

半平面对称非类光电磁场产生的 半平面对称时空*

李鉴增 梁灿彬

(北京广播学院工程基础部) (北京师范大学物理系)

1988年9月5日收到

本文通过严格求解 Einstein-Maxwell 场方程,找到了由半平面对称非类光电磁场产生的半平面对称静态通解,并证明此类时空只具有 $\left(\frac{\partial}{\partial x}\right)^a$, $\left(\frac{\partial}{\partial y}\right)^a$ 和 $\left(\frac{\partial}{\partial t}\right)^a$ 三个 Killing 矢量场。本文还研究了时空奇异性,证明这类时空都是测地不完备的,且所有不完备测地线都对应着 Scalar polynomial 曲率奇异性。

继文献[1—3]研究了半平面对称电磁场产生的平面对称度规通解后,在文献中又研究了半平面对称度规的问题^{1),2)},得出平面对称无源电磁场和半平面对称无源电磁场都可产生半平面对称度规的结论。这一点同文献[1—3]研究的平面对称度规的情况相同。其中产生半平面对称度规的平面对称电磁场(其电磁场分量 $E_1 = E_2 = B_1 = B_2 = 0$) 必须是非类光(non-null^[4])电磁场(这同平面对称度规的对应情况完全相同);但产生半平面对称度规的半平面对称电磁场($E_3 = B_3 = 0$)却有类光(null)和非类光电磁场两种情况。文献中找到了无源类光电磁场产生的半平面对称度规通解³⁾,文献[2]中研究了平面对称非类光电磁场产生的半平面对称静态度规。本文则研究半平面对称非类光电磁场产生的半平面对称静态度规及其整体特性。

所谓半平面对称度规即为可以在某个坐标系中写成如下形式的度规:

$$ds^2 = E(-dr^2 + dz^2) + Gdx^2 + Hdy^2, \quad (1)$$

式中 E, G, H 仅为 t, z 的函数。显然,它具有两个平移 Killing 矢量 $\left(\frac{\partial}{\partial x}\right)^a$, $\left(\frac{\partial}{\partial y}\right)^a$, 但不一定具有旋转 Killing 矢量 $\left(\frac{\partial}{\partial \varphi}\right)^a = x\left(\frac{\partial}{\partial y}\right)^a - y\left(\frac{\partial}{\partial x}\right)^a$ 。

对半平面对称电磁场³⁾

$$F_{ab}^* F^{*ab} = 2 \left(\frac{B_1^2 - E_1^2}{EG} + \frac{B_2^2 - E_2^2}{EH} \right) + i \frac{4(E_1 B_1 + E_2 B_2)}{E^2 GH}. \quad (2)$$

式中 $F_{ab}^* = F_{ab} + i\tilde{F}_{ab}$ ^[4], $\tilde{F}_{ab} = \frac{1}{2} \epsilon_{abcd} F^{cd}$.

* 国家自然科学基金资助的课题。

1) 梁灿彬,李鉴增,私人通讯。

2) 李鉴增,梁灿彬,私人通讯。

3) 梁灿彬,李鉴增,私人通讯。

由(2)式出发,对类光电磁场可得

$$B_2^2 = E_1^2; B_1^2 = E_2^2. \quad (3)$$

进而可求出其通解¹⁾. 对非类光电磁场,(3)式不成立,仅讨论电磁场和度规场都不随时间而变的静态情况.

利用无源 Maxwell 方程及静态条件可得

$$\sqrt{G/H}B_1 = a_1, \quad \sqrt{H/G}B_2 = a_2, \quad E_1 = a'_1, \quad E_2 = a'_2,$$

式中 a_1, a_2, a'_1, a'_2 为常数. 代入文献[1]中求出的电磁场能量动量张量和 Ricci 张量,由

$$T_{12} = -\frac{1}{E}(E_1E_2 + B_1B_2) = -\frac{1}{E}(a'_1a'_2 + a_1a_2)$$

$$-\frac{1}{8\pi}R_{12} = 0,$$

$$T_{03} = \frac{E_2B_1}{H} - \frac{E_1B_2}{G} - \frac{1}{\sqrt{GH}}(a_1a'_2 - a'_1a_2) - \frac{1}{8\pi}R_{03} = 0$$

得 $a_1 = a'_1 = 0$ 或 $a_2 = a'_2 = 0$.

取 $a_2 = a'_2 = 0$, 并令 $a^2 = a_1^2 + a_1'^2$ 得 Einstein-Maxwell 场方程

$$\frac{E'G'}{4EG} + \frac{E'H'}{4EH} + \frac{EE'' - E'^2}{2E^2} = 4\pi \frac{a^2}{G},$$

$$\frac{E'G'}{4EG} + \frac{E'H'}{4EH} + \frac{G'^2 - 2GG''}{4G^2} + \frac{H'^2 - 2HH''}{4H^2} - \frac{EE'' - E'^2}{2E^2} = 4\pi \frac{a^2}{G},$$

$$\frac{G'^2}{4G^2} - \frac{G''}{2G} - \frac{G'H'}{4GH} = -4\pi \frac{a^2}{G},$$

$$\frac{H'^2}{4H^2} - \frac{H''}{2H} - \frac{G'H'}{4GH} = 4\pi \frac{a^2}{G},$$

式中“'”表示对 z 的微分. 令

$$A = \frac{E'}{E}, \quad (4)$$

$$B = \frac{G'}{G}, \quad (5)$$

$$D = \frac{H'}{H}. \quad (6)$$

上述四个方程等价于

$$\frac{B^2}{2} + \frac{B^2}{4} + \frac{D^2}{2} + \frac{D^2}{4} + \frac{BD}{2} = 0, \quad (7)$$

$$A^2 + \frac{B^2}{2} + \frac{B^2}{4} + \frac{D^2}{2} + \frac{D^2}{4} = 0, \quad (8)$$

$$\frac{A}{4}(B + D) + \frac{A^2}{2} = \frac{4\pi a^2}{G}, \quad (9)$$

1) 梁灿彬,李奎增,私人通讯.

$$\frac{B^1}{2} + \frac{B^2}{4} + \frac{BD}{4} = \frac{4\pi a^1}{G}. \quad (10)$$

由(7)式得

$$B + D = \frac{2}{z + C_1}.$$

通过一个简单的坐标变换, 可使 C_1 为零, 即

$$B + D = \frac{2}{z}, \quad (11)$$

代入(8)式得

$$A^1 = -\frac{B^2}{2} + \frac{B}{z}. \quad (12)$$

代入(9)–(10)式得

$$\frac{A^1}{2} + \frac{A}{2z} = \frac{B^1}{2} + \frac{B}{2z}, \quad (13)$$

则

$$A - B = \frac{\alpha}{z},$$

式中 α 为积分常数. 代入(12)式得

$$A^1 = -\frac{A^2}{2} + \frac{1+\alpha}{z} A - \frac{\alpha^2 + 2\alpha}{2z^2}. \quad (14)$$

令

$$\eta'(z) = \frac{1}{2} \eta(z) A(z), \quad (15)$$

此方程化为

$$z^2 \eta'' - (1 + \alpha) z \eta' + \frac{\alpha^2 + 2\alpha}{4} \eta = 0.$$

这是一个 Euler 方程, 其解为

$$\eta = \begin{cases} l_1 z^{\beta_1} + l_2 z^{\beta_2} & (\alpha > -2); \\ l_1 + l_2 \ln z & (\alpha = -2); \\ z^{(\alpha+2)/2} \left[l_1 \cos \left(\frac{\sqrt{-4-2\alpha}}{2} \ln z \right) + l_2 \sin \left(\frac{\sqrt{-4-2\alpha}}{2} \ln z \right) \right] & (\alpha < -2). \end{cases} \quad (16)$$

式中

$$\beta_{1,2} = \frac{\alpha + 2 \pm \sqrt{4 + 2\alpha}}{2}.$$

将 $\eta = \begin{cases} l_1 + l_2 \ln z; \\ z^{(\alpha+2)/2} \left[l_1 \cos \left(\frac{\sqrt{-4-2\alpha}}{2} \ln z \right) + l_2 \sin \left(\frac{\sqrt{-4-2\alpha}}{2} \ln z \right) \right] \end{cases}$

代入方程(9)得 $4\pi a^2$ 为负, 没有意义, 此两个解应该舍去, 故只有 $\alpha > -2$ 时所得的

$$\eta = l_1 z^{\beta_1} + l_2 z^{\beta_2} \quad (17)$$

才是所求的解。将它代入方程(9)得

$$4\pi a^2 = l_1 l_2 (4 + 2\alpha).$$

因 $4 + 2\alpha > 0$, 故要求常数 l_1, l_2 全为正或全为负。

由(15)及(4)式得

$$E = (l_1 z^{\beta_1} + l_2 z^{\beta_2})^2. \quad \text{由(14)及(5)式得}$$

$G = (l_1 z^{\beta_1} + l_2 z^{\beta_2})^2 z^{-\alpha}$. 由(11)及(6)式得 $H = (l_1 z^{\beta_1} + l_2 z^{\beta_2})^{-2} z^{\alpha+2}$. 于是得半平面对称非类光电磁场产生的半平面对称静态通解为

$$ds^2 = (l_1 z^{\beta_1} + l_2 z^{\beta_2})^2 (-dt^2 + dz^2) + z^{-\alpha} (l_1 z^{\beta_1} + l_2 z^{\beta_2})^2 dx^2 + (l_1 z^{\beta_1} + l_2 z^{\beta_2})^{-2} z^{\alpha+2} dy^2. \quad (18)$$

下面讨论所得时空的整体特性。

首先讨论时空的整体对称性。为此,求解 Killing 方程

$$\xi_{\mu;\nu} + \xi_{\nu;\mu} = 0.$$

它包括下列 10 个方程:

$$\xi_{0,0} - \frac{E'}{2E} \xi_3 = 0; \quad (19a)$$

$$\xi_{0,1} + \xi_{1,0} = 0; \quad (19b)$$

$$\xi_{0,2} + \xi_{2,0} = 0; \quad (19c)$$

$$\xi_{0,3} + \xi_{3,0} - \frac{E'}{E} \xi_0 = 0; \quad (19d)$$

$$\xi_{1,1} + \frac{G'}{2E} \xi_3 = 0; \quad (19e)$$

$$\xi_{1,2} + \xi_{2,1} = 0; \quad (19f)$$

$$\xi_{1,3} + \xi_{3,1} - \frac{G'}{G} \xi_1 = 0; \quad (19g)$$

$$\xi_{2,2} + \frac{H'}{2E} \xi_3 = 0; \quad (19h)$$

$$\xi_{2,3} + \xi_{3,2} - \frac{H'}{H} \xi_2 = 0; \quad (19i)$$

$$\xi_{3,3} - \frac{E'}{2E} \xi_3 = 0. \quad (19j)$$

由 (19j) 式得 $\xi_3 = C_3(t, x, y) \sqrt{E}$. 由 (19d) 和 (19a) 式得

$$\frac{\partial^2 \xi_3}{\partial t^2} = -\left(\frac{E'}{2E}\right)' \xi_3 + \frac{E''}{2E^2} \xi_3 - \frac{E'}{2E} \xi_{3,3}.$$

将(19j)式代入上式得

$$\frac{\partial^2 \xi_3}{\partial t^2} = -\left(\frac{E'}{2E}\right)' \xi_3 + \frac{E''}{4E^2} \xi_3, \quad \text{则} \quad \frac{\partial^2 C_3}{\partial t^2} = \left[-\left(\frac{E'}{2E}\right)' + \frac{E''}{4E^2}\right] C_3.$$

因 $-\left(\frac{E'}{2E}\right)' + \frac{E'^2}{4E^2}$ 为 z 的函数, C_3 不含 z , 故欲上式成立, 只有 $C_3 = 0$, 即

$$\xi_3 = 0$$

代入 (19d) 和 (19a) 式得

$$\xi_0 = C_0(x, y)E,$$

代入 (19g) 式并利用 (19e) 式得

$$\xi_1 = C_1(t, y)G,$$

代入 (19i) 式并利用 (19h) 式得

$$\xi_2 = C_2(t, x)H.$$

最后利用 (19b), (19c), (19f) 式, 并考虑到

$$E \propto G \propto H \propto 0$$

得

$$\frac{\partial C_0}{\partial x} = \frac{\partial C_0}{\partial y} = \frac{\partial C_1}{\partial t} = \frac{\partial C_1}{\partial y} = \frac{\partial C_2}{\partial t} = \frac{\partial C_2}{\partial x} = 0.$$

说明 C_0, C_1, C_2 都为常数. 因而只有三个线性无关的 Killing 矢量场, 而不象文献[2]求出的 B 类解那样有 6 个 Killing 矢量场. 这说明该时空只有沿 t, x, y 三个方向的三个平移对称性.

其次讨论时空的奇异性.

由 (18) 式看出, 当 $z \rightarrow 0$ 或 $l_1 z^{\beta_1} + l_2 z^{\beta_2} \rightarrow 0$ 时, 度规函数出现奇异性. 显然, 由 $l_1 z^{\beta_1} + l_2 z^{\beta_2} = 0$ 所确定的奇点个数及位置同常数 α, l_1, l_2 的取值有关. 因为 l_1 与 l_2 必须同为正数或同为负数, 故满足 $l_1 z^{\beta_1} + l_2 z^{\beta_2} = 0$ 的 z 值不可能大于零. 当常数 α 满足

$$(-1)^{\sqrt{4+2\alpha}} = -1$$

时, 度规 (18) 式有 $z = 0$ 和 $z = -\left(\frac{l_2}{l_1}\right)^{1/\sqrt{4+2\alpha}}$ 两个奇点; 当常数 α 满足

$$(-1)^{\sqrt{4+2\alpha}} = 1$$

时, 度规 (18) 式则只有 $z = 0$ 一个奇点. 例如当 $\alpha = \frac{5}{2}$, $\sqrt{4+2\alpha} = 3$ 时,

$$z = -\left(\frac{l_2}{l_1}\right)^{1/3}$$

是

$$l_1 z^{\beta_1} + l_2 z^{\beta_2} = 0$$

的根, 度规有零及 $-\left(\frac{l_2}{l_1}\right)^{1/3}$ 两个奇点; 当 $\alpha = 0$, $\sqrt{4+2\alpha} = 2$ 时,

$$l_1 z^{\beta_1} + l_2 z^{\beta_2} = 0$$

无解, 度规只有 $z = 0$ 一个奇点.

上面所谈的度规函数的奇异性可能只是坐标奇异性. 它们是否为本性奇异性, 应按照本性奇异性定义来判断. 按照文献[5, 6], 如果一个不可延拓时空存在一条以上不完备

测地线,就说这时空具有本性奇异性. 因此,首先应计算时空是否存在不完备测地线. 如果存在,还要进一步计算 $g_{ab}R^{ab}$, $R_{ab}R^{ab}$, $R_{abcd}R^{abcd}$ 等与曲率有关的不变量沿这些不完备测地线趋于奇点时是否发散. 如果存在一个发散的曲率不变量,可以说时空是不可延拓的,因而是奇异的. 但是,若某个曲率不变量沿某条测地线发散,但该测地线的仿射参数也沿该方向趋于无穷(即该测地线完备),这意味着只有当观者沿该线“走向无限远”时才遇到曲率不变量的发散现象,不能据此就说时空是奇异的.

因此,为了判断 $z=0$ 和 $z=-\left(\frac{l_2}{l_1}\right)^{1/\sqrt{4+2\alpha}}$ 是否只是坐标奇异性,先研究类时、类光测地线的完备性. 这可以利用时空的整体对称性较方便地得出结论.

因为这个时空具有三个 Killing 矢量 $\left(\frac{\partial}{\partial x}\right)^a$, $\left(\frac{\partial}{\partial y}\right)^a$, $\left(\frac{\partial}{\partial t}\right)^a$, 则沿测地线运动时粒子的能量 W 和动量分量 P_x , P_y 为常数. 设测地线之切矢为 $\left(\frac{\partial}{\partial \lambda}\right)^a$, 则有

$$\begin{aligned} W &= -g_{ab}\left(\frac{\partial}{\partial \lambda}\right)^a\left(\frac{\partial}{\partial t}\right)^b = (l_1 z^{\beta_1} + l_2 z^{\beta_2})^2 \frac{dt}{d\lambda}, \\ P_x &= g_{ab}\left(\frac{\partial}{\partial \lambda}\right)^a\left(\frac{\partial}{\partial x}\right)^b = z^{-\alpha}(l_1 z^{\beta_1} + l_2 z^{\beta_2})^2 \frac{dx}{d\lambda}, \\ P_y &= g_{ab}\left(\frac{\partial}{\partial \lambda}\right)^a\left(\frac{\partial}{\partial y}\right)^b = z^{\alpha+2}(l_1 z^{\beta_1} + l_2 z^{\beta_2})^{-2} \frac{dy}{d\lambda}, \end{aligned}$$

代入

$$g_{00}\left(\frac{dt}{d\lambda}\right)^2 + g_{11}\left(\frac{dx}{d\lambda}\right)^2 + g_{22}\left(\frac{dy}{d\lambda}\right)^2 + g_{33}\left(\frac{dz}{d\lambda}\right)^2 = -\mu^2,$$

得

$$\begin{aligned} \left(\frac{dz}{d\lambda}\right)^2 &= (l_1 z^{\beta_1} + l_2 z^{\beta_2})^{-4} [W^2 - z^{\alpha} P_x^2 - z^{-\alpha-2} (l_1 z^{\beta_1} + l_2 z^{\beta_2})^4 P_y^2 \\ &\quad - \mu^2 (l_1 z^{\beta_1} + l_2 z^{\beta_2})^2], \end{aligned} \quad (20)$$

式中 μ^2 可取 0, 1 两个值, $\mu^2=0$ 代表类光测地线, $\mu^2=1$ 代表类时测地线.

从(20)式可见,类光或类时测地线的仿射参数 λ 只是坐标 z 的函数. 因为 $\left(\frac{dz}{d\lambda}\right)^2$ 恒大于零,则在测地线上各点,(20)式等号右边都应大于零. 右边方括号中包括四项,在 $z>0$ 时,除第一项外,其它三项都为负,这就使右边有取负的可能,而使该式无意义. 因此,测地线的 z 值可能局限于某一区域而不能到达 $z=0$ 和 $z=-\left(\frac{l_2}{l_1}\right)^{1/\sqrt{4+2\alpha}}$. 这时测地线一定是完备的.

在(20)式中,无论 μ^2 是否为零,当 $z \rightarrow -\left(\frac{l_2}{l_1}\right)^{1/\sqrt{4+2\alpha}}$, 即 $l_1 z^{\beta_1} + l_2 z^{\beta_2} \rightarrow 0$ 时,第三、四项也趋于零,第二项趋于某一常数. 因而,只要 W 足够大,(20)式等号右边总能保证大于零. 这就说明,类时、类光测地线总能到达 $z=-\left(\frac{l_2}{l_1}\right)^{1/\sqrt{4+2\alpha}}$, 且仿射参数有限,

具有测地不完备性。但到达 $z=0$ 的测地线的行为却不同。为了便于讨论, 按 α 的不同取值, 分以下几种情况。

1. $0 > \alpha > -2$

因 $\alpha + 2 < \sqrt{4 + 2\alpha}$, 当 $z \rightarrow 0$ 时,

$z^\alpha \rightarrow \infty$,

$$z^{-\alpha-2}(l_1 z^{\beta_1} + l_2 z^{\beta_2})^4 = (l_1 z^{\frac{\alpha+2+\sqrt{4+2\alpha}}{4}} + l_2 z^{\frac{\alpha+2-\sqrt{4+2\alpha}}{4}})^4 \rightarrow \infty,$$

$$(l_1 z^{\beta_1} + l_2 z^{\beta_2})^2 = [l_1 z^{\frac{1}{2}(\alpha+2+\sqrt{4+2\alpha})} + l_2 z^{\frac{1}{2}(\alpha+2-\sqrt{4+2\alpha})}]^2 \rightarrow \infty.$$

只要 μ^2 , P_z , P_y 三者中有一个不为零, 在 $z \rightarrow 0$ 时, (19) 式等号右边都趋于负无穷大, 与 $(\frac{dz}{d\lambda})^2$ 必须为正相矛盾。故在这种情况下, 除了在 $t-z$ 面内的类光测地线可以到达 $z=0$ 外, 其它的类时、类光测地线在接近 $z=0$ 的某一个 z_0 值处都有一个转折点, 使该测地线不能到达 $z=0$ 。

计算 $t-z$ 面内类光测地线之仿射参数

$$\begin{aligned} \lambda &= \frac{1}{W} \int_{z_0}^0 (l_1 z^{\beta_1} + l_2 z^{\beta_2})^2 dz \\ &= \frac{1}{W} \left[\frac{l_1^2}{2\beta_1 + 1} z^{2\beta_1+1} + \frac{2l_1 l_2}{\beta_1 + \beta_2 + 1} z^{\beta_1+\beta_2+1} + \frac{l_2^2}{2\beta_2 + 1} z^{2\beta_2+1} \right]_{z_0}^0. \end{aligned}$$

因此时 $2\beta_2 + 1 = \alpha + 2 - \sqrt{4 + 2\alpha} + 1 > 0$, 故 λ 为一有限值。说明 $t-z$ 面内类光测地线不完备, 即该时空为测地不完备时空。

2. $0 < \alpha < 6$

这时有 $2\sqrt{4 + 2\alpha} > \alpha + 2 > \sqrt{4 + 2\alpha}$, 当 $z \rightarrow 0$ 时,

$z^\alpha \rightarrow 0$, $z^{-\alpha-2}(l_1 z^{\beta_1} + l_2 z^{\beta_2})^4 \rightarrow \infty$,

$(l_1 z^{\beta_1} + l_2 z^{\beta_2})^2 \rightarrow 0$,

则只有 $P_y \neq 0$ 的类时、类光测地线在某一 z_0 值有转折点而不能到达 $z=0$, 其余的类时、类光测地线都可到达。在 $t-z$ 面的类光测地线之仿射参数 λ 仍为一有限值, 该时空仍为测地不完备时空。

3. $\alpha > 6$

此时 $\alpha + 2 > 2\sqrt{4 + 2\alpha}$, 当 $z \rightarrow 0$ 时,

$z^\alpha \rightarrow 0$, $z^{-\alpha-2}(l_1 z^{\beta_1} + l_2 z^{\beta_2})^4 \rightarrow 0$,

$(l_1 z^{\beta_1} + l_2 z^{\beta_2})^2 \rightarrow 0$ 。

因此, 任意类时、类光测地线都可到达 $z=0$ 而无转折点。同样可求出 $t-z$ 面内的类光测地线之仿射参量为有限, 因而该时空仍为测地不完备时空。

由此可见, 无论 α 为何值, 度规(18)式代表的时空都是测地不完备时空。但 $z=0$ 和 $z = -\left(\frac{l_2}{l_1}\right)^{\frac{1}{\sqrt{4+2\alpha}}}$ 是否真是本性奇异性, 尚需计算与曲率有关的不变量。

由度规(18)式求出

$$R_{\mu\nu}R^{\mu\nu} = 16\pi^2 a^2 \frac{(l_1 z^{\beta_1} + l_2 z^{\beta_2})^4 z^\alpha + z^{3\alpha+2}}{(l_1 z^{\beta_1} + l_2 z^{\beta_2})^{10}}.$$

显然,有

$$\lim_{z \rightarrow 0} R_{\mu\nu}R^{\mu\nu} = \infty,$$

$$\lim_{z \rightarrow -\left(\frac{l_2}{l_1}\right)^{1/\sqrt{4+2\alpha}}} R_{\mu\nu}R^{\mu\nu} = \infty,$$

即 $z \rightarrow 0$ 和 $z \rightarrow -\left(\frac{l_2}{l_1}\right)^{1/\sqrt{4+2\alpha}}$ 时, $R_{\mu\nu}R^{\mu\nu}$ 发散,因而具有曲率不变量奇异性(亦称标量多项式曲率奇异性,即 s. p. 曲率奇异性^[3]), (18)式代表的时空为不可延拓时空. 这说明时空在 $z = 0$ 和 $z = -\left(\frac{l_2}{l_1}\right)^{1/\sqrt{4+2\alpha}}$ 处具有本性奇异性,不可能通过任何坐标变换来消除.

- [1] Li Jian-zeng & Liang Can-bin, *Chinese Phys. Lett.*, 2(1985), 23.
- [2] Li Jian-zeng & Liang Can-bin, *Gen. Rel. Grav.*, 17(1985), 1001.
- [3] Kuang Zhi-quan, Li Jian-zeng & Liang Can-bin, *Gen. Rel. Grav.*, 19(1987), 345.
- [4] D. Kramer *et al.*, *Exact Solution of Einstein's Field Equations*, Cambridge University Press, Cambridge, England, (1980), p. 70.
- [5] S. W. Hawking & G. F. R. Ellis, *The large scale structure of space-time*, Cambridge Univ. Press, Cambridge, England, (1973), p. 256.
- [6] M. Wald, *General Relativity*, Chicago Univ. Press. Chicago, U. S. A., (1984), p. 211.

SEMI-PLANE-SYMMETRIC GENERAL SOLUTION GENERATED BY SEMI-PLANE-SYMMETRIC NON-NULL ELECTROMAGNETIC FIELDS

LI JIAN-ZENG

(Department of Physics, Beijing Broadcasting Institute)

LIANG CAN-BIN

(Department of Physics, Beijing Normal University)

ABSTRACT

The semi-plane-symmetric static general solution generated by semi-plane-symmetric non-null electromagnetic fields is obtained. We prove that there are only three Killing vector fields $\partial/\partial x$, $\partial/\partial y$ and $\partial/\partial t$ in this kind of space-times. The space-time singularity is also investigated. It is shown that all these space-times are geodesically incomplete, and all incomplete geodesics correspond to scalar polynomial curvature singularities.