the reliable relativistic rates, which can provide a basis to analyze th effect of electron correlations in the atomic inner-shell two-photon decays. We also compare our results with the experimental measurement and other theoretical results.