

热电子等离子体无碰撞漂移波的稳定性

黄 朝 松

(中国科学院等离子体物理研究所)

吴 广 学 肖 诗 莉

(中南民族学院物理系)

1988年8月2日收到

本文采用 Vlasov 方程,分析了热电子等离子体中低频交换模和漂移波的性质,讨论了热电子成分的稳定作用。稳定交换模要求热电子成分约为 10%, 稳定漂移波要求热电子成分约为 30%。文中还讨论了离子有限 Larmor 半径、等离子体密度梯度和温度、磁场曲率、扰动波长等参数对稳定性的影响。同 MHD 近似下强碰撞漂移波的结果相比较,热电子对无碰撞漂移波有更好的稳定作用。

一、引 言

高能粒子对等离子体稳定性的影响,近些年来受到了很大重视。理论分析表明,高能粒子能稳定 Tokamak 装置中高模数气球模,实现从第一稳定区向第二稳定区的过渡^[1,2],对内扭曲模也有重要的稳定作用^[3]。在 EBT 位形中,就是要利用高能电子来稳定等离子体交换模^[4,5]。在磁镜装置 TARA 和 Constance B 上,含有高能电子成分的等离子体的性质一直在研究之中^[6]。

在坏曲率区激发的交换模是 EBT 和磁镜位形的主要低频不稳定性。Tokamak 等环形装置中也同样存在坏曲率区。对于任何位形的磁约束等离子体,密度梯度的存在总是不可避免的,密度梯度能驱动等离子体的漂移不稳定性。讨论高能电子(下面简称热电子)对交换模和漂移波的稳定作用,对于磁约束等离子体具有普遍的意义。

我们在以前的工作中^[7],已经利用 MHD 近似讨论了热电子成分对低频等离子体交换模和漂移波的影响。由于 MHD 近似适用于低温高密度的强碰撞等离子体,当等离子体温度较高时,特别是对于接近聚变条件的等离子体,碰撞效应已不重要,用 Vlasov 理论来描述等离子体的性质更为合适。本文以磁镜位形为基础,采用 Vlasov 方程,分析热电子等离子体无碰撞漂移波的性质,讨论热电子成分和各种等离子体参数对稳定性的影响。

二、色 散 关 系

分析中,采用局部近似的平板模型^[4,5],取等离子体的密度梯度和磁场梯度在 x 方向,平衡磁场为 $B_0 = B_0(1 + \epsilon'x)e_z$ 。局部近似中,磁镜场的曲率效应可以用均匀重力场

来模拟

$$g_s = -\frac{V_s^2}{R_c} e_x, \quad (1)$$

其中下标 s 表示热电子、冷电子和冷离子, 它们的密度分别为 $N_h = \alpha N(x)$, $N_c = (1 - \alpha)N(x)$, $N_i = N(x)$. V_s 是 s 类粒子的热速度, R_c 是磁力线曲率半径.

在重力场中, 平衡分布函数可表示为^[9]

$$f_{0s}(V, x) = \frac{1}{(\pi V_s^2)^{3/2}} \exp\left(-\frac{2g_s x + V^2}{V_s^2}\right) \left[1 + \varepsilon\left(x + \frac{V_y}{Q}\right)\right]. \quad (2)$$

这里, 已经假设了三类粒子的速度分布都是 Maxwell 型的. 平衡态时, 带电粒子的密度及其运动应分别满足 Poisson 方程和 Ampere 定律

$$N_{0i} = N_{0e} + N_{0h}, \quad -\varepsilon' B_0^2 / \mu_0 = \sum_s N_{0s} M_s \varepsilon V_s^2 / 2,$$

从而得到关系式

$$2\varepsilon' = -\beta \left(\frac{1}{r_p} + \frac{2}{R_c} \right) = -\beta \varepsilon, \quad (3)$$

其中

$$\frac{1}{r_p} = \frac{dN_0}{N_0 dx}, \quad \beta = \sum_s \frac{\mu_0 N_{0s} M_s V_s^2}{B_0^2}, \quad Q = \frac{qM}{B_0}.$$

本文只讨论静电扰动, 扰动形式取为 $\exp(iky + ik_z z - i\omega t)$. 带电粒子的运动遵守线性化的 Vlasov 方程

$$\frac{\partial f_1}{\partial t} + \mathbf{V} \cdot \frac{\partial f_1}{\partial \mathbf{r}} + \left(\frac{q}{M} \mathbf{V} \times \mathbf{B}_0 + \mathcal{G} \right) \cdot \frac{\partial f_1}{\partial \mathbf{V}} = -\frac{q}{M} \mathbf{E} \cdot \frac{\partial f_0}{\partial \mathbf{V}}, \quad (4)$$

其中 $\mathbf{E}$ 是扰动电场, q 和 M 分别是粒子的电荷和质量.

方程(4)可以用沿微扰轨道积分法求解. 非均匀磁场中, 微扰轨道的形式是^[8]

$$y' - y = \frac{V_\perp}{Q} \cos[\theta - Q(t' - t)] - \frac{V_\perp}{Q} \cos \theta - \frac{g}{Q} (t' - t) + \frac{V_\perp^2 dB}{2QB dx} (t' - t), \quad (5)$$

$$z' - z = V_z(t' - t). \quad (6)$$

方程(5)等号右边的最后一项, 反映了等离子体抗磁漂移产生的磁阱的影响, 从这一项中可以导出高 β 热电子环产生的局部磁阱对等离子体交换模和漂移波的稳定作用, 稳定条件要求热电子的 β 值约为 30%, 详细分析可参阅文献 [4, 5, 9, 10]. 由于目前的热电子等离子体实验中, 热电子 β 值一般不高于 10%, 不能产生局部磁阱, 对等离子体稳定性起作用的是热电子成分而不是局部磁阱. 当热电子 β 值不很高时, 方程(5)等号右边最后一项比曲率项小. 特别是本文只讨论热电子成分的作用, 因而, 在下面的分析中, 将忽略正比于 dB/dx 的项.

将方程(5), (6)代入方程(4), 在 $x = 0$ 的邻域积分得

$$f_1(V) = -\frac{i2qE_y}{MkV_0^2} \left[1 - \left(\omega - \frac{k\varepsilon V_0^2}{2Q} \right) \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{J_n^2(kV_\perp/Q)}{(\omega - nQ - k_z V_z + k_g/Q)} \right] f_0(V). \quad (7)$$

其中, V_0 是平均热速度. 对于热电子、冷电子和冷离子, V_0 分别是 V_h , V_c 和 V_i .

记

$$\omega_* = \frac{k\varepsilon V_0^2}{2Q}, \quad \omega_d = -\frac{kg}{Q} = \frac{kV_0^2}{QR_c}.$$

本文讨论的是等离子体驱动的漂移波, 频率范围是 $\omega \sim \omega_{*i} \ll Q_i$, 方程(7)中 $n \neq 0$ 的项可以全部忽略, 扰动分布函数简化成

$$f_1(V) = -\frac{i2qE_y}{MkV_0^2} \left[1 - (\omega - \omega_*) \frac{J_0^2(kV_\perp/Q)}{(\omega - \omega_d - k_\parallel V_x)} \right] f_0(V). \quad (8)$$

带电粒子的密度扰动应满足 Poisson 方程

$$\varepsilon_0 \nabla \cdot \mathbf{E} = \sum_i q_i \int d^3V f_i(V). \quad (9)$$

将三类粒子的 $f_i(V)$ 代入, 就得到色散关系.

三、交换不稳定性

交换不稳定性是磁镜约束的等离子体中最重要的低频不稳定性, 其特征是 $k_\parallel = 0$. 对于这种低频长波扰动, $ka \ll 1$, $a = V_0/Q$ 是 Larmor 半径, $J_0^2(kV_\perp/Q) \simeq 1 - k^2V_\perp^2/2Q^2$, 扰动分布函数

$$f_1(V) = -\frac{i2qE_y}{MkV_0^2} \left[1 - \frac{(\omega - \omega_*)}{(\omega - \omega_d)} \left(1 - \frac{k^2V_\perp^2}{2Q^2} \right) \right] f_0(V). \quad (10)$$

带电粒子的密度扰动是

$$\rho = q \int d^3V f_1(V),$$

将方程(10)代入, 得到

$$\rho = -\frac{i2q^2N_0E_y}{MkV_0^2} \left[\frac{\omega_* - \omega_d}{\omega - \omega_d} + \frac{1}{2} k^2 a^2 \frac{\omega - \omega_*}{\omega - \omega_d} \right]. \quad (11)$$

我们根据实际的参数范围, 讨论各类粒子贡献的大小. 以典型的 EBT 参数为例, $T_i \sim 100\text{eV}$, $T_h \sim 500\text{keV}$, $r_p/R_c \sim 0.1$. 我们现在所讲的热电子等离子体, 概念上热电子是作为少量组分存在的, 即 $\alpha < 0.5$. 实验中, $\alpha \lesssim 10\%$. 对于等离子体驱动的低频不稳定性

$$\omega \sim \omega_{*i} \ll \omega_{dh}, \quad (12)$$

这也就是热电子和等离子体解耦的条件. 由(11)和(12)式,

$$\frac{\rho_h}{\rho_i} \sim \frac{\alpha M_i V_i \omega_{*h}}{M_e V_h^2 \omega_{dh}} \sim \frac{\alpha T_i R_c}{T_h r_p} \ll 1, \quad (13)$$

所以热电子的直接贡献是可以忽略的, 热电子的作用通过包含在 $N_{0e} = (1 - \alpha)N_{0i}$ 中的 α 表现出来.

将 ρ_i 和 ρ_e 代入方程(9), 得到交换模的色散关系

$$\omega^2 + B\omega + C = 0, \quad (14)$$

其中

$$B = -(\omega_{*i} + \omega_{de}) + \frac{2\alpha(\omega_{*i} - \omega_{di})}{k^2 a_i^2},$$

$$C = \omega_{*i}\omega_{de} + 2(\omega_{di} - \omega_{de} - \alpha\omega_{di}) \frac{(\omega_{*i} - \omega_{di})}{k^2 a_i^2}.$$

稳定条件是

$$B^2 - 4C > 0. \quad (15)$$

将 B 和 C 代入, 稳定条件可写成

$$\alpha^2 > \frac{2(\omega_{di} - \omega_{de})k^2 a_i^2}{\omega_{*i} - \omega_{di}} + \frac{\alpha(\omega_{*i} - 2\omega_{di} + \omega_{de})k^2 a_i^2}{\omega_{*i} - \omega_{di}}. \quad (16)$$

当 α 约为 10% 时, 条件(16)式就可以满足, 表明热电子成分可以完全稳定等离子体交换模。

稳定性所要求的 α 值和等离子体的参数有关。为具体讨论各参数对交换模实数频率 ω_r 和增长率 ω_i 的影响, 在不同参数下计算求解了方程(14), 结果如图 1 和图 2 所示。

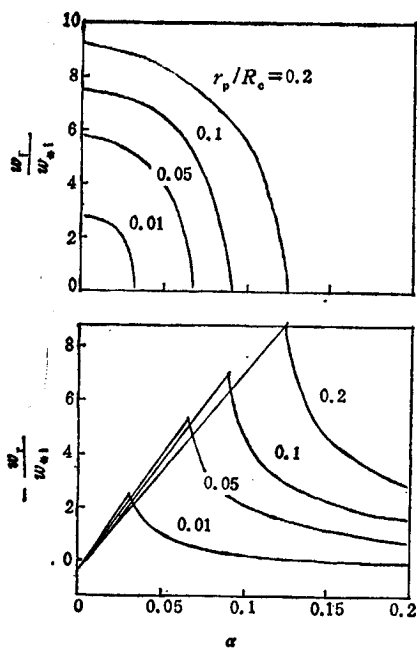


图 1 r_p/R_c 对交换模的影响 $ka_i = 0.1$;
 $T_e/T_i = 1$

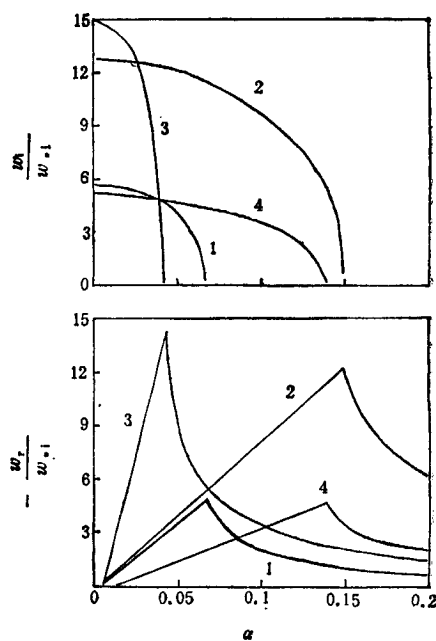


图 2 ka_i 和 T_e/T_i 对交换模的影响

$r_p/R_c = 0.1$, 各曲线的参数是
曲线 1—— $ka_i = 0.1$, $T_e/T_i = 1$;
曲线 2—— $ka_i = 0.1$, $T_e/T_i = 5$;
曲线 3—— $ka_i = 0.05$, $T_e/T_i = 1$;
曲线 4—— $ka_i = 0.15$, $T_e/T_i = 1$

从图中可以看出, $\alpha = 0$ 时, 交换模的实数扰动频率 $\omega_r = \omega_{*i}/2$ 。 α 的存在对 ω_r 影响很大。当 α 约大于 1% 时, 交换模扰动就变为沿 $-\omega_{*i}$ 方向, 实数频率的值随 α 线性增加。当 α 大到使交换模稳定时, α 增加则导致实数频率减小。

α 的存在总是起稳定作用的。由于已经用 ω_{*i} 对 ω 归一化, 相对增长率的大小只依赖于无量纲参数 r_p/R_c , ka_i 和 T_e/T_i 。图 1 中表明了 r_p/R_c 的影响。曲率变大时, R_c 减小, r_p/R_c 增加, 引起增长率变大。 r_p 减小, 标志着密度梯度变大, ω_i/ω_{*i} 的相对

值减小, 但 ω_i 的绝对值增加. 所以, 磁场曲率和密度梯度都是对交换不稳定性起驱动作用的. 图 2 给出了 ka_i 和 T_e/T_i 的影响. 当 T_e/T_i 增加时, 增长率变大, 稳定性要求在更多的热电子成分. 对于 k 较小的长波扰动, 热电子的稳定效果更好.

对于典型的磁镜位形和 EBT 位形的热电子等离子体, $r_p/R_c \sim 0.1$, $ka_i \sim 0.1$, $T_e/T_i \geq 1$, 交换模的稳定性要求 $\alpha \sim 10\%$.

四、漂移不稳定性

对于 $k_{\parallel} \neq 0$ 的漂移波, 由方程(8), 带电粒子的密度扰动是

$$\rho = -\frac{i2q^2N_0E_y}{MkV_0^2} \left[1 - (\omega - \omega_*) \int d^3V \frac{J_0^2(kV_{\perp}/Q)}{(\omega - \omega_d - k_{\parallel}V_{\parallel})} \exp\left(-\frac{V^2}{V_0^2}\right) \right]. \quad (17)$$

引进常用的定义

$$I_0(b)e^{-b} = \int_0^{\infty} 2V_{\perp} dV_{\perp} J_0^2\left(\frac{kV_{\perp}}{Q}\right) \exp\left(-\frac{V_{\perp}^2}{V_0^2}\right),$$

$$z(\zeta) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} dx \frac{1}{x - \zeta} \exp(-x^2),$$

$$b = \frac{1}{2} k^2 a^2, \quad \zeta = \frac{\omega - \omega_d}{k_{\parallel} V_0}.$$

利用这些定义, 方程(17)变形为

$$\rho = -\frac{i2q^2N_0E_y}{MkV_0^2} \left[1 - (\omega - \omega_*) I_0(b) e^{-b} \frac{\zeta z(\zeta)}{\omega - \omega_d} \right]. \quad (18)$$

等离子体漂移波的频率范围是

$$k_{\parallel} V_i \ll \omega \ll k_{\parallel} V_e \ll k_{\parallel} V_h, \quad (19)$$

即 $\zeta_i \gg 1$, $\zeta_e \ll 1$, $\zeta_h \ll 1$. 当 $ka \ll 1$ 时, $I_0(b)e^{-b} \simeq 1 - k^2 a^2/2$. 在这些近似条件下, 由方程(18)求出的各类粒子的密度扰动是

$$\rho_i = -\frac{i2e^2N_{0i}E_y}{M_i k V_i^2} \left[\frac{\omega_{*i} - \omega_{di}}{\omega - \omega_{di}} + \frac{1}{2} k^2 a_i^2 \frac{\omega - \omega_{*i}}{\omega - \omega_{di}} \right], \quad (20)$$

$$\rho_e = -\frac{i2e^2N_{0e}E_y}{M_e k V_e^2} \left[1 - \frac{(\omega - \omega_{*e})}{k_{\parallel}^2 V_e^2} (2\omega - 2\omega_{de} - i\sqrt{\pi} k_{\parallel} V_e) \right], \quad (21)$$

$$\rho_h = -\frac{i2e^2N_{0h}E_y}{M_h k V_h^2} \left[1 - \frac{(\omega - \omega_{*h})}{k_{\parallel}^2 V_h^2} (2\omega - 2\omega_{dh} - i\sqrt{\pi} k_{\parallel} V_h) \right]. \quad (22)$$

比较 ρ_e 和 ρ_h 可知

$$\frac{\text{Re}\rho_h}{\text{Re}\rho_e} \sim \frac{\alpha T_e}{T_h} \ll 1, \quad \frac{\text{Im}\rho_h}{\text{Im}\rho_e} \sim \frac{\alpha V_e}{V_h} \ll 1.$$

同交换模的情况类似, 热电子的直接贡献仍是可忽略的. 将 ρ_e 和 ρ_i 代入 Poisson 方程, 得到漂移波的色散关系

$$\frac{\omega_{*i} - \omega_{di}}{\omega - \omega_{di}} + \frac{1}{2} k^2 a_i^2 \frac{\omega - \omega_{*i}}{\omega - \omega_{di}}$$

$$+ (1 - \alpha) \frac{T_i}{T_e} \left[1 - \frac{(\omega - \omega_{*e})}{k_{\parallel}^2 V_e^2} (2\omega - 2\omega_{de} - i\sqrt{\pi} k_{\parallel} V_e) \right] = 0. \quad (23)$$

这是 ω 的三次复系数方程,图3和图4给出了数值计算结果.计算中,取 $ka_i = 0.1$.

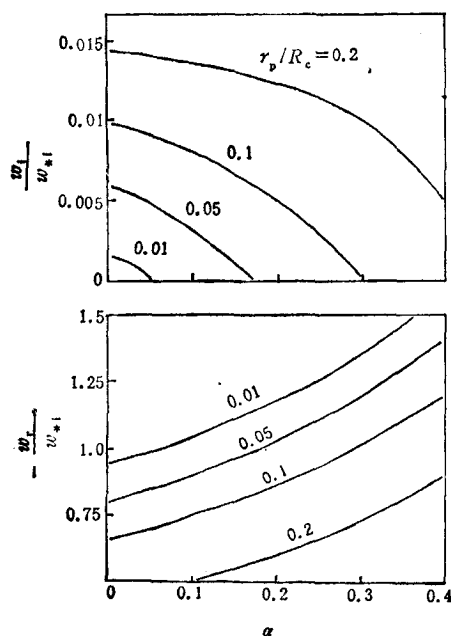


图3 r_p/R_c 对漂移波的影响 $T_e/T_i = 1$;
 $k_{\parallel}V_e/\omega_{*i} = 50$

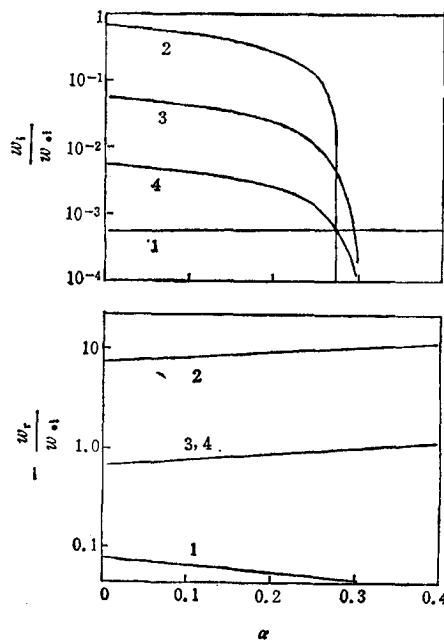


图4 T_e/T_i 和 $k_{\parallel}V_e/\omega_{*i}$ 对漂移波的影响
 $r_p/R_c = 0.1$. 各曲线的参数是
曲线1— $T_e/T_i = 0.1$, $k_{\parallel}V_e/\omega_{*i} = 50$;
曲线2— $T_e/T_i = 10$, $k_{\parallel}V_e/\omega_{*i} = 50$;
曲线3— $T_e/T_i = 1$, $k_{\parallel}V_e/\omega_{*i} = 10$;
曲线4— $T_e/T_i = 1$, $k_{\parallel}V_e/\omega_{*i} = 100$

由图3可见,减小 R_c 和 r_p ,都使 ω_i 的值增大,这种变化趋势同交换模是类似的.热电子成分的存在,能使漂移波稳定化,同时也使漂移波的实数频率单调增加.图4表明,增大 $k_{\parallel}V_e/\omega_{*i}$,增长率变小,但稳定时所需要的 α 则保持不变. T_e/T_i 减小时,增长率变小,若保持 $T_e/T_i \geq 1$,则稳定条件变化很小.当 $T_e/T_i < 1$ 时,热电子所起的作用显著减弱.图4中曲线1的参数是 $T_e/T_i = 0.1$,这时热电子对增长率几乎没有影响.但是要注意到,讨论这种漂移波时, T_e/T_i 不能太小,否则频率条件(19)式就不成立了.固定其它参数,改变 ka_i ,频率的实部和虚部都基本保持不变,表明 ka_i 对漂移波的稳定性基本没有影响.

漂移波增长率的大小受多种参数影响,但稳定时所需要的 α 值则主要由 r_p/R_c 决定.当 $r_p/R_c \sim 0.1$ 时,漂移波的稳定条件是 $\alpha \sim 30\%$.

五、结果讨论

本文讨论了热电子等离子体中无碰撞漂移波的稳定性.不存在热电子时,交换模的

增长率 $\sim 10\omega_{*i}$, 漂移波的增长率 $\sim 0.01\omega_{*i}$, 交换模对等离子体约束的影响最大。如果等离子体中包含热电子成分, 热电子对交换模和漂移波都能起到稳定作用。交换模的稳定性要求热电子成分 $\alpha \sim 10\%$, 漂移波的稳定性要求 $\alpha \sim 30\%$ 。在热电子等离子体实验中, α 约为 1—10%, 交换模有可能被稳定住, 漂移波则难以完全稳定。

交换模和漂移波的增长率受多种等离子体参数的影响。对于交换模, 密度梯度变大, 磁场曲率增强, T_e/T_i 增大, 都使增长率变大, 也使稳定性所要求的 α 值增加。 ka_i 变大时, 增长率减小, 体现了离子有限 Larmor 半径的稳定作用。对于漂移波, 增长率的大小受 r_p/R_c , T_e/T_i , $k_{\parallel}V_e/\omega_{*i}$ 的影响, 但稳定性所要求的 α 值主要由 r_p/R_c 决定。 ka_i 对漂移波的稳定性基本上没有影响。

热电子也影响等离子体扰动的传播方向和速度, 即扰动的实数频率。不存在热电子时, 交换模沿离子抗磁漂移方向传播, 漂移波沿电子抗磁漂移方向传播。若存在一定密度的热电子, 则改变了交换模的传播方向, 使交换模也沿电子抗磁漂移方向传播。

我们在以前的工作中^[7], 用 MHD 近似讨论了强碰撞等离子体中漂移波的稳定性。热电子成分稳定强碰撞漂移波的条件是

$$\alpha > k^2 a_i^2 + \frac{4r_p}{R_c}. \quad (24)$$

若取 $ka_i = 0.1$, $r_p/R_c = 0.1$, 稳定性要求 $\alpha \sim 40\%$ 。同本文的结果相比较, 在同样的参数下, 无碰撞漂移波的稳定性要求 $\alpha \sim 30\%$, 表明热电子对无碰撞漂移波有更好的稳定作用。

- [1] J. W. Van Dam, M. N. Rosenbluth, S. T. Tsai and M. G. Engquist, *Proceedings of the Workshop on Advanced Bumpy Torus Concepts* (California, 1983), p. 167.
- [2] R. L. Miller and J. W. Van Dam, *Nucl. Fusion*, 27(1987), 2101.
- [3] 陈雁萍等, 物理学报, 37(1988), 546.
- [4] D. B. Nelson and C. L. Hedrick, *Nucl. Fusion*, 19 (1979), 283.
- [5] D. B. Nelson, *Phys. Fluids*, 23(1980), 1850.
- [6] X. Chen, B. G. Lane, D. L. Smatlak, R. S. Post and S. A. Hokin, MIT Report, PFC/JA-87-43, (1987).
- [7] 黄朝松、邱励俭、任兆杏, 物理学报, 37(1988), 1284.
- [8] N. A. Krall, *Advances in Plasma Physics*, Wiley, New York, (1968), p. 153.
- [9] D. B. Batchelor and C. L. Hedrick, *Nucl. Fusion*, 19(1979), 235.
- [10] 黄朝松、任兆杏、邱励俭, 物理学报, 36(1987), 1112.

STABILITY OF COLLISIONLESS DRIFT WAVES IN A HOT ELECTRON PLASMA

HUANG CHAO-SONG

(Institute of Plasma Physics, Academia Sinica, Hefei)

WU GUANG-XUE XIAO SHI-LI

(Department of Physics, Southern-Central Institute for Nationalities, Wuhan)

ABSTRACT

The low frequency interchange mode and drift wave in a hot electron plasma are analyzed by using the Vlasov equation, and the effect of hot electrons is discussed. The stabilization of the drift wave occurs when $\alpha \sim 30\%$, and the stabilization of the interchange mode occurs when $\alpha \sim 10\%$, where α is the fraction of hot electrons. The influences of ion Larmor radius, density gradient and temperature of plasma, wavelength of perturbation, and magnetic curvature, on the stability are discussed. Comparing with the results of the strongly collisional drift wave derived from the MHD approximation, the collisionless drift wave can be stabilized by the hot electrons more easily.