

射频驱动具有平方阻尼项的 Josephson 结混沌起始阈值的研究

肖婉如

(南京建筑工程学院物理教研室)

姚希贤

(南京大学物理系)

1988年5月14日收到

本文将运用 Melnikov 方法求得的射频驱动、具有平方阻尼项的 Josephson 结参数空间中混沌起始阈值与数值计算结果进行对照。研究表明, Melnikov 方法所预测的混沌区域仅占据很窄的射频幅值范围, 且是位相锁定的混沌态, 而实验观测的混沌位于较大的射频幅值, 为非位相锁定的混沌。

一、引 言

近年来, 高温超导材料的研究取得突破性的进展, 为 Josephson 器件的实际应用 (例如, SQUID, SIS 混频器等) 开辟了广阔的道路。但是, 理论和实验证明, 射频驱动的 Josephson 结存在混沌行为^[1-5], SIS 混频器中出现的反常噪声可能起因于混沌运动^[6], 必须加以避免。因此, 对 Josephson 结的混沌行为的研究不仅有其理论价值而且更具有实际意义。

应用 Melnikov 方法从理论上研究 Josephson 结的混沌、台阶和滞后等问题引起人们的重视^[7-10], 但是使用 Melnikov 积分, 理论上预测的混沌起始阈值往往低于实验测量的结果^[7, 9]。采用 Stewart-McCumber 模型^[11], 结两侧量子位相差 ϕ 所满足的方程为

$$\frac{\hbar C}{2e} \frac{d^2 \phi}{dt^2} + \frac{\hbar}{2eR} \frac{d\phi}{dt} + I_0 \sin \phi = I_s(t), \quad (1)$$

式中 C, R 分别为结电容和电阻; I_0 为临界电流; $I_s = I + I_1 \sin \omega t$ 为外加电流源; I 和 I_1 分别表示直流及射频电流幅值大小。在数学上它等同于阻尼摆方程。一般人们仅考虑 R 为常数, 即方程具有线性阻尼的情况。对这种模型的混沌特性 Kautz^[1, 11, 12] 已作了详尽的分析。但是实验表明在高温的情况下, 具有平方阻尼项的 Josephson 结 $I-V$ 曲线比线性阻尼的情况可能更符合实验测量的结果^[6]。因此, 对于工作在高温下的超导隧道结, 采用更加符合实际的非线性电阻的模型是有必要的。假设结两侧电压 V 与电阻 R 的关系为 $R = \frac{\hbar \gamma}{2e} / V$, 式中 γ 为常数, $V = \frac{\hbar}{2e} \frac{d\phi}{dt}$, 则方程(1)可变成如下形式:

$$\frac{\hbar C}{2e} \frac{d^2 \phi}{dt^2} + \frac{\hbar}{2e\tau} \left| \frac{d\phi}{dt} \right| \frac{d\phi}{dt} + I_0 \sin \phi = I_1(t). \quad (2)$$

作如下的变换,将方程(2)化为一个无量纲的方程:

$$\tau = \left(\frac{2eI_0}{\hbar C} \right)^{1/2} t, \quad \Omega = \omega / \left(\frac{2eI_0}{\hbar C} \right)^{1/2}, \quad \rho_1 = I_1/I_0, \quad \rho = I/I_0, \\ \frac{d^2 \phi}{d\tau^2} + k \left| \frac{d\phi}{d\tau} \right| \frac{d\phi}{d\tau} + \sin \phi = \rho + \rho_1 \sin \Omega \tau. \quad (3)$$

这里 $k = (\gamma C)^{-1}$. 根据此模型,本文将对 Melnikov 积分方法理论计算的混沌起始阈值与数值计算结果进行比较,并对此进行了分析和讨论.

二、Melnikov 方法与混沌的理论概述

混沌是具有决定论的非线性系统中一种复杂的动力学行为. 在动力学系统中出现马蹄的一个重要结论是预示混沌运动产生的先兆,这种混沌常被称为“马蹄混沌”^[13,14] (horseshoe chaos). Melnikov 方法提供了一个计算在某些周期驱动的非线性系统中出现马蹄混沌的解析工具.

考虑如下的方程所描述的系统:

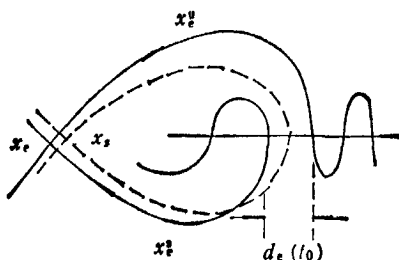


图 1 同宿轨道(虚线)及它受微扰后的曲线(实线)
稳定和非稳定轨道间距 $d_s(t_0)$

$$\frac{dx}{dt} = f(x) + \varepsilon g(x, \varepsilon, t), \quad (4)$$

式中 $x = (\phi, y)$, $f = (f_1, f_2)$, $g = (g_1, g_2)$, 并且当 $\varepsilon = 0$ 时, 方程(4)所示的非微扰系统具有一个连接双曲鞍点 $x_s = (\phi_s, y_s)$ 的同宿轨道 $x(t) = (\phi(t), y(t))$ (homoclinic orbit) (图 1 虚线所示). 可以证明, 当 ε 足够小时, 双曲鞍点 x_s 受到微扰变成鞍型固定点 x_s , 并且微扰的同宿轨道分裂成两支, 一支稳定的轨道 $x_s^u(t, t_0)$, ($t_0 \leq t < \infty$) 和一支非稳定的轨道 $x_s^l(t, t_0)$, ($-\infty < t \leq t_0$), t_0 为初始时刻, 见图 1. 理论证明 $x_s^u(t, t_0)$ 和 $x_s^l(t, t_0)$ 分开的间距 $d_s(t_0)$ 正比于 Melnikov 函数 $M(t_0)$,

$$M(t_0) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x(t-t_0)) \wedge g(x(t-t_0), t) \\ \cdot \exp \left\{ - \int_0^{t-t_0} \text{Tr} D_x f(x(s)) ds \right\} dt. \quad (5)$$

若 $M(t_0)$ 有一个不依赖于 ε 的零点, 则稳定与非稳定的流形横截相交, 如果相交一次必

相交无穷多次^[13], 在 Poincare 映象中形成 Smale 马蹄, 因而可以根据 $M(\tau_0) = 0$ 作为混沌起始的判据。

应用 Melnikov 积分, 文献[8]已求得方程(3)中出现 Smale 马蹄的参数范围, 其结果为

$$\rho_{1c} = |\rho - \rho_0| \sinh 2\pi k / kb [A_1^2 + A_2^2]^{1/2}, \quad (6)$$

式中

$$A_1 = \int_{-\infty}^{\infty} \operatorname{sech} \left(\frac{b\tau}{2} \right) \cdot \sin(Q\tau) \cdot \exp \left\{ 4k \cdot \tan^{-1} \left[\sinh \left(\frac{b\tau}{2} \right) \right] \right\} d\tau,$$

$$A_2 = \int_{-\infty}^{\infty} \operatorname{sech} \left(\frac{b\tau}{2} \right) \cdot \cos(Q\tau) \cdot \exp \left\{ 4k \cdot \tan^{-1} \left[\sinh \left(\frac{b\tau}{2} \right) \right] \right\} d\tau,$$

A_1, A_2 有限且不为零, $\rho_0 = 2k/\sqrt{4k^2 + 1}$, $b = k^{-\frac{1}{2}}\sqrt{\rho + \rho_0}$. 当 $\rho_1 \geq \rho_{1c}$ 时, Melnikov 函数 $M(\tau_0)$ 具有横截零点, 这时系统将出现混沌运动。

当 k 很小时, 我们可将阻尼项也视为微扰项, 令 $y = \phi$, 则方程(3)可表示为如下形式:

$$\dot{\phi} = y, \quad \dot{y} = -\sin \phi + \varepsilon(\gamma_0 + \gamma_1 \sin(Q\tau) - \delta|y|y), \quad (7)$$

式中 $\rho = \varepsilon\gamma_0$, $\rho_1 = \varepsilon\gamma_1$, $k = \varepsilon\delta$. 当 $\varepsilon = 0$ 时, 未微扰方程表示一个守恒系统

$$\dot{\phi} = y, \quad \dot{y} = -\sin \phi. \quad (8)$$

其哈密顿量

$$H(\phi, y) = \frac{1}{2} y^2 + (1 - \cos \phi). \quad (9)$$

当 $H = 2$ 时, 存在同宿轨道

$$\phi = \pm 4 \tan^{-1} e^{(\tau - \tau_0)}, \quad y = \pm 2 \operatorname{sech}(\tau - \tau_0). \quad (10)$$

Melnikov 函数为

$$M(\tau_0) = \pm 2\pi\gamma_0 \mp 4\pi\delta \pm \frac{2\pi\gamma_1 \sin Q\tau_0}{\cosh \left(\frac{\pi Q}{2} \right)}. \quad (11)$$

根据(11)式得到

$$\rho_{1c} = |\rho - 2k| \cosh \left(\frac{\pi Q}{2} \right). \quad (12)$$

三、数值计算结果

根据(6)和(12)式, 计算了 $\rho = 0$, $k = 0.1$ 时的 $\rho_{1c}-Q$ 关系曲线(见图2), 因 k 很小两种方法所得结果相近, 当 $Q < 1$ 时几乎一致。对于方程(3)所描述的系统, 在轻阻尼的情形, 运用 Melnikov 方法预言的混沌适用于这样的特殊情况, 即系统近似于一个守恒系统, 其运动轨道接近于守恒系统的同宿轨道。为确保 Melnikov 方法的准确性, 仅当选择的参数范围使方程(3)接近于一个守恒系统才行。此参数范围可作如下的粗略估计, 当系统沿着同宿轨道运行一周, 阻尼上所耗散的能量及外电流源所提供的能量与系统总能量相比应小得多。对同宿轨道

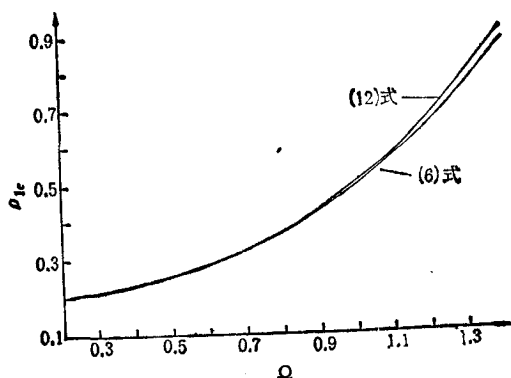


图2 $k = 0.1$, $\rho = 0$, 由(6)和(12)式表示的 $\rho_{1c}-\Omega$ 关系曲线

$$\dot{\phi} = 2 \cos \frac{\phi}{2}, \quad (13)$$

电阻上耗散的能量

$$E_R = \int_{-\infty}^{\infty} k(\dot{\phi})^2 d\tau = \int_{-\pi}^{\pi} k(\dot{\phi})^2 d\phi = 4\pi k,$$

直流源提供能量

$$E_{dc} = \rho \int_{-\pi}^{\pi} d\phi = 2\pi\rho,$$

$E_R, E_{dc} \ll E, E = 2$ 得到

$$k \ll 0.16, \quad (14)$$

$$\rho \ll \frac{1}{\pi}. \quad (15)$$

为使射频电流源所提供的能量也必须小于总能量,假定 $\rho_1 < 1/\pi$, 根据(12)式, 要求 Ω 应小于或等于 1 的数量级, 即

$$\Omega \leq 1. \quad (16)$$

根据以上条件, 以及 Melnikov 方法的预测来寻找起始混沌. 取 $k = 0.1$, $\rho = 0$, 在 ρ_1, Ω 的参数空间中, 对方程(3)进行数值计算. 若对任意的 τ 满足

$$\phi\left(\tau + m \frac{2\pi}{\Omega}\right) = \phi(\tau) + 2\pi l, \quad (17)$$

表示方程(3)存在周期解, 其周期 $T = m2\pi/\Omega$ (m, l 为整数)系统经 m 个射频驱动周期, 位相 ϕ 旋转 l 周, 平均电压 $\langle \dot{\phi} \rangle = \frac{l}{m} \Omega$. 寻找方程(3)的周期解等价于寻找这样的初始条件 $\phi(0), \dot{\phi}(0)$, 使计算的轨迹满足

$$\begin{aligned} \phi\left(m \frac{2\pi}{\Omega}\right) &= \phi(0) \pmod{2\pi}, \\ \dot{\phi}\left(m \frac{2\pi}{\Omega}\right) &= \dot{\phi}(0). \end{aligned} \quad (18)$$

采用的方法是对于给定的台阶, 一旦找到了一个周期解, 则邻近偏置点的解可以通过使用原偏置点的解作为新一点的近似解来求得, 并反复此变化步骤^[12]. 解的稳定性用最大的

李亚普诺夫指数来判断^[15,16].

寻找接近于同宿轨道的周期解可通过两条途径,其一是振荡周期 $T = 2\pi/\Omega$, ϕ 相对于零的振荡幅度接近于 π 的解,它对应 $n = 0$ 的台阶;其二是每经一个射频驱动周期, ϕ 变化 2π , 并且当 ϕ 通过 π 时, $\dot{\phi}$ 趋于零的解, 它对应于 $n = 1$ 台阶上的点. 根据上面的关系可知, Melnikov 方法所预测的混沌范围是从 $n = 0, 1$ 的周期解发展形成. 对于给定的一组参数 k, Ω, ρ, ρ_1 , 各种周期解可用射频驱动周期中给定的态矢 $(\phi(0), \dot{\phi}(0))$ 表示. 我们取 $k = 0.1, \rho = 0, \phi(0), \dot{\phi}(0)$ 为略去暂态过程后, 每隔一外驱动周期 $T = 2\pi/\Omega$ 的采样值. 图 3(a) 为 $\Omega = 1.0$ 时, 周期解的 $\phi(0), \dot{\phi}(0)$ 与 ρ_1 的变化曲线. 当 $\rho = 0$ 时, $\phi(0) = \dot{\phi}(0) = 0$, 此解相当于阻尼摆静止于垂直向下的位置, $\rho_1 > 0$ 系统具有振荡解, 并具有如下的对称性:

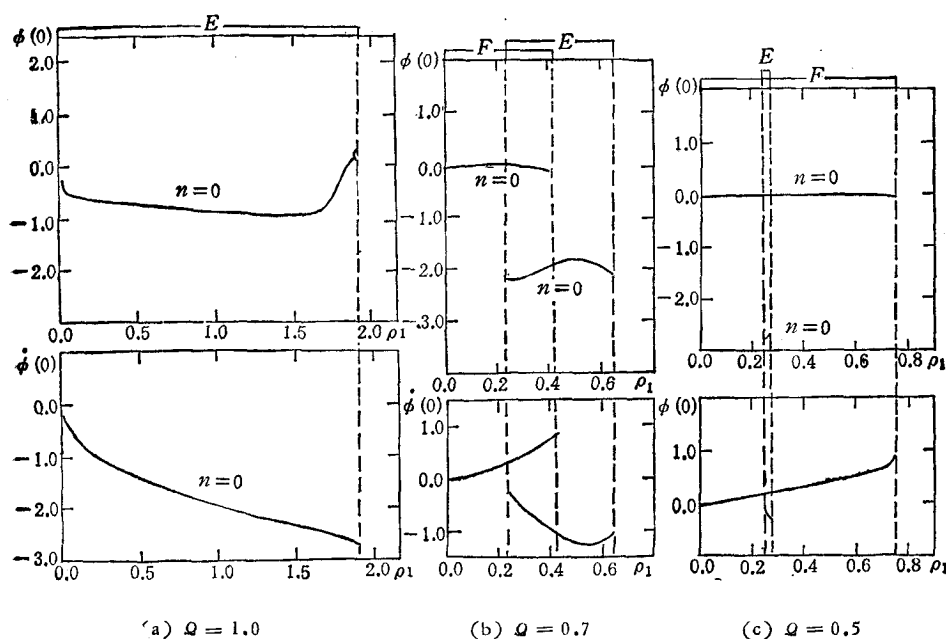


图 3 $k = 0.1, \rho = 0$, 周期解的 $\phi(0), \dot{\phi}(0)$ 与 ρ_1 的关系

$$\phi\left(\tau + \frac{T}{2}\right) = -\phi(\tau), \quad \dot{\phi}\left(\tau + \frac{T}{2}\right) = -\dot{\phi}(\tau), \quad (19)$$

$T = 2\pi/\Omega$ 为外驱动周期. 当 $\rho_1 = 1.80$ 时解的对称性破缺, 然后经过倍周期分岔于 $\rho_{1c} = 1.944$ 进入混沌态, 且系统一直处于 $n = 0$ 的台阶上. 与 Melnikov 方法(12)式的结果 $\rho_{1c} = 0.502$ 相比相差甚远. 将周期解所延续的 ρ_1 的范围用 E 来表示(图 3(a) 上部方括号所表示范围). 图 3(b) 为 $\Omega = 0.7$ 时, 周期解的 $\phi(0), \dot{\phi}(0)$ 与 ρ_1 的关系图. 图 3(b) 中的一个重要特征是出现回滞, 稳定的、周期为 T 的振荡解具有两个分支, 其一始于 $\rho_1 = 0$, 解具有对称性, 并以切分岔止于 $\rho_1 = 0.420$. 当 ρ_1 超过 0.420 时, 系统跳到第二分支上, 它以切分岔始于 $\rho_1 = 0.240$, 通过倍分岔止于 $\rho_{1c} = 0.652$, 然后进入混沌态, 与 Melnikov 方法求得的 $\rho_{1c} = 0.334$ 比较接近. 当 $\rho_1 < 0.240$ 时, 系统又跳回第一分支.

形成回滞。我们仍以 E 表示止于倍分岔的分支, 并用 F 表示始于 $\rho_1 = 0$, 而止于切分岔的周期解分支, E 和 F 所跨越的 ρ_1 的范围仍以图 3(b) 上面的括号表示。图 3(c) 为 $Q = 0.5$ 时的情况, 这时 F 分支始于 $\rho_1 = 0$ 止于 $\rho_1 = 0.7591$, 远远超出了 E 分支, 而 E 分支始于 $\rho_1 = 0.250$ 止于 $\rho_{lc} = 0.276$, 与 Melnikov 方法求得的 $\rho_{lc} = 0.265$ 非常接近。图 4 给出 E 和 F 所跨越的 ρ_1 范围随 Q 变化的情况。 E 和 F 有一个三角形的重迭区域, 分支 F 首先出现在 Q 恰小于 1 时, 并随 Q 减小而迅速扩张, 而 E 分支则急剧收缩, 在 $Q = 0.65$ 处 E, F 末端重合。图 4 中虚线为用 Melnikov 方法求得的 ρ_{lc} 与 Q 的关系曲线。从图 4 中可知, 当 Q 减少时, 它逐渐趋近于 E 的上限。

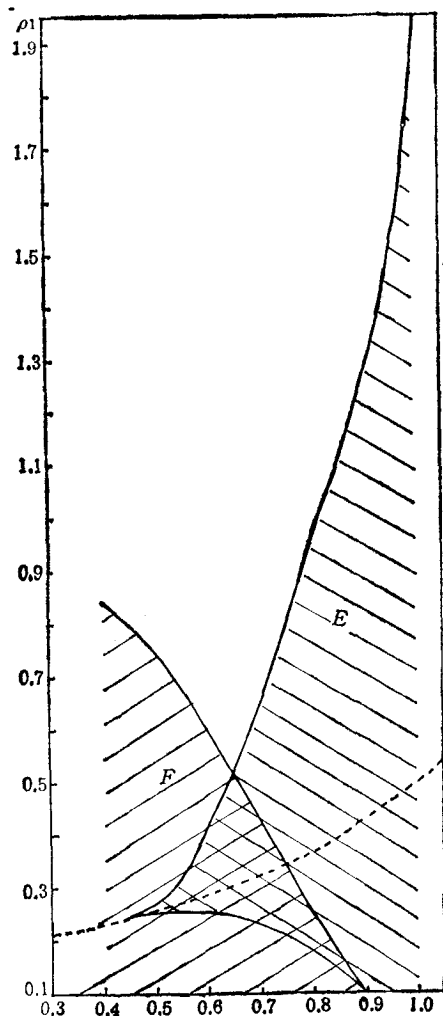


图 4 $n=0$ 的 E, F 分支解的射频幅值 ρ_1 的范围与 Q 的关系 虚线为 Melnikov 方法求得 $\rho_{lc}-Q$ 关系曲线

四、讨 论

对于 $Q < 1$, E 支解是系统自然振荡和外驱动频率的共振解。对于方程 (8) 所描述的无阻尼、无驱动系统, 当 $H < 2$ 时具有振荡解

$$\begin{aligned}\phi(\tau) &= \sin^{-1}(q \operatorname{sn}(\tau)), \\ \dot{\phi}(\tau) &= 2q \operatorname{cn}(\tau, q).\end{aligned}\quad (20)$$

周期 $T_0 = 4k(q)$, $k(q)$ 为第一类完全椭圆积分, $\operatorname{sn}, \operatorname{cn}$ 为 Jacobi 椭圆积分, $q^2 = H/2$ 。当 $H \rightarrow 0$ 系统作微小振荡, $T_0 \rightarrow 2\pi$; $H \rightarrow 2$, 振荡幅度趋近 π , $T_0 \rightarrow \infty$ 。

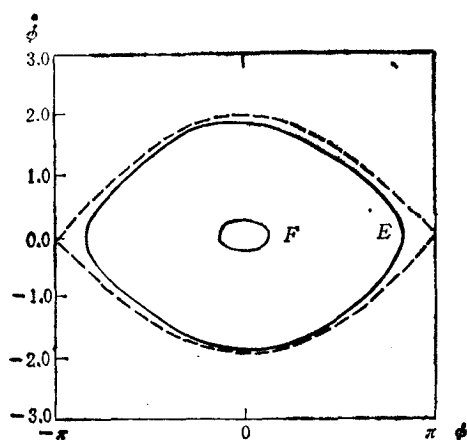


图 5 $k=0.1, \rho=0, Q=0.6, \rho_1=0.28$, E, F 分支上周期 $T=2\pi/Q$ 解在相空间中的轨迹 虚线为守恒系统的同宿轨道

根据 (9) 式可知, 当 $\dot{\phi} = 0$ 时,

$$\phi = \phi_{\max} = \cos^{-1}(1 - H).\quad (21)$$

因此当 $Q < 1$ 时, 总存在某些振荡幅度, 使系统自然振荡周期匹配于外驱动周期, 根据 (21) 式可求出此振荡幅度. 例如 $Q = 0.6$, $\rho_1 = 0.28$ 时, E, F 解同时存在, 解 E 的共振性可通过它在相空间的轨迹远远大于 F 的轨迹看出 (见图 5), $\phi_{\max} = 2.63$. 根据方程 (21) 算得的, 具有相同周期的守恒系统的振荡轨道 $\phi_{\max} = \cos^{-1}(1 - H) = 2.53$, 两者几乎一致. 从图 5 还看出, E 轨道非常接近同宿轨道, 因此 E 支末端 $\rho_{1c} = 0.4063$ 比 F 分支末端 $\rho_{1c} = 0.590$ 更加接近 Melnikov 方法求得的 $\rho_{1c} = 0.2956$.

沿着 E 支的末端经倍分岔进入的混沌是位相锁定的窄带混沌, 每经一射频外驱动周期, $\phi(0)$ 仅产生微小的变化, 而无 2π 的位相滑移. 位相锁定的混沌占据很小的 ρ_1 参数范围. 当 $Q > 0.65$ 时, 位相锁定混沌通常止于内部危机, 然后进入非锁定的混沌带. 例如 $Q = 0.7$, 系统沿 E 分支从倍分岔 $\rightarrow$ 位相锁定混沌 $\rightarrow$ 非锁定混沌; 但当 $Q = 1.0$ 时,

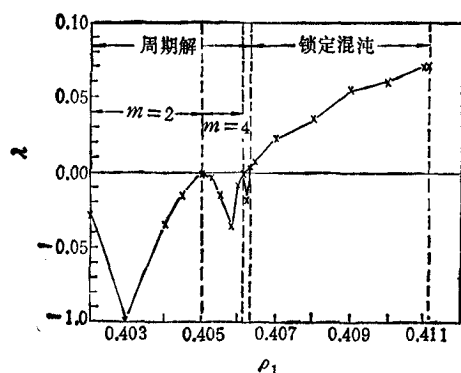


图 6 $k = 0.1, \rho = 0, Q = 0.6$, 最大的李亚普诺夫指数 λ 随 ρ_1 变化的关系

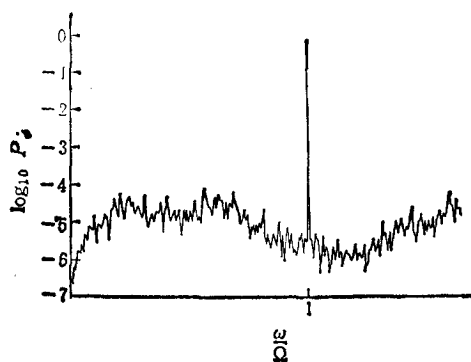


图 7 $k = 0.1, \rho = 0, Q = 0.6, \rho_1 = 0.411$, ϕ 的对数功率谱

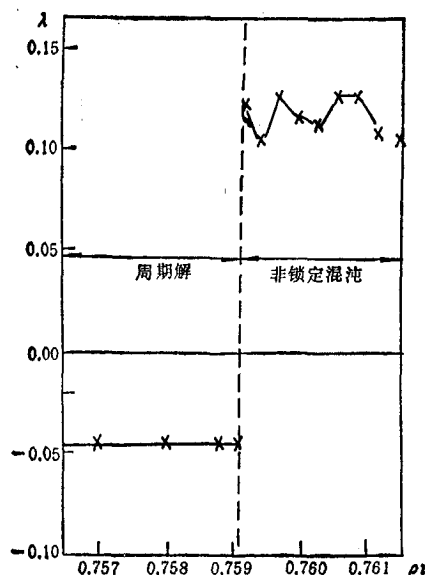


图 8 $k = 0.1, \rho = 0, Q = 0.5$, 最大的李亚普诺夫指数 λ 随 ρ_1 变化的关系

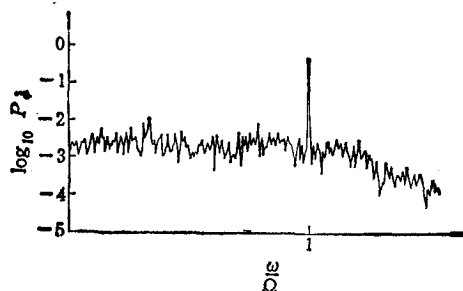


图 9 $k = 0.1, \rho = 0, Q = 0.5, \rho_1 = 0.760$, ϕ 的对数功率谱

系统沿 E 支经倍分岔 $\rightarrow$ 位相锁定混沌 $\rightarrow$ 扩展周期解 $\rightarrow$ 非锁定混沌; $\Omega < 0.65$ 时, 位相锁定的混沌止于外部危机, 超过危机, 系统具有周期解。例如 $\Omega = 0.6$, 沿 E 支经倍分岔于 $\rho_{1c} = 0.40626$ 进入锁定混沌态。当 $\rho_1 > 0.4111$ 时, 系统又进入周期振荡的状态(见图 6)。位相锁定的混沌也可用 ϕ 功率谱的噪声来表示, 其低频噪声趋于零。并且其最大的李亚普诺夫指数也较小, 一般约为 10^{-2} 数量级(见图 6 和图 7)。 F 分支止于切分岔, 当 $\Omega > 0.65$ 时, 超过切分岔系统进入 E 分枝, 当 $\Omega < 0.65$ 时, 直接进入非锁定的混沌态。例如 $\Omega = 0.5$ 时, 系统沿 F 分支于 $\rho_1 = 0.7592$ 通过切分岔进入非锁定的混沌态(见图 8)。这时每经一射频驱动周期, $\phi(0)$ 变化一不定的值, 它可为 $-\pi$ 至 π 间任何值, 故称为宽带混沌, 其低频噪声趋向一个常数(见图 9), 最大的李亚普诺夫指数约为 10^{-1} 数量级(见图 8)。在 $\Omega = 0.6$ 时, 系统沿 F 分支于 $\rho_1 = 0.590$, 从 $n = 0$ 的周期解变为 $n = 1$ 的扩展周期解, 然后经倍分岔进入混沌态(见图 10)。

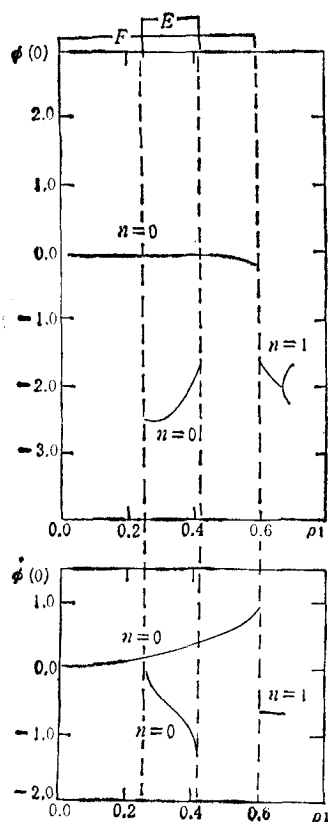


图 10 $k = 0.1, \rho = 0, \Omega = 0.6$, 周期解的 $\phi(0), \dot{\phi}(0)$ 与 ρ_1 的关系

因为非锁定的混沌解在 $\Omega < 0.65$ 时, 接近于 F 分支上限; $\Omega > 0.65$ 时, 靠近 E 分支上限。实验上所观察到的混沌边界是由图 4 E 上限和 F 上限所形成的 V 形曲线, 在 $\Omega = 0.65$ 附近有极小值, V 形曲线上是大的混沌区夹杂一些周期窗口, 而 Melnikov 方法所预言的混沌区出现在较低的 ρ_1 值, 并且占据很窄的参数范围, 是位相锁定的混沌, 因而在实验上不易观察到。以上计算的结果与线性阻尼的情况相类似。比较本文与文献

[10]的结果,对射频驱动的 Josephson 结,我们认为在轻阻尼的条件下,发生混沌的大致行为,看来与阻尼的具体形式并不是十分敏感的。

- [1] R. L. Kautz and R. Monaco, *J. Appl. Phys.*, **57**(1985), 975.
- [2] D. D. Humieres, M. R. Beasley, B. A. Huberman and A. Libchaber, *Phys. Rev.*, **A26**(1982), 3483.
- [3] N. F. Pederson and A. Davidson, *Appl. Phys. Lett.*, **39**(1981), 830.
- [4] A. H. MacDonald, Michael Plischke, *Phys. Rev.*, **B27**(1983), 201.
- [5] R. L. Kautz, *J. Appl. Phys.*, **52**(1981), 6241.
- [6] S. Rudner, M. J. Feldman, E. Kollberg and T. Claeson, *J. Appl. Phys.*, **52**(1981), 6366.
- [7] D. Genchev, G. Ivanov, N. Todorov, *IEEE. Trans. Circuits and Systems*, **CAS-30**(1983), 633.
- [8] M. Bartuccelli and D. L. Christiansen, N. F. Pederson, M. P. Soerensen, *Phys. Rev.*, **B33**(1986), 4688.
- [9] A. Salam and S. S. Satry, *IEEE. Trans. Circuits and System*, **CAS-32**(1985), 784.
- [10] R. L. Kautz, J. C. Macfarlane, *Phys. Rev.*, **A33**(1986), 498.
- [11] D. E. McCumber, *J. Appl. Phys.*, **39**(1968), 3113.
- [12] R. L. Kautz, *J. Appl. Phys.*, **52**(1981), 3528.
- [13] Z. G. Genchev, Z. G. Ivanov and B. N. Todorov, *IEEE. Trans. Circuits and System*, **CAS-30**(1983), 633.
- [14] J. Guckenheimer and P. J. Holmes, *Nonlinear Oscillations, Dynamical System and Bifurcations of Vector Field*, Appl. Math. Sci, 42, Springer-Verlag (1983).
- [15] E. Ott, *Rev. Mod. Phys.*, **53**(1981), 655.
- [16] B. L. Gulgani and J. M. Strelcyn, *Phys. Rev.*, **A14**(1976), 2338.

STUDY OF THE ONSET OF CHAOS IN THE RF-BIASED JOSEPHSON JUNCTION WITH QUADRATIC DAMPING

XIAO WAN-RU

(Division of Physics, Nanjing Architectural and Civil Engineering Institute)

YAO XI-XIAN

(Department of physics, Nanjing University)

ABSTRACT

In this paper, the rf-amplitude threshold of chaos in a Josephson junction with quadratic damping is studied. Theoretical predictions based on the method of Melnikov is compared with numerical simulations. It is shown that the chaotic region predicted by the method of Melnikov spans only a narrow region of rf-amplitude and consists of phase locked chaos. The experimentally observed threshold of chaos is shown to coincide with the onset of unlocked chaotic behavior at higher rf-amplitude.