

引力辐射阻尼对双星轨道要素变化的影响

李 林 森

东北师范大学物理系

1989 年 1 月 11 日收到

本文利用摄动方法研究引力辐射阻尼对双星轨道要素产生的影响。这种影响导致双星系统的瓦解,特别轨道长轴、偏心率和公转周期不仅有周期变化,也有长期变化,但对近星点进动只有周期变化。最后利用所推的结果对三颗双星 (Y cyg, PSR2303 + 24, PSR1913 + 16) 的轨道要素变化产生的周期项和长期项做了数值估计,并同广义相对论效应做了比较。

一、引 言

引力辐射阻尼对双星轨道要素变化产生的影响虽然较小,但较重要并有研究的价值和意义。这是因为如从长远考虑它涉及轨道的稳定性和系统的寿命问题。研究引力辐射阻尼对双星轨道要素产生的影响不只一种方法,其中可采用文献[1]的能量方法推导,但此法所得轨道要素变化只限于轨道长轴和偏心率的变化,而且又只限于对轨道长期变化的影响,得不出对轨道周期变化的影响。作者在文献[2]中曾用此法研究过引力辐射对 PSR1913 + 16 双星系统的影响。另一方法可利用文献[3]的摄动方法。利用此法所得轨道要素变化就不只限于前述两个,此外不仅可推出轨道的长期性变化,也可推出对轨道周期性变化的影响。可是文献[3]只给出轨道要素随时间改变的微分方程式,没有给出由于引力辐射阻尼产生的摄动变量表达式。本文给出这个理论结果并将它应用于对三颗双星系统的研究上。

二、引力辐射阻尼双星轨道要素变化的影响

如果将双星轨道视为二体运动,即限于在平面内运动,则引力辐射阻尼对轨道产生的摄动力可分解为径向方向和垂直径向方向的两个分量 R, S , 它已由文献[3]给出

$$R = \frac{16}{15} \mu e m^{-2} \left(\frac{m}{p} \right)^{\frac{9}{2}} (1 + e \cos \varphi)^3 \sin \varphi (22 + 18e^2 + 40e \cos \varphi - 15e^2 \sin^2 \varphi), \quad (1)$$

$$S = -\frac{8}{5} \mu m^{-2} \left(\frac{m}{p} \right)^{\frac{9}{2}} (1 + e \cos \varphi)^4 (4 + 6e^2 + 10e \cos \varphi - 15e^2 \sin^2 \varphi). \quad (2)$$

式中 a, e, φ 为轨道长轴、偏心率和真近点角,而 $p = a(1 - e^2)$,

$$m = GM/c^2 = m_1 + m_2 = \frac{G}{c^2} (M_1 + M_2), \quad \mu = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}.$$

文献[3]曾利用(1)和(2)式推出轨道要素变化的微分方程式,但没有详细推出引力辐

射阻尼对轨道要素产生的改变量(摄动量)。本文利用(1)和(2)式详细研究了引力辐射阻尼对双星轨道要素产生的周期性和长期性变化的摄动影响。

将(1)和(2)式代入双星轨道要素变化的摄动方程式^[4,5]

$$\frac{dp}{dt} = 2m(m/p)^{-3/2}(1 + e \cos \varphi)^{-1}S, \quad (3)$$

$$\frac{de}{dt} = (m/p)^{-1/2}[R \sin \varphi + (e + 2 \cos \varphi + e^2 \cos^2 \varphi)(1 + e \cos \varphi)^{-1}S], \quad (4)$$

$$\frac{d\omega}{dt} = e^{-1}(m/p)^{-1/2}[R \cos \varphi - \sin \varphi(2 + e \cos \varphi)(1 + e \cos \varphi)^{-1}S], \quad (5)$$

$$\frac{da}{dt} = \frac{1}{1 - e^2} \frac{dp}{dt} - \frac{2ae}{1 - e^2} \frac{de}{dt}, \quad (6)$$

$$\frac{dT}{dt} = \frac{3}{2} \left(\frac{T}{a} \right) \frac{da}{dt}. \quad (7)$$

并用 $dt = m(m/p)^{-3/2}(1 + e \cos \varphi)^{-2}d\varphi$ 为自变量变换上方程组再做积分,经过一番推导后得到引力辐射阻尼对双星轨道要素变化的摄动量如下:

$$\delta a = A_0(\varphi - \varphi_0) + \sum_{i=1}^2 A_i(\sin i\varphi - \sin i\varphi_0), \quad (8)$$

$$\delta e = E_0(\varphi - \varphi_0) + \sum_{i=1}^3 E_i(\sin i\varphi - \sin i\varphi_0), \quad (9)$$

$$\delta \omega = \sum_{i=1}^3 W_i(\sin i\varphi - \sin i\varphi_0), \quad (10)$$

$$\delta T = \frac{3}{2} (T/a) \delta a, \quad (11)$$

$$\delta i = \delta \Omega = 0, \quad (12)$$

式中 T, i 和 Ω 为轨道周期、轨道倾角和升交点经度,而长期项系数为

$$\begin{aligned} A_0 &= -(8/15)\mu(a/p)^2(m/p)^{5/2} \left(48 - \frac{222}{5}e^2 \right), \\ A_1 &= -(8/15)\mu(a/p)^2(m/p)^{5/2}(85 + 36e)e, \\ A_2 &= -(8/15)\mu(a/p)^2(m/p)^{5/2}145e^2; \\ E_0 &= -(4/15)\mu p^{-5/2}m^{3/2}76e, \\ E_1 &= -(4/15)\mu p^{-5/2}m^{3/2}(48 + 247e^2), \\ E_2 &= -(4/15)\mu p^{-5/2}m^{3/2}70e, \\ E_3 &= -(4/15)\mu p^{-5/2}m^{3/2}(113/3)e^2. \end{aligned} \quad (13)$$

周期项振幅系数为

$$\begin{aligned} W_1 &= (8/15)(\mu/m)(m/p)^{5/2}(24 + 49e^2), \\ W_2 &= (8/15)(\mu/m)(m/p)^{5/2} \left(35 + 5e + \frac{79}{8}e^2 \right), \\ W_3 &= (8/15)(\mu/m)(m/p)^{5/2} \left(79/3 - \frac{696}{389}e^2 \right)e. \end{aligned} \quad (15)$$

每周转一次轨道要素的进动量为

$$\Delta a = 2\pi A_0, \Delta e = 2\pi E_0, \Delta \omega = 0, \Delta T = \frac{3}{2} \left(\frac{T}{a} \right) \Delta a. \quad (16)$$

由(8)–(10)式可以看出, 引力辐射阻尼作用不仅使双星轨道要素产生周期性变化, 也产生长期性变化, 但对近星点只有周期项变化而无长期性变化, 这点同广义相对论效应正好相反。

三、引力辐射阻尼对双星轨道要素变化产生的效应的计算结果

利用(8)–(16)式对三颗双星: Y cyg, PSR1913 + 16 和 PSR2303 + 46 由于引力辐射阻尼对轨道要素变化产生的效应做了数值计算。根据文献[6–8]给出的 M_1, M_2, a, e, T 的观测数据对三颗星的轨道要素的周期项振幅和长期项系数以及每周转一次的效应值的计算结果如表 1 至表 3 所示。

表 1 引力辐射阻尼对周期项的效应值

周期项振幅	Y cyg	PSR 1913 + 16	PSR 2303 + 46
A_1	-0.03615cm	-0.23878cm	-0.00649cm
A_2	-0.00792cm	-0.19930cm	-0.00570cm
E_1	-1.10906×10^{-12}	-2.18952×10^{-12}	-3.90722×10^{-13}
E_2	-0.20085×10^{-12}	-0.66576×10^{-12}	-1.16124×10^{-13}
E_3	-0.01469×10^{-12}	-0.22094×10^{-12}	-0.41140×10^{-13}
W_1	$+1.05093 \times 10^{-12}$	$+1.31493 \times 10^{-12}$	$+2.27798 \times 10^{-13}$
W_2	$+1.68204 \times 10^{-12}$	$+1.28827 \times 10^{-12}$	$+2.14534 \times 10^{-13}$
W_3	$+0.15092 \times 10^{-12}$	$+0.48791 \times 10^{-12}$	$+0.84796 \times 10^{-13}$

表 2 引力辐射阻尼对长期项的效应值

长期项系数	Y cyg	PSR 1913 + 16	PSR 2303 + 46
A_0	-0.13952cm	-0.11218cm	-0.00261cm
E_0	-2.18068×10^{-13}	-7.22828×10^{-13}	-1.26077×10^{-13}

表 3 引力辐射阻尼对轨道要素每周转一次改变量的效应值

轨道改变量	Y cyg	PSR 1913 + 16	PSR 2303 + 46
Δa	-0.87617cm	-0.70453cm	-0.01638cm
Δe	-1.36947×10^{-12}	-4.53934×10^{-12}	-7.91767×10^{-13}
$\Delta \omega$	0	0	0
ΔT	$-1.70103 \times 10^{-6}\text{s}$	$-0.40672 \times 10^{-6}\text{s}$	$-0.02569 \times 10^{-6}\text{s}$

根据表 3, 引力辐射阻尼对轨道要素变化的长期项效应的计算, 可得到三个双星系统的寿命或旋进瓦解时间: 对于 PSR1913 + 16 系统需要 10^7 年量级; 对于 Y cyg 系统需要 10^9 年量级; 对于 PSR2303 + 46 需要 10^{12} 年量级。用本文方法对 PSR1913 + 16 的

计算结果同作者在文献[2]中用其他方法所计算的值有相同的量级.

四、结 论

1. 引力辐射阻尼不仅对双星轨道要素产生长期变化的影响,而且也产生周期性变化的影响,而前一变化的影响是较重要的. 例如对轨道长轴和偏心率就产生这两种影响,而前一种影响将导致双星系统的瓦解或两个子星因轨道收缩最后旋进在一起.

2. 引力辐射阻尼对双星轨道要素变化的影响与广义相对论对轨道要素变化产生的效应相比较,两者都存在对轨道周期性变化的影响,但对长期项的影响两者正好相反. 例如对长轴和偏心率在广义相对论效应中无长期项影响,而对近星点进动在广义相对论中却有长期项,但在引力辐射阻尼影响中它却无长期项. 此点可由本文所推的公式与作者在文献[9]中所推的公式相比较后明显看出.

3. 从数值计算结果看,引力辐射阻尼对轨道要素变化的影响无论对周期项或长期项均小于广义相对论效应,这点可以从双星 Y cyg 的计算结果与作者在文献[9]中所做的工作相比较看出. 这说明引力辐射确实是一种较弱的辐射,但引力辐射对双星轨道的影响比广义相对论效应较重要,因它涉及轨道系统的稳定性和最后系统的瓦解. 在所计算的三颗双星中引力辐射阻尼对 PSR1913 + 16 的轨道要素影响较大,其次是对 Y cyg 双星系统. 因此三个系统最先瓦解或旋进在一起的要算 PSR1913 + 16. 其次是 Y cyg 系统,这可以从前面的计算结果看出.

- [1] P. C. Peter, *Phys. Rev.*, **B136** (1964), 1224.
- [2] 李林森, 东北师范大学学报(自然科学版), (3)(1985), 39.
- [3] M. Walker and C. M. Will, *Phys. Rev.*, **D19**(1979), 3483.
- [4] H. P. Robertson and W. Thoma, *Relativity and Cosmology*, (1968), p. 405.
- [5] C. M. Will, *Theory and experiment in gravitational physics*, Cambridge university press, London, New York, (1981), p. 179.
- [6] L. W. Esposito and E. R. Harrison, *Astrophys. J.*, **196**(1975), L 1—2.
- [7] C. H. Stoks *et al.*, *Astrophys. J.*, **294**(1985), L 21—24.
- [8] E. Finlay-Freundlich, *Celestial Mechanics*, Pergaman Press, (1958), pp. 139—140.
- [9] 李林森, 中国科学(A 辑), (5)(1988), 523.

THE EFFECT OF GRAVITATIONAL RADIATION DAMPING ON THE VARIATION OF THE ORBITAL ELEMENTS OF BINARY SYSTEMS

LI LIN-SEN

Department of Physics, Northeast Normal University, Chang Chun

(Received 11 January 1989)

ABSTRACT

In this paper the effect of gravitational radiation damping on the variation of the orbital elements of binary system is studied using the method of perturbation. This effect results in both the secular and periodic variation of the semimajor axis and the eccentricity, however, the longitude of periastron exhibits no secular variation, but only periodic variation. In addition, the deduced expression is applied to calculate the variation of secular and periodic terms of the orbital elements of binary system, Y cyg, PSR 1913+16 and PSR 2303+24, and the obtained results are discussed and compared with the relativistic effects.