

均匀外场中扩散控制聚集集团 标度性质的实验

冯 跃 新

江西电视大学,南昌,330003

冯 昌 京

江西水利规划设计院,南昌,330029

1989 年 9 月 11 日收到

本文采用无分岔扩散控制聚集 (DLA) 模型,利用计算机模拟均匀外场中微小颗粒的不可逆生长过程,发现均匀外场的存在将改变生长集团的标度性质,对在均匀外场中生长的 DLA,集团的豪斯道夫维数 D 与均匀外场 F 之间存在函数关系: $D = 2.50F^{0.37}\exp(-1.08F) + 1$.

PACC: 0540

一、引 言

微小颗粒通过不可逆的聚集生长成一个大集团的过程是一种非常普遍的自然现象(如大气中尘埃的聚集、电沉淀和晶体的枝蔓生长等)。这类非平衡过程的一个显著特点就是生长成一个具有随机分形结构的集团。通常人们用豪斯道夫维数 D 来描述这个集团。由于 Witten 和 Sander 提出的 DLA 模型^[1]成功地模拟了不可逆聚集的生长过程,从而引起人们对这一领域的极大兴趣^[2]。在 Witten 和 Sander 提出的 DLA 模型中,为了讨论方便,忽略掉粒子之间的相互作用,并且不考虑外场的作用,使粒子成为自由行走的粒子。然而,在实际的生长过程中,随机行走的粒子总是或多或少地受到外力的影响,如集团的微弱引力,带电粒子受到的电磁力等,因此,研究外场对生长集团的影响是很重要的。最近,人们已从理论上研究将外场引入 DLA 的生长中^[3],并对生长集团的标度性质作了一些预测。本文主要从模拟实验的角度来探讨均匀外场对 DLA 的影响,采用无分岔的 DLA 模型^[4,5]。实验结果表明,在均匀外场中,集团的豪斯道夫维数 D 与外场 F 存在函数关系:

$$D = 2.50F^{0.37}\exp(-1.08F) + 1.$$

二、实 验 方 法

如图1,建立一正方晶格,使晶格中的某一条线上放满种粒子,称之为底线。在底线上

方随机出现一个粒子,然后开始在四个方向等几率地随机行走,考虑均匀外场时,粒子沿四个方向行走的几率要改变^[3],设外场 $\mathbf{F} = -F\mathbf{e}_y$, 则四个方向的几率分别是:

$$P_1 = P_3 = 1/4, P_2 = 1/4 - F, P_4 = 1/4 + F.$$

当行走的粒子到达底线上方最近邻点时,粒子即被粘住,同时在该处往上长一个单位高度.另一粒子随机产生,开始新的行走.由于是无分岔模型,当行走粒子和生长出来的棒状物的左右相接触时,粒子并不粘着,而是弹回,只有在棒的顶端才发生粘着.由于计算机的容量有限,不可能使底线无限长.因此,必然要出现边界,我们将边界看成是弹性的,即粒子遇到边界后就被弹回.这可以这样来理解,如图2,考虑一个无限大的生长区域,考虑粒子在 a 处的活动情况,当粒子从右方行走到 a 处时,穿透和反弹的几率各是 $1/2$ (不考虑上下方向),同样,粒子从左方行走到 a 处后,穿透和反弹的几率也各是 $1/2$. 由

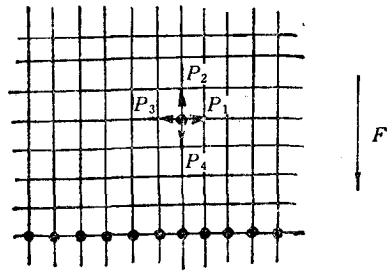


图1 均匀外场中无分岔 DLA 模型
粒子随机行走示意图

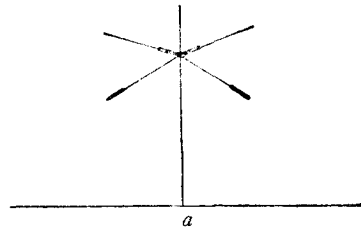


图2 随机行走粒子在边界上行走的情况

于左右粒子行走到 a 处的几率是一样的,因此,粒子从右方行走到 a 处的几率应当等于粒子从 a 处向右行走的几率,因此, a 处就好像是一个弹性边界.当集团生长到一定高度时,实验就结束.生长高度由粒子生长的饱和实验确定.对不同的外场值,其要求的生长高度是不同的.图3给出了两种不同的 F 值时,各种生长高度 R 对应的集团密度 N 随 r 变化的情况.

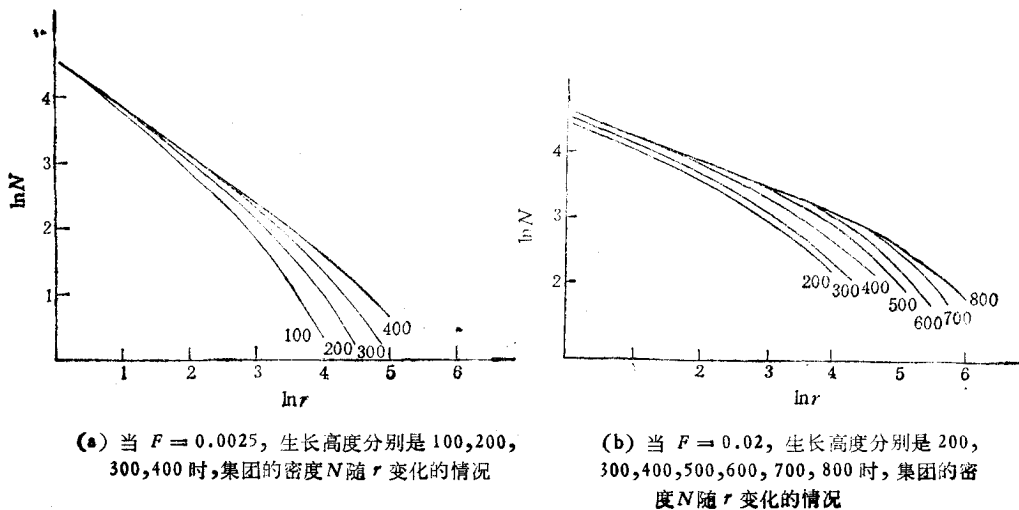


图 3

三、实验结果与讨论

图 4 是在不同均匀外场 F 中生长的集团的豪斯道夫维数 D 。 D 是这样定义的^[1,4]:

$$N(r) = 100r^{-\alpha}, \quad (1)$$

$$D = d - \alpha, \quad (2)$$

式中 r 是离底线的高度, $N(r)$ 是等于和大于这一高度的生长物的数目, d 是空间维数, 在此, $d = 2$ 。

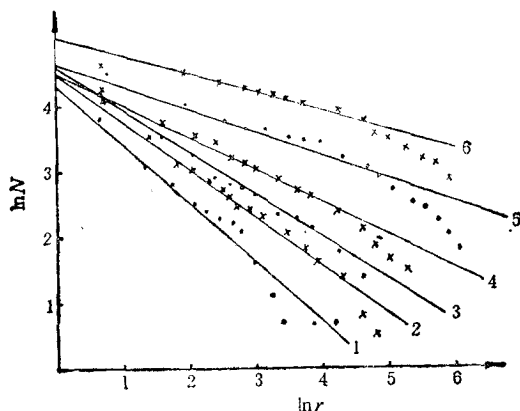


图 4 不同均匀外场 F 中 n 随 r 变化的情况
曲线 1 是 $F = 0$, $R = 300$, $N \sim r^{-0.92}$; 曲线 2 是 $F = 0.0025$, $R = 400$, $N \sim r^{-0.74}$; 曲线 3 是 $F = 0.005$, $R = 400$, $N \sim r^{-0.65}$; 曲线 4 是 $F = 0.01$, $R = 500$, $N \sim r^{-0.51}$; 曲线 5 是 $F = 0.02$, $R = 800$, $N \sim r^{-0.40}$; 曲线 6 是 $F = 0.05$, $R = 800$, $N \sim r^{-0.23}$

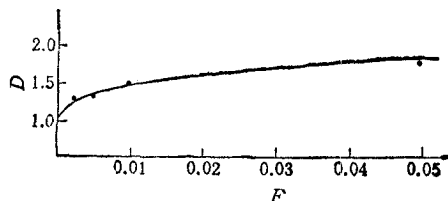


图 5 集团的豪斯道夫维数 D 随均匀外场 F 变化的情况。

图 5 表示 D 随 F 变化的情况。曲线是 $D = 2.50F^{0.37} \exp(-1.08F) + 1$, 圆点是实验值。

从以上的实验结果来看, 外场的存在, 使集团的豪斯道夫维数 D 发生了变化。对此, 可以这样理解: 在粒子的不可逆生长中, 由于高的生长物能优先得到入射粒子, 因此, 形成了对低矮物的屏蔽。集团的豪斯道夫维数 D 与这种屏蔽有很大的关系。而外场的引入, 使粒子沿外场方向运动的几率增加, 对屏蔽产生一定的破坏作用, 因此, 集团的豪斯道夫维数 D 跟着发生改变。但如何从理论上解决这个问题, 还有待进一步探讨。

- [1] T. Witten *et al.*, *Phys. Rev. Lett.*, **47**(1981), 1400.
- [2] H. J. Herrmann, *Phys. Rep.*, **136**(1986), 153.
- [3] 余江、胡岗, *物理学报*, **37**(1988), 1486.
- [4] P. Meakin, *Phys. Rev.*, **A33**(1986), 1984.
- [5] G. Rossi, *Phys. Rev.*, **A34**(1986), 3543.

AN EXPERIMENTAL STUDY ON SCALING PROPERTIES OF DIFFUSIONLIMITED AGGREGATION IN UNIFORM EXTERNAL FIELDS

FENG YUB-XIN

Jiangxi Television University, Nanchang, 330003

FENG CHANG-JING

Jiangxi Institute of Water Conservancy Designing, Nanchang, 330029

(Received 11 September 1989)

ABSTRACT

In this article, we found that scaling properties of the cluster are changed by uniform external fields, when we adopted the model of diffusion-limited aggregation without branching to simulate the irreversible aggregation of small particles in uniform external fields. The relationship between Hausdorff dimension D of the cluster and uniform external fields has been found:

$$D = 2.50 F^{0.37} \exp(-1.08 F) + 1$$

P ACC: 0540