

圆对称环域 Josephson 结中准磁通量子激发对外磁场的依赖关系

徐 昆 明

(浙江大学物理系)

沈 亚 菲

(东南大学计算科学与工程系)

姚 希 贤

(南京大学物理系)

1988年9月5日收到

本文研究了在外磁场中圆对称环域 Josephson 结的环形准磁通量子运动。准磁通量子的激发对外磁场的依赖关系与结的几何尺寸有关。对结宽度 $a r_0 - r_0 = 5\lambda_J$ 的环域结, 外磁场使准磁通量子的寿命增加; 对 $a r_0 - r_0 = 10\lambda_J$ 的环域结, 外磁场除了产生上述效应外, 还影响准磁通量子运动的细节。外磁场还使第一零场台阶向低驱动电流方向扩展。无疑地, 这些变化是与外磁场在结中的不均匀分布密切相关。本文同时讨论了可调 Josephson 振荡器的一个合理方案。

一、引 言

在文献[1]中, 我们讨论了不同几何尺寸对圆对称环域 Josephson 结的扰动 Sine-Gordon 方程 (SGE) 的环形准孤子波解的影响。结果表明, 在 $\alpha = 0.01$ 情况下, 只要当环域结的内半径 $r_0 = 7.5\lambda_J$ 时, 就可获得一个对应于准磁通量子激发的稳定环形准孤子波解, 同时出现与之相关的第一零场台阶。最近王伟等人^[2]研究了有外磁场存在时圆对称环域 Josephson 结的静态特性, 发现了一些与一维结不同的特性。无疑地, 这些特性的出现是与外场在结区内的不均匀分布紧密相关。Christiansen 等人^[3]讨论了圆对称 Josephson 结具有一种特殊的超流密度分布的环形准孤子波解, 并据此提出设计 Josephson 振荡器的设想。考虑到圆对称外磁场的不均匀分布也能导致 Josephson 超流密度具有不均匀分布的效果; 此外, 外磁场以及改变磁场大小在实验上比较容易实现。因此, 研究外磁场对圆对称环域结中准磁通量子运动的影响, 不论在理论方面, 还是在设计 Josephson 振荡器方面, 都是非常重要的。

二、外磁场对准磁通量子激发的影响

圆对称环域 Josephson 结的形状如图 1 所示。外磁场由电流 I_H 通过坐落在 z 轴上

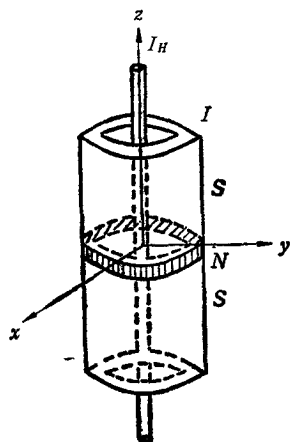


图 1 环形结

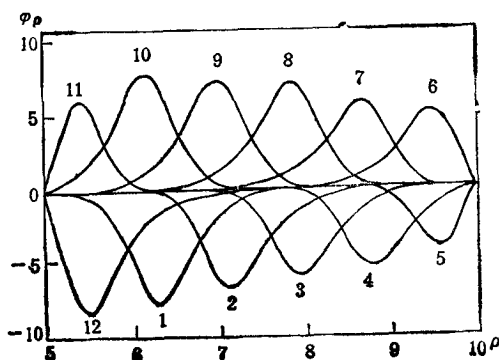


图 2

的一根导线所产生, 流经环域结的驱动电流 I 由恒流源通过另外的导线来提供. 若把此环域结等分成厚度为 $0.05\lambda_J$ 的若干个同轴薄壳圆筒, 则每个圆筒的电动力学行为由无量纲的扰动 SGE^[4]

$$\varphi_{\rho\rho} + \frac{1}{\rho} \varphi_{\rho} - \varphi_{\tau\tau} = \sin \varphi + \alpha \varphi, \quad (1)$$

来描述. 式中 φ 为结两侧超导体序参数的位相差, 其余的参数如 ρ, τ, α 和 λ_J 等的定义与文献[4]的相同.

方程(1)必须满足如下的边界条件^[2]:

$$\varphi_{\rho}|_{\rho=\rho_0} = I_H/2\pi\rho_0, \quad (2a)$$

$$\varphi_{\rho}|_{\rho=a\rho_0} = (I_H + I)/2\pi a\rho_0, \quad (2b)$$

式中 ρ_0 和 $a\rho_0$ 分别是无量纲的内、外半径.

在给定的 I 和 I_H 下, 结中自场分布和总电流密度分布由下式给出:

$$H(\rho, \tau) = \varphi_{\rho}(\rho, \tau), \quad (3a)$$

$$\nabla^2 \varphi(\rho, \tau) = \varphi_{\rho\rho} + \frac{1}{\rho} \varphi_{\rho}. \quad (3b)$$

在 $I_H \approx 0$ 的条件下, 取 $\alpha = 0.01$. 采用文献[4]的方法对(1)式进行数值计算. 时间步长 $\Delta\tau = 0.01$, 空间步长 $\Delta\rho = 0.05$.

取下式作为计算常微分方程组的初值:

$$\varphi(\rho, 0) = 4 \tan^{-1} \frac{\rho - \rho_c}{\sqrt{1 - u^2}}, \quad (4a)$$

$$\varphi_{\tau}(\rho, 0) = \frac{-2u}{\sqrt{1 - u^2}} \operatorname{sech} \frac{\rho - \rho_c}{\sqrt{1 - u^2}}, \quad (4b)$$

式中 ρ_c 为初始孤子波峰值的位置, u 为其初速度. 开始计算时对它赋以适当的数值.

1. $\rho_0 = 5, a\rho_0 = 10$ 的环域结

在文献[1]中, 当 $I_H = 0$ 时不存在对应于准磁通量子激发的稳定环形准孤子波解.

若取 $I_H = 2.95$ (任意单位, 以下同), 驱动电流 $I = 2.80$, 这时发现有对应于准磁通量子激发的环形准孤子波解, 其 $\varphi_\rho - \rho$ 曲线如图 2 所示, 图 2 中每条曲线相隔 $T/12$. 这里 $T = 1055\Delta\tau$ ($\Delta\tau = 0.01$, 以下同) 为准磁通量子的振荡周期. 准磁通量子的寿命约为 $10T$, 随后它将退化成文献[1]图 2 所示的情景, 并最终趋向零压态. 若增加 I_H 值, 则这种类孤子波解最终将趋向于旋转周期解.

2. $\rho_0 = 7.5$, $\alpha\rho_0 = 12.5$ 的环境结

我们分别计算了在此条件下的 $I_H = 12.57$, $I = 13.13$ 和 $I_H = 0$, $I = 32.29$ 两

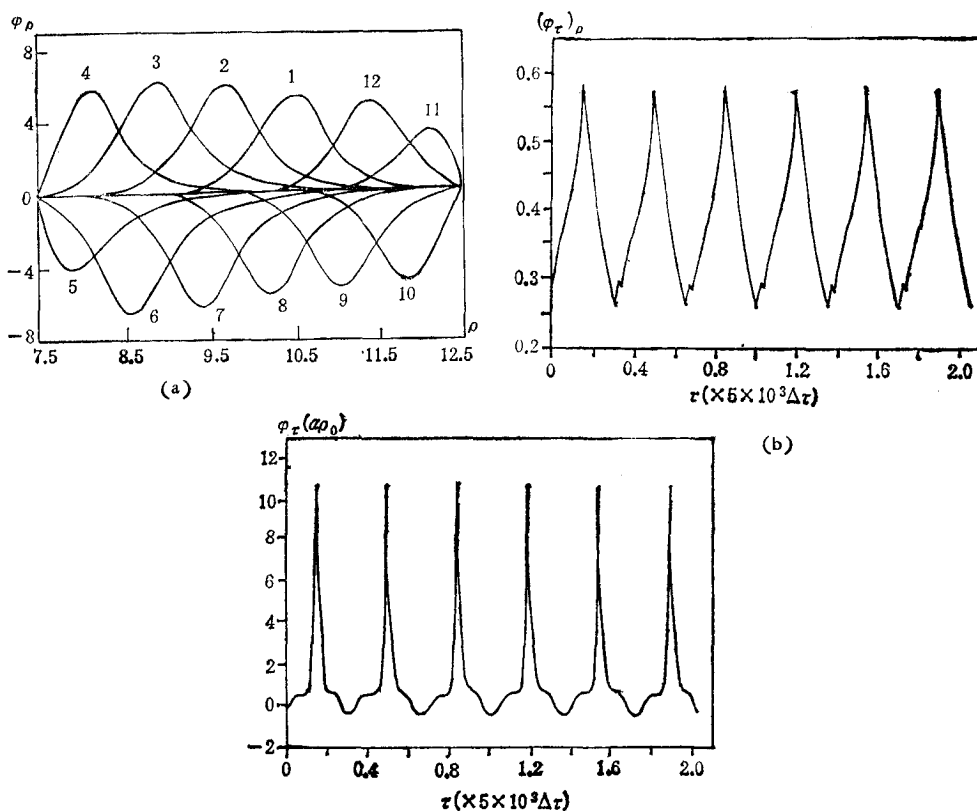


图 3

种情况下扰动的 SGE. 其结果分别由图 3 和图 4 给出. 图 3(a) 中每条曲线相隔 $T/12$. 图 3(a), (b) 和 (c) 具有相同的起始时刻, 其纵坐标均为任意单位. 图 4(a), (b) 和 (c) 具有与图 3 中相应图的意义. 由此可见, 对于狭结, 外磁场仅仅提高环形准孤子波的峰值, 对其它形态不产生什么影响. 环形准孤子波解仍保持 2π -kink 性质.

图 5 画出这种环境结在驱动电流 $I = 8.42$ 下, 不同 I_H 值时环形准孤子波解对应的空间平均电压 $\langle V \rangle$, 得到一个类似于第一零场台阶的 $I_H - V$ 特性曲线. 从某种意义上说, 这里外磁场的效用相当于文献[3]中 Josephson 电流密度的不均匀性所产生的效应. 这就不难理解为什么 $I_H - V$ 曲线在形式上与第一零场台阶十分相似^[1,3].

3. $\rho_0 = 7.5$, $\alpha\rho_0 = 17.5$ 的环境结

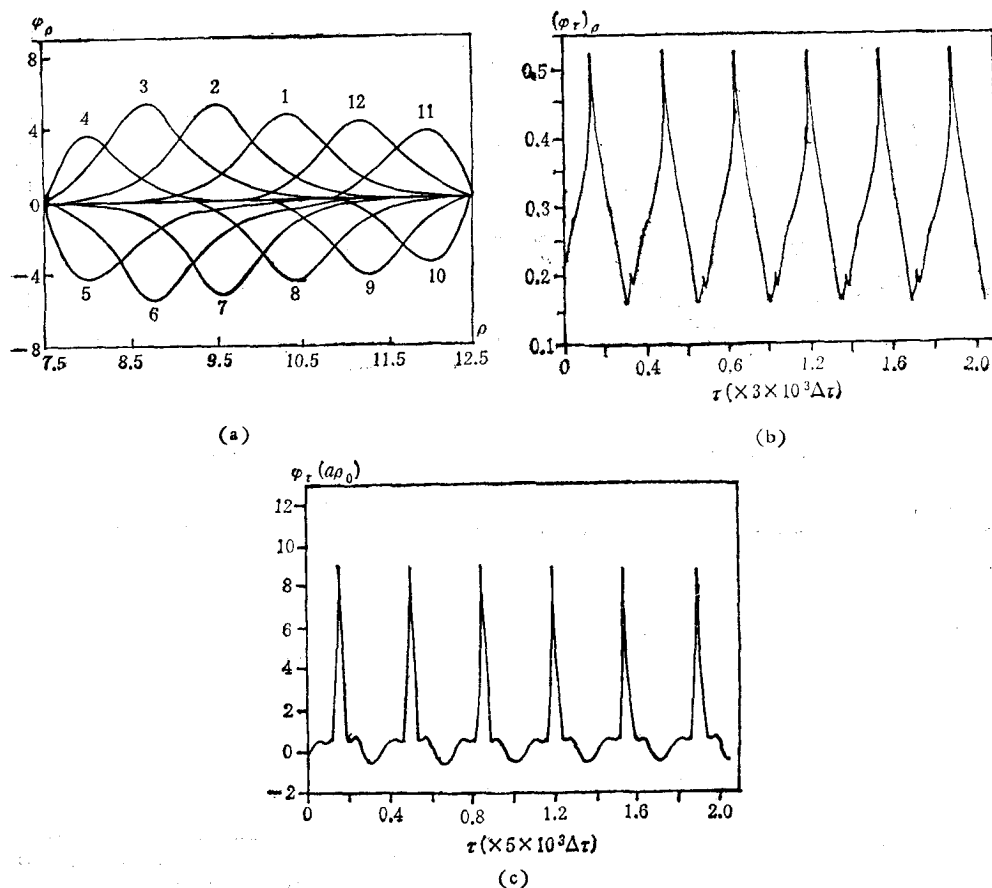


图 4

我们分别计算了 $I_H = 11.78$, $I = 26.78$ 和 $I_H = 11.78$, $I = 38.56$ 这两种情况下的扰动 SGE. 其结果分别由图 6 和图 7 给出. 除了外磁场提高环形准孤子波的峰值之外, 这里还有两点值得指出: 首先, 与文献 [1] 相比, $\langle \varphi_r \rangle_\rho - \tau$ 曲线的低峰值已大大提高, 虽然其位置的改变甚少. 在图 7(d) 中, 它们不但已接近两个对应于 $\varphi_r(a\rho_0) - \tau$ 曲线峰值位置处的数值, 而且几乎三等分一个周期; 其次, 外磁场对准磁通量子的能量影响也较复杂. 在环形准孤子波向内收缩和向外扩张的过程中其能量明显地不同, 且在向外扩张但尚未与外部边界碰撞时有一个令人费解的能量小峰值, 虽然它在这两个过程中所费的时间却是一样. 如图中箭头所示.

4. $\rho_0 = 10$, $a\rho_0 = 15$ 的环境结

基本上与第二种情况相似. 图 8 画出在 $I_H = 5.88$, $I = 18.97$ 时的 $\varphi_r - \rho - \tau$ 曲线.

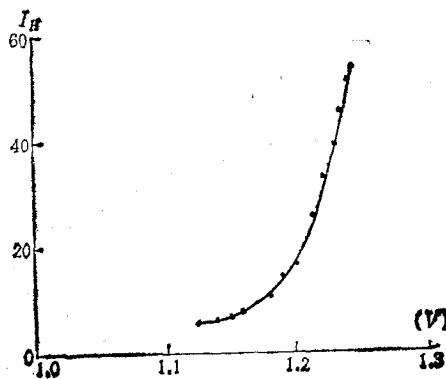


图 5

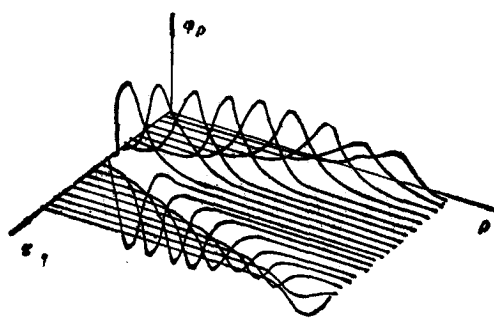
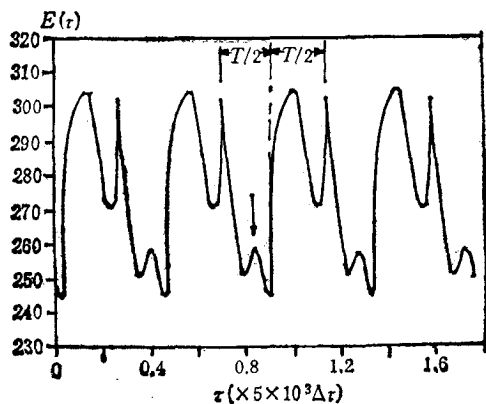
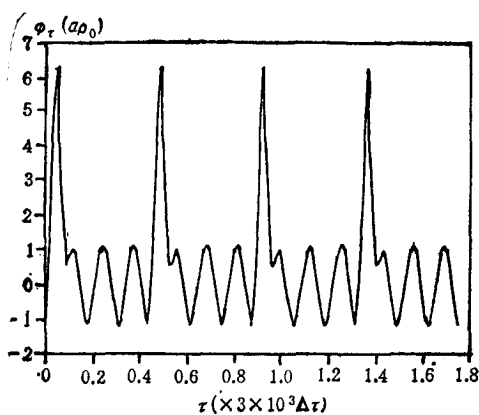
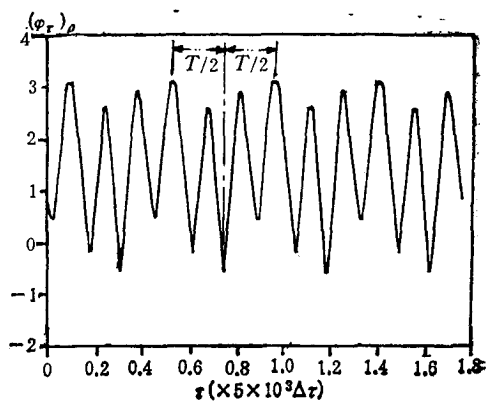
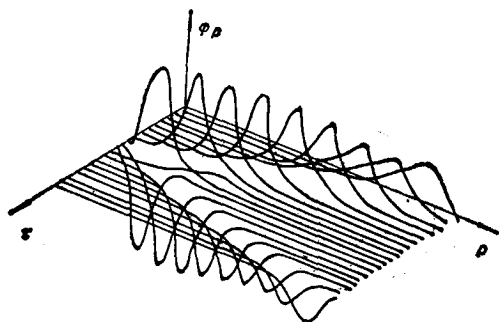
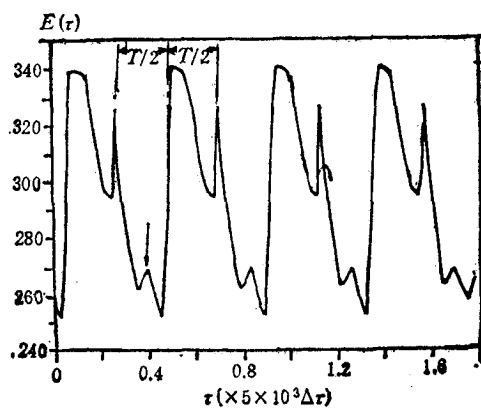
(a) $\phi_p - \rho - \tau$ (b) $E(\tau) - \tau$ 曲线(c) $\phi(a\rho_0) - \tau$ 曲线(d) $\langle \phi_\tau \rangle_\rho - \tau$ 曲线

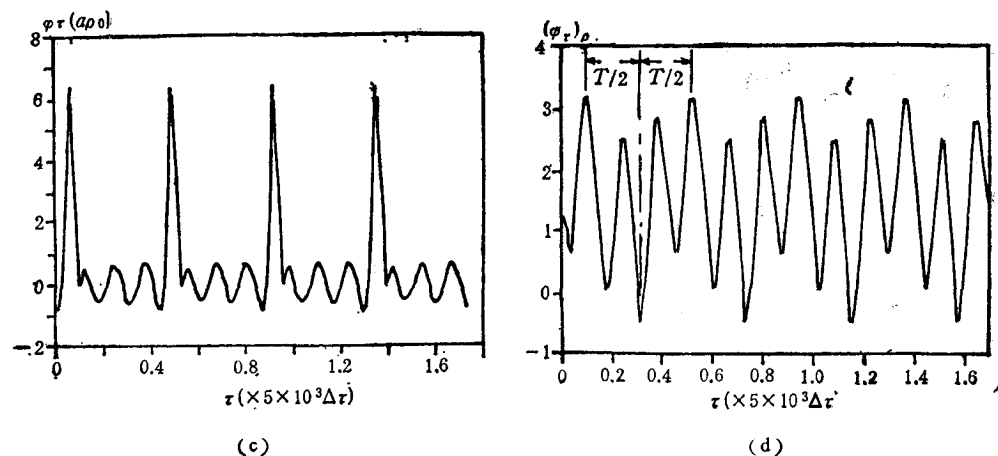
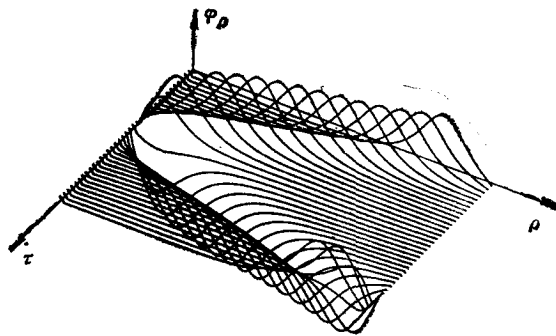
图 6 $\rho_0 = 7.5$, $a\rho_0 = 17.5$, $I_H = 11.78$, $I = 26.78$ 除(a)外, 其余曲线都有相同的起始时刻, 前者落后于后者约 $T/6$; 所有曲线的纵坐标均为任意单位



(a)

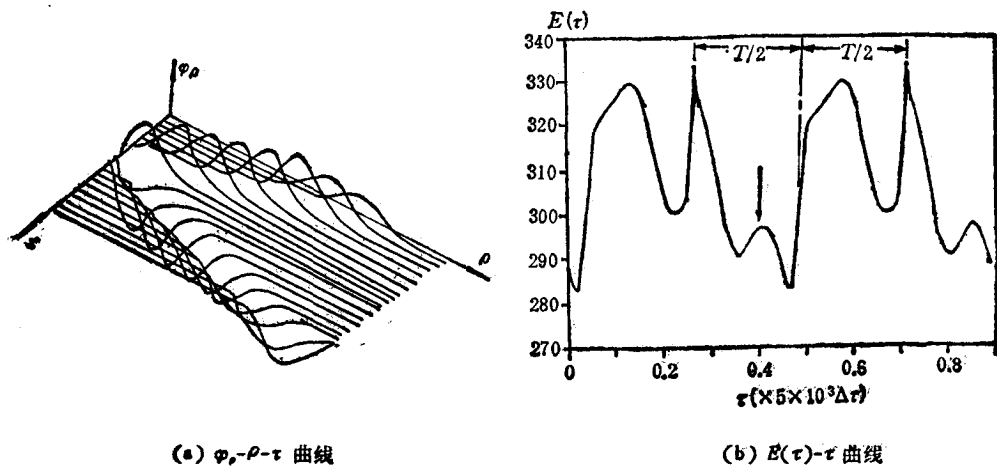


(b)

图 7 除 $I = 38.56$ 外, 其余图例与图 6 同图 8 φ - ρ - τ 曲线

5. $\rho_0 = 10$, $\alpha\rho_0 = 20$ 的环域结

基本上与第三种情况相似。图 9 画出 $I_H = 28.27$, $I = 27.43$ 时各种曲线。图 10 画出在 $I_H = 14.14$ 时的 I - $\langle V \rangle$ 特性曲线上的第一零场台阶^[3]。与文献[1]相比, 在外场作用下, 零场台阶的范围向低驱动电流的方向扩展。这个结果与一维结的恰恰相反, 后者的第一零场台阶范围随 I_H 的增大逐渐向高驱动电流方向移动^[3]。



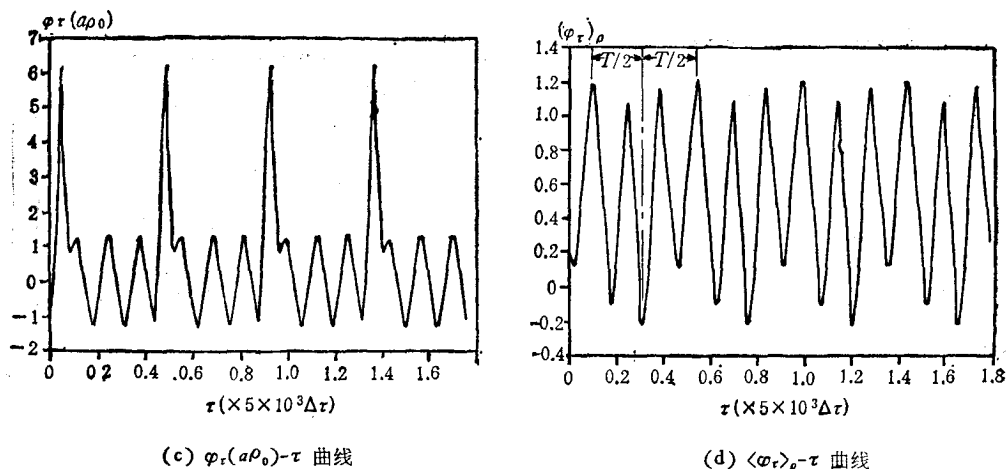


图 9 $\rho_0 = 10$, $a\rho_0 = 20$, $I_H = 28.27$, $I = 27.43$, 除(a)外,其余曲线都有相同的起始时刻,前者约落后了 $T/6$;所有曲线的纵坐标均为任意单位

三、讨 论

准磁通量子的径向运动对外磁场的依赖关系对不同几何尺寸的环境结是相当不同的. 对 $ar_0 - r_0 = 5\lambda_J$ 的狭结, 外磁场使准磁通量子的寿命增加; 对 $ar_0 - r_0 = 10\lambda_J$ 的宽结, 除了上述效应外, 外磁场还使准磁通量子运动的细节发生变化.

外磁场对宽结中的准孤子波能量发生较大的影响. 它使正在向内收缩的环形准孤子波在相当的一段时间内保持高能量, 并使正在向外扩张的环形准孤子波获得一个能量小峰值, 虽然外磁场对准磁通量子运动的平均速度不产生任何可觉察的影响.

在宽结中, 也发现有扰动 SGE 多值解的问题. 图 11 中除其初值外其余条件均与图 9 相同. 对照这两个图可以看出, 两图(b), (c) 和(d)中的曲线是相当不同的: 图 11(b) 中没有图 9(b) 中那样一个小的能量峰值; 图 11(c) 中的小峰值没有象图 9(c) 中那些小峰值那样明显; 图 11(d) 中在 $T/2$ 处是一个小峰值, 而不是象图 9(d) 中的一个最低值. 虽然如此, 但它们的振荡周期却一样, 因此这两种状态可能是同时存在的两个稳定态. 为了研究它们的稳定性, 对这两种情况在获得稳定的环形准孤子波解后, 再继续运算 $50T$ 时间(这里 $T = 2195\Delta\tau$, 为准磁通量子的振荡周期), 发现它们都是相当稳定的. 这一结果生动地表明扰动 SGE 存在多值的稳定解^[2].

外磁场使第一零场台阶的范围扩大, 且明显地向低驱动电流方向扩展. 这个结果与一维结中的情况截然不同^[2], 这可能与下面两个因素有关: 不对称的边界条件(2)式, 以及外磁场在结区的分布不均匀性.

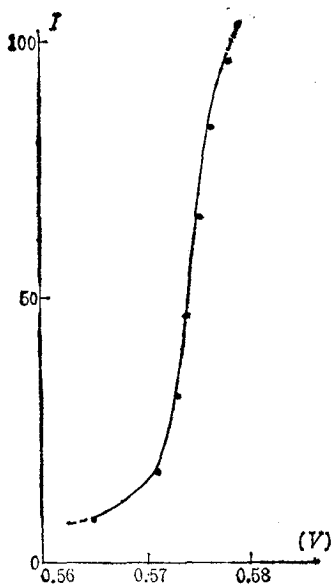


图 10

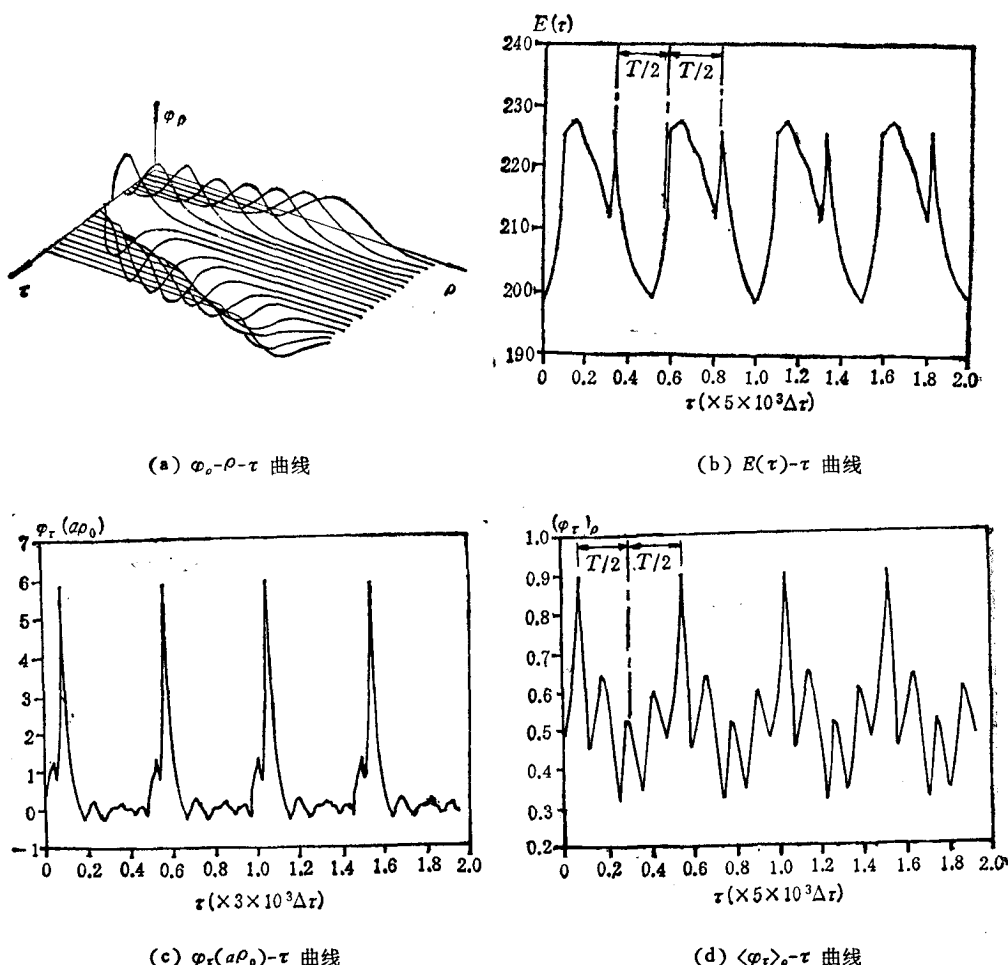


图 11 $\rho_0 = 10$, $a\rho_0 = 20$, $I = 27.43$, $I_H = 14.14$ 除(a)外,所有曲线都有相的起始时刻,前者约落后了 $T/6$; 所有曲线的纵坐标均为任意单位

最后,讨论有关 Josephson 振荡器的问题^[3]. 在本文中,环域结中准磁通量子的振荡周期约为 10τ 的数量级,其中 τ 是以 Josephson 等离子体振荡频率 ω_J 的倒数为单位的无量纲时间^[4]. 一般典型的 ω_J 值为 10^8 — 10^{10} Hz, 所以准磁通量子的振荡频率为 10^7 — 10^8 Hz 的数量级. 因此可利用准磁通量子在环域结中的振荡便能设计出兆赫波段的振荡器. 在 Christiansen 等人提出的可调 Josephson 振荡器的设想中,关键是存在一个不均匀分布的 Josephson 超流密度 $j(r) = 1 + a \operatorname{sech}^2(r - R_c)$, 并通过调节它来调谐振荡器的频率. 姑且不论这样一种电流密度分布能否在有耗损的动态圆域结中存在,单从调节它的技能而言难度就相当大. 考虑到圆对称外磁场的不均匀分布也能够导致 Josephson 超流密度具有不均匀分布的效果^[2]. 此外,外磁场以及改变磁场的大小在实验上也较易实现. 同时,从图 5 和图 10 中看到,通过改变外磁场 ($H = I_H/2\pi\rho$) 和驱动电流 I , 可以改变准磁通量子的振荡频率. 因此,利用外磁场对圆对称环域结中准磁通量子运动的影响,同样可以设计出频率从 10 MHz 到 10 GHz 的可调 Josephson 振荡器.

- [1] 徐昆明、沈亚菲、姚希贤, 本刊本期.
- [2] 王炜、姚希贤, 物理学报, **37**(1988), 705.
- [3] P. L. Christiansen, P. S. Lomdal and J. Zabusky, *Appl. Phys. Lett.*, **39**(1981), 170.
- [4] 徐昆明、孙元善、姚希贤, 低温物理学报, **8**(1986), 27; 徐昆明、姚希贤, 低温物理学报, **9**(1987), 27.
- [5] O. A. Levring, N. F. Pedersen and M. R. Samuelsen, *J. Appl. Phys.*, **54**(1983), 987.

THE MAGNETIC FIELD DEPENDENCE OF THE QUASI-FLUXON OF EXCITATION IN THE CIRCULAR SYMMETRIC ANNULAR JOSEPHSON JUNCTION

XU KUN-MING

(Department of Physics, Zhejiang University)

SHEN YA-FEI

(Department of Computer Science and Engineering, South-East University)

YAO XI-XIAN

(Department of Physics, Nanjing University)

ABSTRACT

In the case of existence of an applied magnetic field, the movement of the ring-shape quasi-fluxons in the circular symmetric annular Josephson junctions is investigated numerically. The behavior of the quasi-fluxons in an applied field depends upon the geometric size of the junctions. If the width of the annular junctions is $5\lambda_J$ in the radial direction, the life time of the quasi-fluxon is increased by applied field. If the width of the annular junction is $10\lambda_J$, the life time of the quasi-fluxon is increased as well, and in addition, some evident changes of the behavior of the quasi-fluxons occur in the process of propagation and in the reflection at the boundary, due to the applied field. The size of the first zero-field step increases with applied field in the lower current direction. These changes are caused by an inhomogeneous distribution of the applied field in the junctions. A tunable resonator in the gigahertz-range using quasi-fluxons on a lossy large-area annular Josephson junction is also proposed in this paper.