

具有非磁性缺陷的二维自旋玻璃模型

陈凌孚 王强华

(南京师范大学物理系)

1988年8月9日收到

本文提出具有非磁性缺陷 ($n_m^{-1/2}l \ll 1$) 的二维 RKKY 自旋玻璃模型, 分别给出不同温区比热和磁化率的表达式。同时应用渗流理论分析转变温区自旋集团的行为, 说明比热膝盖状峰值和磁化率尖拐状峰值的实验事实。

一、引 言

1972年, Cannella 等人首先在 AuFe 稀释合金中观察到自旋玻璃现象^[1], 其主要特征是: (1) 弱场磁化率的温度曲线在冻结温度 θ 处出现拐点; (2) 比热的温度曲线存在一定宽度的极大值。近年来的实验表明, 低维磁性材料表现出某些自旋玻璃的性质^[2], 从理论上分析其微观机理及特性, 是当前的研究课题之一。

本文考虑具有非磁性缺陷 ($n_m^{-1/2}l \ll 1$) 的二维磁性材料, 提出二维 RKKY 自旋玻璃的模型, 分别给出不同温区比热和磁化率的表达式。同时应用渗流理论分析转变温区自旋集团的行为, 说明比热膝盖状峰值和磁化率尖拐状峰值的实验事实。

二、低温区 ($T \ll \theta$)

二维 RKKY 相互作用公式由文献 [3] 给出, 略去高次项, 考虑电子受到非磁性缺陷的散射^[4], 二维自旋玻璃的自旋关联能表示为

$$H_{ij} = -\frac{m^*}{2\pi^2} \left(\frac{J}{n}\right)^2 (\mathbf{s}_i \cdot \mathbf{s}_j) \frac{\cos(2k_F r)}{r^2} \exp\left(-\frac{r}{l}\right) = A_0 p(r) q(\mathbf{s}_i \cdot \mathbf{s}_j), \quad (1)$$

$$A_0 = \text{const}, \quad p(r) = r^{-2} \cdot \exp(-r/l), \quad q = \cos(2k_F r).$$

设 n_m 为磁性杂质的平均密度, 则杂质自旋间距的特征长度 $r_0 = n_m^{-1/2}$, 电子平均自由程 $l \approx 1/n_m a$ (a 为晶格常数的数量级)。自旋玻璃内磁性杂质的浓度 c_m 较低, 设基体中非磁性缺陷的浓度 c_i 较高, 则 $r_0/l \approx c_i/c_m^{1/2} \gg 1$, 或 $n_m^{-1/2}l \ll 1$, (1) 式表现为 RKKY 短程关联作用。

低温区, 自旋关联能超过热运动能 T , 系统中绝大部分自旋紧密地耦合处于相对冻结的状态, 只有一小部分弱耦合自旋是相对自由的, 在 RKKY 短程关联作用下, 各自最近邻自旋的作用视为等效内场 $\mathbf{H} = A_0 p(r) q \mathbf{s}$, 则外场 $\mathbf{h}$ 下单个弱耦合自旋的自由能为

$$F_i = -T \ln \frac{\text{sh} \left[\left(s + \frac{1}{2} \right) |\mu h + H|/T \right]}{\text{sh} [|\mu h + H|/2T]}. \quad (2)$$

弱场下单个自旋对比热和磁化率的贡献分别为

$$c_i = \phi(H/2T) - \phi \left[\left(s + \frac{1}{2} \right) H/T \right], \quad \phi(x) = x^2/\text{sh}^2 x, \quad (3)$$

$$\chi_i = \mu^2 \left[\frac{1}{2} \frac{B_s(H/T)}{H} + \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial H} B_s(H/T) \right], \quad (4)$$

$$B_s(x) = \frac{2s+1}{2s} \text{cth} \left(\frac{2s+1}{2s} x \right) - \frac{1}{2s} \text{cth} \left(\frac{1}{2s} x \right),$$

H 为振荡因子 q 和自旋间距 r 的函数。 q 的几率分布函数为

$$W(q) = \lim_{R \rightarrow \infty} \frac{1}{R} \int_0^R dr \delta[\cos(2k_F r) - q] = \frac{1}{\pi} (1 - q^2)^{1/2}. \quad (5)$$

设在 $r - r + dr$ 圆环内出现最近邻自旋的几率为

$$W(r)dr = 2\pi n_m r dr \cdot \exp(-\pi n_m r^2). \quad (6)$$

因此,弱场下系统比热和磁化率的表达式为

$$c = n_m \int_0^\infty 2\pi n_m r \cdot \exp(-\pi n_m r^2) dr \int_{-1}^{+1} \frac{1}{\pi} \frac{1}{(1 - q^2)^{1/2}} dq \cdot \left\{ \phi(H/2T) - \phi \left[\left(s + \frac{1}{2} \right) H/T \right] \right\}, \quad (7)$$

$$\chi = n_m \mu^2 \int_0^\infty 2\pi n_m r \cdot \exp(-\pi n_m r^2) dr \int_{-1}^{+1} \frac{1}{\pi} \frac{1}{(1 - q^2)^{1/2}} dq \cdot \left[\frac{1}{2} \frac{B_s(H/T)}{H} + \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial H} B(H/T) \right]. \quad (8)$$

考察(7)式和(8)式中 q 的数量级,将低温区分为两部分: $T_i \ll T \ll \theta(q \approx 1)$ 和 $T \ll T_i(q \ll 1)$.

$$q \approx 1 \quad c = n_m^2 2\pi r(T) l \cdot \exp[-\pi n_m r^2(T)] \ln(2s+1), \quad (9)$$

$$\chi = (n_m \mu^2 / 3T) s(s+1) \cdot \exp[-\pi n_m r^2(T)]. \quad (10)$$

$$q \ll 1 \quad c = \frac{8\pi^2}{3} n_m \frac{1}{2s+1} \frac{T}{A_0} \int_0^\infty r^2 \cdot \exp\left(\frac{r}{l} - \pi n_m r^2\right) dr,$$

$$\chi = 2n_m (\mu^2 / A_0) \ln(T_i/T) \int_0^\infty r^2 \cdot \exp\left(\frac{r}{l} - \pi n_m r^2\right) dr.$$

采用最陡下降法完成对 r 的积分^[5],

$$c = \frac{2\sqrt{2}}{3} \sqrt{\pi} \frac{1}{2s+1} \frac{T}{A_0} (2\pi n_m l^2)^{-3/2} \cdot \exp \left[\frac{1}{2} (2\pi n_m l^2)^{-1} \right], \quad (11)$$

$$\chi = (2\pi^2)^{-1/2} (\mu^2 / A_0) (2\pi n_m l^2)^{-3/2} \cdot \exp \left[\frac{1}{2} (2\pi n_m l^2)^{-1} \right] \ln(T_i/T). \quad (12)$$

上述积分中被积函数的鞍点为 $r_i = (2\pi n_m l)^{-1}$, 相应的自旋关联能可确定温度

$$T_i \approx A_0 s^2 n_m (2\pi n_m l^2) \cdot \exp[-(2\pi n_m l^2)^{-1}].$$

三、高温区 ($T \gg \theta$)

高温区,系统中大量杂质以单个自旋和自旋关联对的形式存在,两者对自由能的贡献分别为 $F^{(1)}$ 和 $F^{(2)}$, 则外场 h 下系统的自由能表示式为^[6]

$$F = F^{(1)} + F^{(2)} = -n_m T \ln \frac{\text{sh} \left[z \left(s + \frac{1}{2} \right) \right]}{\text{sh}(z/2)} - \frac{1}{2} n_m^i T \int d^2 r \varphi(y, z), \quad (13)$$

$$\varphi(y, z) = \ln \sum_{s=0}^{\infty} \frac{\text{sh} \left[z \left(s + \frac{1}{2} \right) \right]}{\text{sh}(z/2)} \exp \left\{ y \left[s(s+1) - \frac{1}{2} s(s+1) \right] \right\} - 2 \ln \frac{\text{sh} \left[z \left(s + \frac{1}{2} \right) \right]}{\text{sh}(z/2)},$$

式中 $J = s_i + s_j$, $z = \mu h/T$, $y = A_0 \rho(r) q/T$, $F^{(2)}$ 的积分 $\int d^2 r \rightarrow \int_0^\infty d(\pi r^2) \int_{-1}^{+1} \times W(q) dq$, 设 $x = y/q = A_0 \rho(r)/T$, 选取积分上限 $Y = A_0 \rho(a)/T$,

$$F^{(2)} = \frac{1}{2} n_m^i T \int_0^x dy \int_0^Y \frac{1}{(x^2 - y^2)} \frac{d(r^2)}{dx} [\varphi(y, z) + \varphi(-y, z)].$$

令

$$\begin{aligned} \varphi(y, z) + \varphi(-y, z) &= by + c + f(y, z), \\ y \gg 1, f(y, z) &\rightarrow e^{-y}, \varphi(y, z) + \varphi(-y, z) \rightarrow by + c, \end{aligned}$$

$$b = s(s+1), c = \ln \frac{\text{sh} \left[z \left(2s + \frac{1}{2} \right) \right]}{\text{sh}(z/2)} - 4 \ln \frac{\text{sh} \left[z \left(s + \frac{1}{2} \right) \right]}{\text{sh}(z/2)},$$

则

$$F^{(2)} = -n_m^i b A_0 \ln \frac{l}{\rho a} - \frac{1}{2} n_m^i T \int_a^Y y dy \int_y^Y \frac{dx}{x} \frac{r^2(x)}{(x^2 - y^2)^{1/2}} \frac{\partial f}{\partial y}, \quad (14)$$

式中 $\rho = e^\nu = 1.78$ (ν 为欧勒常数), $a \ll 1$ 是为了避免积分发散而引进的截断因子.

$F^{(2)}$ 的近似计算结果取决于对 x 数量级的估计, $x = A_0 \rho(r)/T \approx 1$, $r_2 \approx l$, $T_2 \approx A_0 l^{-2}$, 以 T_2 将高温区分成两个部分: $\theta \ll T < T_2 (x \approx 1)$ 和 $T \gg T_2 (x \ll 1)$.

$$\begin{aligned} x \approx 1 \quad F &= -n_m T \ln \frac{\text{sh} \left[z \left(s + \frac{1}{2} \right) \right]}{\text{sh}(z/2)} - n_m^i b A_0 \ln \frac{l}{\rho a} \\ &- \frac{\pi}{4} n_m^i T r^2(T) \left\{ \ln \frac{\text{sh} \left[z \left(2s + \frac{1}{2} \right) \right]}{\text{sh}(z/2)} - 4 \ln \frac{\text{sh} \left[z \left(s + \frac{1}{2} \right) \right]}{\text{sh}(z/2)} \right\}, \quad (15) \end{aligned}$$

则

$$c = 2\pi n_m^i l r(T) \left[\ln(2s+1) - \frac{1}{4} \ln(4s+1) \right], \quad (16)$$

$$\chi = (n_m \mu^2 / 3T) \left[s(s+1) - \frac{1}{2} \pi n_m s r^2(T) \right]. \quad (17)$$

$$x \ll 1 \quad F = -n_m T \ln \frac{\text{sh} \left[z \left(s + \frac{1}{2} \right) \right]}{\text{sh}(z/2)} + \frac{1}{2} n_m^2 A_0 \int_{\beta}^{\gamma} \ln y \frac{\partial^2 I}{\partial y^2} dy \\ - \frac{1}{2} n_m^2 A_0 s(2s+1) [\ln(A_0/Ta^2) - \ln 2 - 2]. \quad (18)$$

令 $\beta \rightarrow 0$, $\gamma \rightarrow \infty$, 从而给出该温区弱场下的比热和磁化率

$$c = \frac{1}{2} n_m^2 A_0 s(2s+1)/T, \quad (19)$$

$$\chi = n_m \mu^2 s(s+1)/3(T+T_s). \quad (20)$$

上式与文献 [6] 中二维情况下的结论完全一致。

四、转变温区 ($T \approx \theta$)

根据自旋间相互作用按指数衰减的规律, 设 $r > r(T)$ 的自旋之间不发生相互作用, $r < r(T)$ 的自旋彼此紧密地耦合而形成自旋集团, 其尺度随温度的下降而增大, $T = \theta$ 时, 将会出现无限大的自旋集团——集团渗流^[7]. 定义二维渗流圆 $g = \pi n_m r^2(T)$, $H \approx T$ 确定温度半径 $r(T)$, 则冻结温度可用渗流临界点 $g = g_c$ 的自旋关联能表示为

$$\theta = g_c^{-1} A_0 s^2 \pi n_m \cdot \exp[-(g_c/\pi)^{1/2} (n_m^{1/2} l)^{-1}], \quad (21)$$

自旋集团的分布函数 $a(n)$ 表示“ n 自旋集团”的数目与总杂质数的比值,

$$\sum_n n a(n) = 1 \quad (T > \theta), \quad (22)$$

$T < \theta$, 渗流集团内部的杂质对弱场不起响应, 设 $p(\epsilon)$ 为杂质属于渗流集团的几率^[8],

$$\sum_n n a(n) = 1 - p(\epsilon) = 1 - k |\epsilon|^\beta \quad \beta = 0.14 \pm 0.007, \quad (23)$$

式中 $k \approx 1$, $\epsilon = (g_c - g)/g_c$. 渗流临界点附近 $T \approx \theta$, $\epsilon \approx (n_m^{1/2} l)(T - \theta)/\theta$. $n_m^{1/2} l \ll 1$ 时, $|\epsilon| \ll 1$ 所表示的温区 $|T - \theta| \approx \theta$ 是较宽的, 因此采用标度 ϵ 研究转变温区的热力学量.

集团的平均尺度即集团内部杂质的平均数目表示为

$$D(\epsilon) = \sum_n n^2 a(n) = d_{\pm} |\epsilon|^{-\nu} \quad \nu = 2.43 \pm 0.03, \quad (24)$$

式中 $d_+ \approx 1$ 和 $d_- \approx 1$ 分别对应于 $\epsilon > 0$ 和 $\epsilon < 0$. 转变温区 $|\epsilon| \ll 1, n \gg 1$, 分布函数的标度形式为^[8]

$$a(n, \epsilon) = n^{-\tau} f(\epsilon n^\sigma), \quad (25)$$

函数 $f(x)$ 在 $x = 0$ 处为解析函数, 且 $f(0) = \text{const.}$ 将 $a(n, \epsilon)$ 代入 (22), (23) 和 (24) 式, 不难证明

$$\beta = (\tau - 2)/\sigma, \quad \nu = (3 - \tau)/\sigma.$$

因此

$$\sigma = 0.39 \pm 0.006, \quad \tau = 2.06 \pm 0.003. \quad (26)$$

转变温区的比热取决于 T 数量级的弱耦合自旋. 设每个自旋集团的分级链中皆存在

一个弱耦合自旋,各自对比热的贡献为 1 数量级。比热奇异部分与 $\sum_n a(n)$ 中 $n \gg 1$ 的奇异部分成正比,由 (25) 式可知

$$c \approx |\epsilon|^{(\tau-1)/\sigma}, \quad (27)$$

代入 σ 和 τ 的值,比热与 $|\epsilon|^{2.7}$ 有关。对应于转变温区的比热和温度关系曲线,是具有一定宽度的膝盖状峰值。

磁化率与集团内部自旋的取向和分布有关。考察单畴自旋集团, $n\uparrow$ 个自旋向上的杂质和 $n\downarrow$ 个自旋向下的杂质组成“ n 自旋集团”,它相当于自旋为 sm 的粒子 ($m = |n\uparrow - n\downarrow|$ 为净杂质数),粒子间无相互作用,系统磁化率的表达式为^[7]

$$\chi = (n_m \mu^2 / 3T) \sum_n a(n) \sum_m B(n, m) sm(sm+1), \quad (28)$$

式中 $B(n, m)$ 表示“ n 自旋集团”出现净杂质数为 m 的几率。“ n 自旋集团”内具有 $n\uparrow$ 个自旋向上杂质的几率为

$$w_{n\uparrow}^n = \left(\frac{1}{2}\right)^n \frac{n!}{(n\uparrow)!(n-n\uparrow)!},$$

转变温区 $|\epsilon| \ll 1$, $n \gg 1$, 采用 Γ 函数的渐近形式

$$B(n, m) dm = (2/\pi n)^{1/2} \cdot \exp(-m^2/2n) dm, \quad (29)$$

$n \gg 1$, $s \gg 1$, (28) 式中 $sm(sm+1)$ 近似为 $s^2 m^2$,

$$\chi \approx n_m \mu^2 s^2 / 3T [1 - \theta(-\epsilon) \rho(\epsilon)]. \quad (30)$$

上式给出 $\epsilon > 0$ 时 χT 约为常数, $\epsilon < 0$ 时函数 χT 呈下降趋势,表现在磁化率和温度关系曲线是一个尖锐的峰值。

五、讨 论

本模型中由于较高浓度非磁性缺陷的存在, RKKY 相互作用受到 $\exp(-r/l)$ 因子的调制。(19) 和 (20) 式与文献 [6] 的一致性,表明该温区杂质间距 $r \ll l$ 的关联能为 T 数量级,指数因子 $\rightarrow 1$, 关联能 (1) 式变为纯 RKKY 形式。但其它温区 $r \gg l$, 指数因子的作用不可忽视,这种物理条件是有可能存在的,因此本模型是有意义的。

在低温下本文忽略 $H \approx T$ 弱耦合自旋集团的影响,因为由 (6) 式给出距离自旋关联对为 r 的 dr 圆环内,存在与之弱耦合自旋的几率与 $(n_m r^2)^{-1}$ 成正比, $T \ll \theta$ 时 $(n_m r^2)^{-1} \ll 1$, 因此可以只考虑单个弱耦合自旋对比热和磁化率的贡献。

本模型可以解释强场下比热和磁化率的变化趋势。考察自旋集团的自由能,应用自旋分布函数 $B(n, m)$ 和尺度分布函数 $a(n, \epsilon)$, 计算强场下比热和磁化率的增量,从而说明磁化率的尖拐状峰值随磁场强度的增大而减小,其奇异行为逐渐消失。

感谢北京大学刘福绥教授的支持。

- [1] V. Cannella and J. A. Mydosh, *Phys. Rev.*, **B6**(1972), 4220.
 [2] Bulayevskii et al., *Fizika. Tverd. Tela*, **17**(1975), 781.

- [3] 魏国柱、陈凌孚, 物理学报, **35**(1986), 681.
- [4] A. Heeger *et al.*, *Phys. Rev. Lett.*, **17**(1966), 803.
- [5] 王竹溪、郭敦仁, 特殊函数概论, 科学出版社, (1979), 420 页.
- [6] A. I. Larkin and D. E. Khmel'nitskii, *Zh. Eksp. Teor. Fiz.*, **58**(1970), 1789.
- [7] D. A. Smith, *J. Phys. F*, **4**(1974), L266; *ibid.*, **5**(1975), 2148.
- [8] D. Stauffer, *Phys. Rev. Lett.*, **35**(1975), 394; *Phys. Rep.*, **54**(1979), 1.

THE MODEL OF TWO-DIMENSIONAL SPIN-GLASS WITH NONMAGNETIC DEFECTS

CHEN LING-FU WANG QIANG-HUA

(Department of Physics, Nanjing Normal University)

ABSTRACT

In this paper, we present a model of 2-D RKKY spin glass with $n_m^{1/2} l \ll 1$, n_m being the magnetic impurity concentration and l the mean free path (this corresponds to a large concentration of nonmagnetic defects). The specific heat and the magnetic susceptibility at low and high temperatures are calculated. The percolation theory is applied to the transition region. The broad maximum of the specific heat and the "cusp" of the magnetic susceptibility are explained.