第39卷 第9期 物 理 学 报 Vol. 39, No. 9
1990年9月 ACTA PHYSICA SINICA Sept., 1990

复连通二维电子系统电阻量子化的理论解释*

彭建平 周世勋
复旦大学物理系,上海,200433

1989年11月17日收到

本文论证,单连通的二维电子体系,在低温、强磁场等条件下,其两端电阻精确地等于量子化霍耳电阻 h/fe^2, f 为 Landau 填充因数. 并以此为基础,解释了复连通二维电子系统的电阻量子化.

PACC: 7220; 7340M; 7215G

自从整数量子化霍耳效应 (IQHE)[1] 和分数量子化霍耳效应 (FQHE)[2] 被发现以来,二维电子气在强磁场下的量子输运特性引起人们浓厚兴趣[3,4,7,8]. Fang 和 Stiles 的实验[3,4]证明了下列事实: (1) 当 QHE 发生时,二维电子气内部没损耗,损耗只发生在电流进入或渗出的交界线附近; (2) 对于单连通体系,源-漏两端电阻精确地等于量子化霍耳电阻值,跟电子气的形状和尺寸无关; (3) 对于多连通体系,两端电阻等于 $(i/j)h/e^2$,根据不同的连接方法, i, j 分别具有不同的整数值.

Fang 和 Stiles 用一个唯象模型解释了(3)[4]. 他们的模型如图1所示,对于开放的处于量子霍耳区的二维电子系统,电极分别接在边缘上. 电极 m 处于电压 V_m,并有电流 I_m 注入电子系统,按顺时针或者逆时针给电极编号,当相邻电极满足条件

$$\frac{V_{m+1}-V_m}{I_m}=\frac{h}{fe^2}=R_Q \tag{1}$$

时,式中 f 为 Landau 填充因数,按电极的连接方式取边界条件,例如,当 $V_k=V_l$ 时,有 $I_k=-I_l$ 等,任何两端电阻 $R_{ab}=(V_b-V_a)/I_a$ 均可精确求出. 本文将直接以单连通体系的二端电阻量子化为基础,根据电极的具体连接方式,用电路网络理论来解释这一现象.

如图2所示,二维电子系统在加垂直方向的强磁场后, Landau 填充因数为 f,源极和漏极的电压分别为 V_s, V_d,当通以电流 I 时,上端电压 V_u 和下端电压 V_l 在发生量子化霍耳效应时应满足

$$\frac{V_u-V_l}{I}=\frac{h}{fe^2}. \tag{2}$$

* 国家自然科学基金和国家高等教育委员会基金资助的课题.

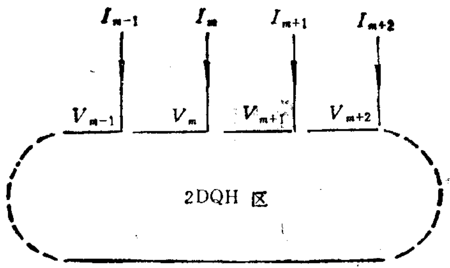

图 1 处于量子霍耳区，带有多个边缘电极的二维电子气模型，

$$\frac{V_{m+1}-V_m}{I_m}=\frac{h}{fe^2}=R_Q$$

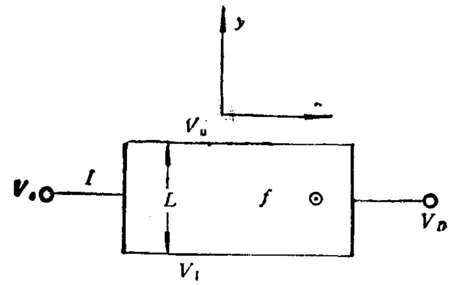

图 2 单连通的霍耳电桥

这里 f 为 IQHE 或 FQHE. 在电子系统内部，电流穿过时无损耗，损耗只发生有电子系统与源极或漏极的交界线上. 所以，只需考虑交界线上的情况.

两维电子气在低温下与强磁场相互作用，电子在二维空间分布不再均匀，电子的分布概率形成点阵，与此相辅相成而存在有 vortex 点阵，平均地讲，f 个电子对应一个基本磁通量子 (h/e)[6]. 至于源和漏这样的粒子库，其填充因数可认为很大 $(f\to\infty)$. 把电子穿过交界看成一种"隧道穿透"，则当一个电子在位置 y 穿过交界线时，相当产生了 $1/f$ 个 vortex，产生的 vortex 朝上或朝下运动，(具体方向由电流和磁场的取向决定). 这样，在交界线的两侧，源与电子体系的电势差 $\Delta V(y)$ 必须满足 Josephson 关系[5]:

$$\frac{d\Delta\varphi(y)}{dt}=\frac{e}{\hbar}\Delta V(y). \tag{3}$$

当一个 vortex 穿过时，产生的位相滑移 (phase slipage) 为 2π，这样，在源极附近，$\Delta V(y)$ 就可决定

$$\Delta V(y)=\frac{h}{fe^2}\int_y^L J(y)dy. \tag{4}$$

式中 $J(y)$ 为线电流密度，L 为交界线的长度.

取上端和下端两个积分限，可得

$$V_s=V_u; \tag{5a}$$

$$\frac{V_s-V_l}{I}=\frac{h}{fe^2}. \tag{5b}$$

同样的分析可知，电子由系统内部流入漏极时，对应于 vortex 消失，vortex 在交界线上运动方向正好与前面相反，在漏极附近

$$\Delta V(y)=\frac{h}{fe^2}\int_0^y J(y)dy, \tag{6}$$

取上端和下端两个积分限，得

$$V_l=V_d; \tag{7a}$$

$$\frac{V_u-V_d}{I}=\frac{h}{fe^2}. \tag{7b}$$

由方程 (5b),(7b) 得

$$\frac{V_s - V_d}{I} = \frac{h}{fe^2}. \tag{8}$$

即源-漏之间的电压总是量子化的，其电阻值严格等于量子化霍耳电阻，这正是实验[3]中所观察到的．另外，由 5(a)，7(a) 可知，交界线的一端总是没有电压降，这也被实验所证实．这说明 vortex 在描述电子气在强磁场下的量子传输现象中起着至关重要的作用．关于更普遍情形下的两端电阻量子化，在另文中有详细讨论[7]．

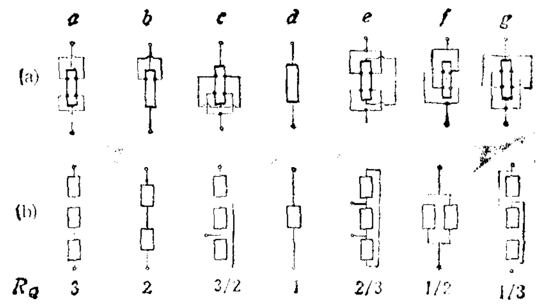

图 3 （a）实验中采用的电极连接方式；（b）转换成单连通电子气组成网络，每块的两端电阻为 $R_Q = \frac{h}{fe^2}$

Fang 和 Stiles 的实验[4] 用六端霍耳电桥，样品的迁移率超过 $10^4\ \mathrm{cm^2/vs}$，所以加上强磁场后能观察到量子化霍耳效应，当电极以不同的方式连接时（图 3(a)），在两圆圈之间的电阻，以 $R_Q = h/fe^2$ 为单位，分别等于 3，2，3/2，1，2/3，1/2，1/3，其精度可达到百万分之几，且结果跟形状和尺寸无关．

把复连通的电子体系分解成单连通电子体系的串联和并联．具体作法如下：在用导线连接起来的两端点之间作等势线（图 3 中 f 用虚线表示）．由于沿此线不存在霍耳效应，说明等势线附近电子气的性质与两维体系内部电子气的性质不相同，所以可以把此线看成交界线，交界线附近的区域，等效于具有恒定电势、其行为与源、漏相同的粒子库．当电流穿过交界线时，(5) 和 (7) 式同样适用．以图 3 (a) 中 a 为例，复连通的导线在电子气内部产生两个交界区域，等效于把电子气分成三个串联起来的单连通区域，见图 3 (b) 中 a．因单个单连通区域的两端电阻为 R_Q，所以，总的电阻值为 3 R_Q．同样的分析可把图 3 (a) 的各种情形等效地示于图 3 (b)，显然，结果与模型 (1) 和实验完全相同．

最后，还需指出，此模型只考虑理想情形（$\rho_{xx} = 0$）．当发生量子化霍耳效应时，如果 ρ_{xx} 不是严格等于零，那么电阻值将会偏离严格的量子化值．

[1] K. von Klitzing, G. Dorda and M. Pepper, *Phys. Rev. lett.*, **45**(1980), 494.
[2] D. C. Tsui, H. L. Stormer and A. C. Gossard, *Phys. Rev. Lett.*, **48**(1982), 1559.
[3] F. F. Fang ang P. J. Stiles, *Phys. Rev.*, **B27**(1983), 6487.
[4] F. F. Fang and P. J. Stiles, *Phys. Rev.*, **B29**(1984), 3749.
[5] P. W. Anderson, *Rev. Mod. Phys.*, 38(1966), 298.
[6] J. P. Peng, *Phys. Lett.*, **A129**(1988), 124; *Phys. Lett.*, **A129**(1988), 127.
[7] Jian-ping Peng and Shi-xun Zhou, to be published in *Phys. Rev.*, B.
[8] D. A. Syphers and P. J. Stiles *Phys. Rev.*, **B32**(1985), 6620.

EXPLANATION OF THE QUANTIZED MAGNETORESISTANCE IN MULTPLY CONNECTED PERIMETERS IN TWO-DIMENSION ELECTRON SYSTEMS

PENG JIAN-PING ZHOU SHI-XUN

Department of Physics, Fudan University, Shanghai, 200433

(Received 17 November 1989)

ABSTRACT

We explain the quantized magnetoresistance in multiply connected perimeters in two-dimensional systems observed by Fang and Stiles based in terms of a model which states that the two-terminal resistance of a two-dimensional electron system in a quantizing magnetic field in any open geometry is given by h/fe^2, where f is the Landau filling factor.

PACC: 7220; 7340M; 7215G