

输运与撕裂模相互作用下等离子体的 时空结构

张 澄 邓晓华 霍裕平

中国科学院等离子体物理研究所, 合肥, 230031

1989 年 11 月 27 日收到

本文应用等离子体一维输运模型与撕裂模理论, 对于不同的输运模型和托卡马克放电参数下撕裂模的演变进行了数值研究。结果表明, 能量过程是影响等离子体宏观稳定性行为的一个不可低估的重要因素, 它们与磁流体稳定性的相互影响, 会使其磁流体形态构成多种时间或空间结构, 等离子体温度、密度等宏观参量也将表现出不同的时空特征。

PACC: 5225; 5235; 5225F; 5265

一、引 言

磁约束等离子体的宏观稳定性对其约束具有极大的重要性, 在托卡马克中, 各种磁流体动力学 (MHD) 不稳定性导致带电粒子的能量损失或输运系数的异常增大, 甚至导致放电的大破裂。另一方面, MHD 不稳定性的发生与发展又直接依赖于等离子体的剖面分布, 而各宏观参量的剖面分布都将由等离子体的输运过程所决定。因此, 研究能量输运过程与 MHD 行为的相互影响是很有意义的^[1]。

我们将等离子体输运过程与撕裂模不稳定性过程相耦合, 得到在撕裂模影响下等离子体宏观参量的时空演变, 同时也得到考虑了输运过程的影响时, 撕裂模稳定性参数与磁岛的演化。

需要着重指出的是, 我们的结果表明, 等离子体输运性质以及密度、杂质状况、边界 q 值等实验条件, 是影响 MHD 行为的极为敏感的因素。在某些条件下, 磁岛的宽度周期性振荡, 与此同时, 等离子体温度、密度、约束时间、环电压以及角向 β 值 (对应于实验中的逆磁信号) 等宏观参量, 也表现出相应的振荡特性。而上述敏感条件微小的改变, 则会使磁岛及诸宏观参量呈现完全不同的时空特征, 振荡消失, 各物理量表现为单调的变化, 显示了托卡马克中磁约束等离子体作为一个复杂的非线性体系的特征。

还需要指出的是, 研究结果表明, 除了人们一般讨论的 $m=1$ 内模诱发的锯齿振荡, 在中心 q 值大于 1 时, 没有内模的影响, $m=2$, $n=1$ 撕裂模也可以引起锯齿振荡。

我们的研究还表明, 撕裂模与输运的耦合, 不仅会出现一千赫兹数量级的低频振荡, 还可能在 MHD 行为上出现或与低频同时出现几十千赫兹数量级的高频振荡, 这一高频振荡与磁岛区高度反常的输运相关联。

上述结果在时空结构的基本特征及其与放电运行参数关系的趋势上,与托卡马克实验现象相符^[2].

二、理论模型

1. 输运过程的模型

在研究中对等离子体的输运过程做了详细的考虑,不仅包括电子与离子的能量平衡方程、磁扩散方程,还包括粒子的连续性方程、中性粒子方程,考虑了粒子的再循环过程. 电子的能量损失包括热导、扩散、离化、辐射以及电子与离子的热交换等,离子的能量损失包括离子热导、扩散及电荷交换损失等. 杂质行为用 Z_{eff} 模拟,并考虑了由杂质引起的韧致辐射、复合辐射和线辐射损失.

几个主要的输运方程可表示为

$$\begin{aligned}\frac{\partial n_e}{\partial t} &= -\nabla \cdot \Gamma_e + S_e \\ \frac{3}{2} n_e \frac{\partial T_e}{\partial t} &= \eta j^2 - \nabla \cdot q_e - Q_{ei} - Q_r - Q_{ion} - T_e \nabla \cdot \Gamma_e - \frac{3}{2} T_e S_e \\ \frac{3}{2} n_i \frac{\partial T_i}{\partial t} &= Q_{ei} - \nabla \cdot q_i - Q_{ex} - T_i \nabla \cdot \Gamma_i - \frac{3}{2} T_i S_i \\ \frac{\partial B_\theta}{\partial t} &= \frac{\partial(\eta j)}{\partial r} \\ i &= \frac{1}{\mu_0} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r B_\theta)\end{aligned}$$

其中 n_e 为电子密度, n_i 为离子密度, T_e , T_i 为电子温度与离子温度, Q_{ei} 为电子与离子的热交换, Q_r , Q_{ion} , Q_{ex} 分别为辐射、离化与电荷交换损失, S_e , S_i 为离化引起的电子源项与离子源项, Γ_e , q_e 为电子的粒子通量与热通量, Γ_i , q_i 为离子的粒子通量与热通量. B_θ 为角向磁场强度, i 为等离子体电流, η 为电阻率.

2. 撕裂模对输运的影响

等离子体的能量与粒子输运在磁岛区有较大的反常,我们用唯象的方法来模拟这一反常,即

$$\chi = \chi_0 \left[1 + c_{MHD} \left(1 - \left(\frac{x_i}{h} \right)^2 \right) \right] \quad (x_i \leq h),$$

其中 χ_0 为未考虑 MHD 不稳定性影响的输运系数(离子热导为新经典模型,电子热导与扩散为反常输运模型), x_i 为与磁岛中心的距离, h 为磁岛半宽度; x_i 与 h 都已对等离子体小半径约化. c_{MHD} 描述了磁岛区输运的增大,在计算中我们取 c_{MHD} 为 100. 由于该参数仅影响共振面附近局部区域内的输运系数,其作用是使磁岛区的温度因输运的增大而迅速拉平,所以它不是影响等离子体整体约束性质的敏感参数.

在 $m=1$ 内模区,等离子体输运也有反常的增大,做类似的模拟,有

$$\chi = \chi_0 \left[1 + c_{\text{MHD}} \left(1 - \frac{3}{4} \left(\frac{r}{r_1} \right)^2 \right)^2 \right] \quad \left(r^2 < \frac{4}{3} r_1^2 \right),$$

其中 r_1 为 $q = 1$ 面的半径。由 $m = 1$ 内模引起的有效阻抗可表示为

$$\eta_1 = c(1 - q_0) \left(1 - \frac{3}{4} \left(\frac{r}{r_1} \right)^2 \right)^2 \quad \left(r^2 < \frac{4}{3} r_1^2 \right)^{[3]}$$

其中 q_0 为等离子体中心处的安全因子。

3. 撕裂模的模型

径向扰动磁场 B_r 的方程如下:

$$\frac{d}{dr} \left(r \frac{d}{dr} (r B_r) \right) - \left(m^2 + \frac{dj/dr}{(B_\theta/r^2)(1 - nq/m)} \right) B_r = 0$$

其中 m, n 分别为模的角向与环向模数, i 为电流密度, 它受输运过程的影响。撕裂模的增长率由 Rutherford 理论给出^[4], 有

$$\frac{d\omega}{dt} = 1.66 \frac{\eta(r_s)}{\mu_0} \frac{\Delta(\omega)}{r_s}$$

$$\Delta(\omega) = \frac{\phi' \left(r_s + \frac{\omega}{2} \right) - \phi' \left(r_s - \frac{\omega}{2} \right)}{\phi_s / r_s}.$$

其中 ω 为磁岛宽度, r_s 为共振面半径, ω 与 r_s 都已对等离子体小半径约化, $\phi = r B_r$, Δ 为稳定性因子。我们可以求出各时刻撕裂模的共振面位置与 ϕ 分布, 进而得到稳定性因子与磁岛宽度, 于是得到输运方程与撕裂模不稳定性相互耦合下的时空演变。

在柱形近似下建立起计算机编码, 对上述理论模型进行计算研究, 托卡马克参数采用小半径为 12cm, 大半径为 45cm, 纵场强度为 7kG, 运行参数为 $q_s = 3-4.1$, $\bar{n}_e = (1-3) \times 10^{13} \text{cm}^{-3}$ 。

三、主要结果

1. $q_0 > 1$ 与 $q_0 < 1$ 两类放电条件下的大尺度低频锯齿振荡

图 1 至图 4 为 $q_s = 3$, 电流分布比较平坦, 中心 q 值大于 1 时, $m = 2, n = 1$ 撕裂模的稳定性因子、磁岛半宽度、共振面位置以及磁岛在等离子体柱中的径向位置随时间的变化。它们都以约 1kHz 的频率做周期性振荡。这一周期性变化不仅表现在 MHD 行为上, 也同时反映于等离子体的宏观参量性质。图 5 与图 6 分别为中心电子温度与能量约束时间随时间的变化。图 7 则表示在 2/1 模磁岛区内侧与外侧锯齿的倒向。以上结果清楚地展示了 $m = 2, n = 1$ 撕裂模与输运耦合所产生的锯齿振荡, 它与人们通常考虑的 $m = 1$ 内模无关。

下面给出当中心 q 值小于 1, 即电流分布比较尖时, $m = 1$ 内模与 2/1, 3/2 撕裂模同时起作用下的锯齿振荡。图 8 表示 $q = 1$ 面的半径、3/2 模与 2/1 模的共振面位置以及磁岛宽度的时间演变, 可以看到它们呈现频率为 1kHz 数量级的周期变化。MHD 不稳

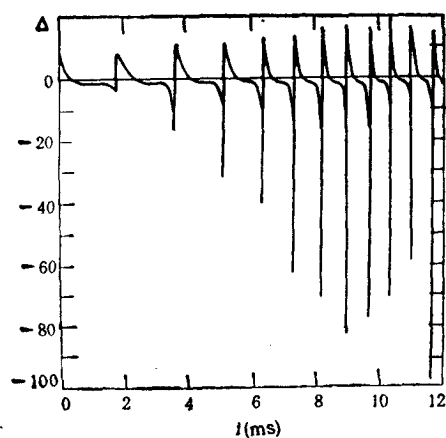


图 1 稳定性因子随时间的变化

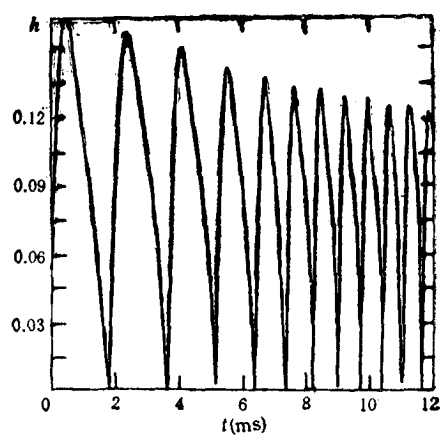


图 2 磁岛半宽度随时间的变化

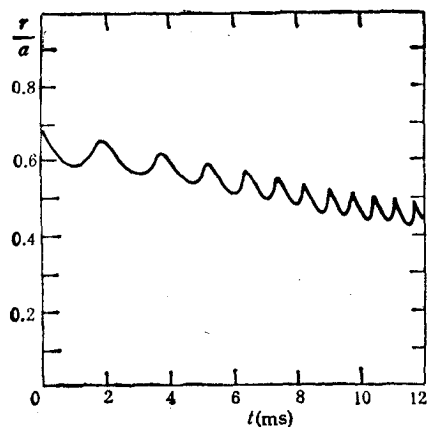


图 3 2/1 模共振面位置随时间的变化

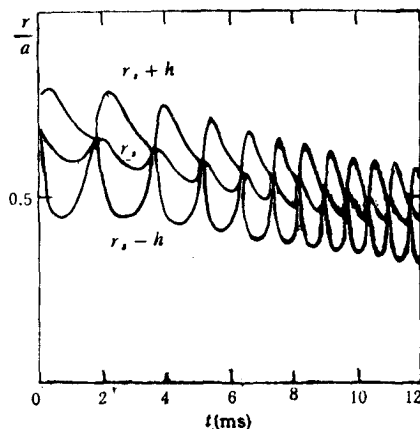


图 4 2/1 模磁岛宽度与径向位置随时间的变化

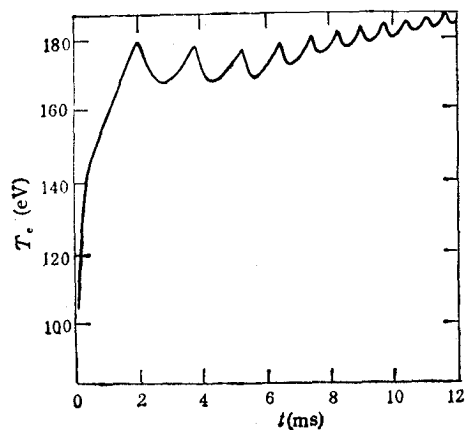


图 5 中心电子温度随时间的变化

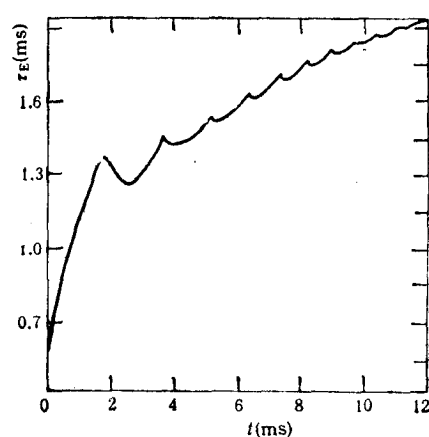


图 6 能量约束时间随时间的变化

定性与等离子体能量过程的相互作用,使等离子体电流分布周期性变化,撕裂模不稳定性的发展与衰减相互交替地出现,磁岛宽度周期性变化。与此同时,等离子体温度呈现锯齿

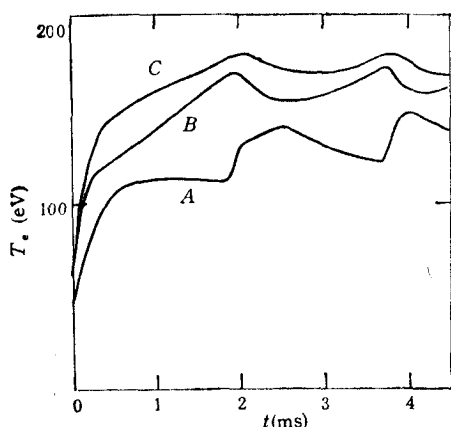


图 7 A,B,C 分别对应于 $r/a = 0.75, 0.40, 0.0$ 处电子温度随时间的变化

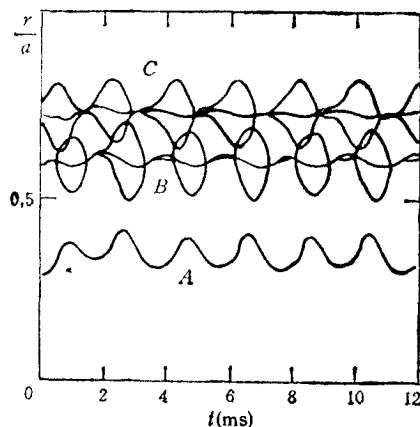


图 8 A,B,C 分别对应于 $q = 1$ 面半径、 $3/2$ 模与 $2/1$ 模共振层位置以及磁岛宽度随时间的变化

振荡。图 9 表示在 r/a 分别为 0.90, 0.75, 0.35 和 0.0 处电子温度的时间变化, 显示了低频大尺度的锯齿振荡以及等离子体中心区与边界区锯齿的倒向。

在计算中我们还考虑了粒子循环过程及粒子输运与 MHD 的耦合。图 10 表示中心电子密度也有锯齿振荡发生。此外, 对应于实验中逆磁信号的角向 β 值, 等离子体环电压 V_p , 都显示了周期性变化。它们的频率也在 $\lesssim 1\text{kHz}$ 数量级(图 11 与图 12)。

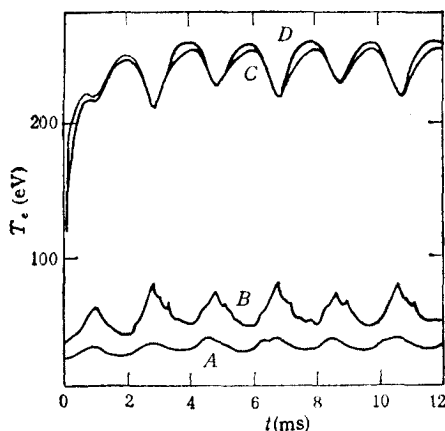


图 9 A,B,C,D 分别对应于 $r/a = 0.90, 0.75, 0.35$ 和 0.0 处电子温度的时间变化

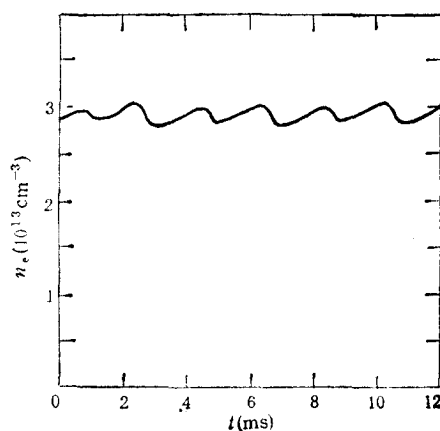


图 10 中心电子密度随时间的变化

以上结果表明, $q_0 < 1$ 与 $q_0 > 1$ 两类放电都可以产生锯齿振荡。我们知道, 等离子体的能量损失包括热导、扩散等输运过程、MHD 不稳定性引起的反常输运, 也包括杂质辐射及粒子再循环所带来的原子过程的损失。在等离子体的不同区域, 起主导作用的损失机制不同。这样, 各种机制损失功率的消长, 将引起温度分布的改变。图 13 表示对应于图 1 至图 7 参数的电子温度空间分布在一个周期内的变化。我们看到了在 $2/1$ 磁岛区, 由于 MHD 不稳定性引起能量输运的反常增大, 温度分布及相关的电流分布出现一个小平台, 而且能量从 $q = 2$ 面以内的中心区域输运到外部区, 加热了边界部分, 温度分布整

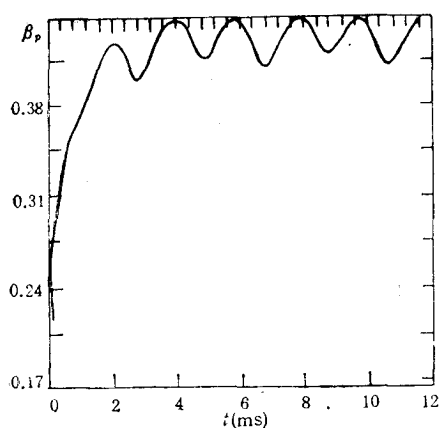
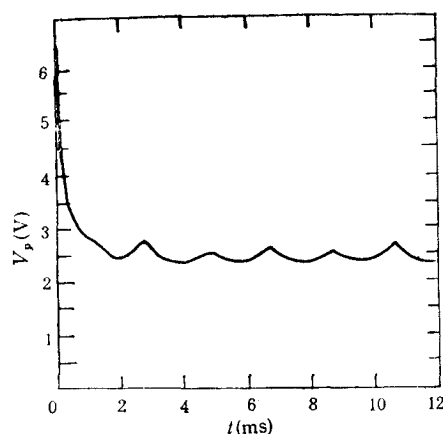
图 11 角向 β 值随时间的变化

图 12 等离子体环电压随时间的变化

个变得比较平坦。这一变化使撕裂模的发展趋向稳定,当导致一个对撕裂模是稳定的电流分布时,磁岛区缩小以至消失。此时,内部能量将不再大量外流,加之等离子体加热过程仍在继续,杂质辐射与其它原子过程损失使边界区冷却,温度分布又逐渐变尖,撕裂模又一次发展,出现了周期性变化。这一变化的时间尺度应与等离子体整体的输运过程的时间尺度相一致,计算中的能量约束时间为 1—2ms,这些振荡的频率则为 $\lesssim 1\text{kHz}$ 数量级。

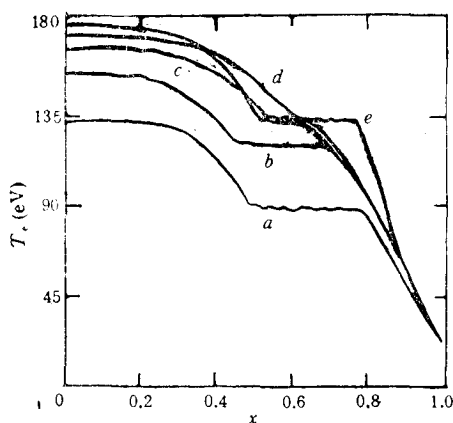


图 13 电子温度分布在一个周期内的时间变化

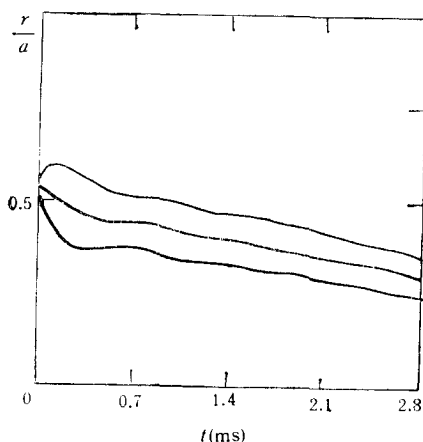


图 14 2/1 模共振层位置与磁岛宽度随时间的变化

2. 放电条件的改变引起锯齿振荡消失

锯齿振荡的出现与放电条件关系密切,当我们改变 q_a 或等离子体密度或杂质状况,而保持其它条件不变时,可引起锯齿振荡消失。

1) q_a 增大锯齿振荡消失

图 14 与图 15 表示 q_a 增大到 3.4,其它参数条件与图 1 至图 7 相同的计算结果。我们看到磁岛宽度随时间仅有微小的变化,中心电子温度也不随时间振荡。这一结果表明,在其它放电条件相同,而 q_a 由 3 增大到 3.4 时,这一微小的改变将使等离子体呈现完全

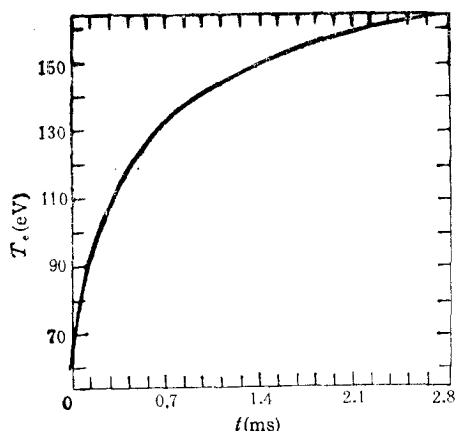


图 15 中心电子温度随时间的变化

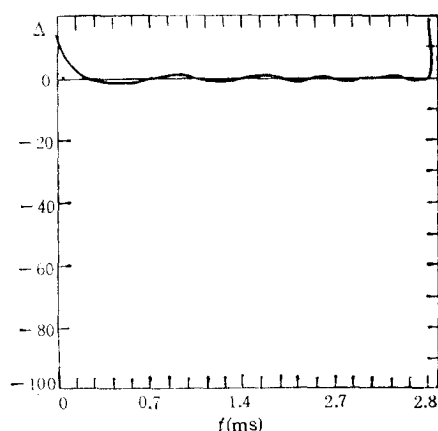


图 16 2/1 模的稳定性因子随时间的变化

不同的时空结构,周期振荡消失。

我们知道,在边界 q 值增大后, $q = 2$ 面向内移动, 2/1 模相对稳定。图 16 表示其稳定性参数 Δ 随时间的变化。可以看到其绝对值小于 1, 在 $\Delta = 0$ 附近变化, 即撕裂模不稳定性处于临界稳定状态。图 16 与图 1 形成鲜明的对比, 磁岛的增长与衰减则小幅度地缓慢地交替出现, 不能引起能流剧烈地流向外部区域, 锯齿振荡消失。

2) 平均密度增大锯齿振荡消失

图 17 至图 19 表示平均电子密度由 $1.8 \times 10^{13} \text{cm}^{-3}$ 增大到 $3 \times 10^{13} \text{cm}^{-3}$, 其它参数与图 1 至图 7 时的计算结果相同, 同样观察到锯齿振荡的消失。密度增大对能量平衡的直接影响就是电子温度下降, 温度分布则相对变平, 而且对于高密度, 温度分布的周期变化显然比低密度下困难, 因而其稳定性因子(图 19)表现出与图 16 相似的特性。

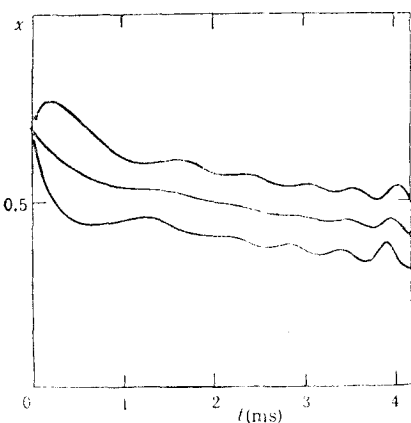


图 17 2/1 模的共振面位置和磁岛宽度随时间的变化

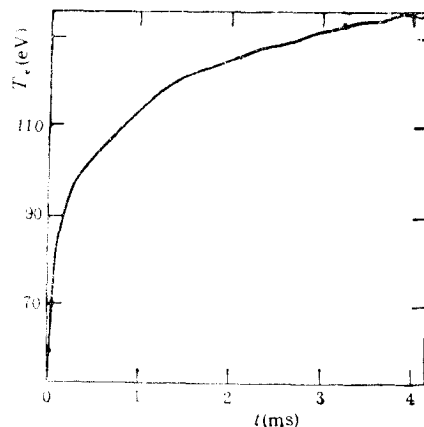


图 18 中心电子温度随时间的变化

3) 杂质线辐射减小, 锯齿振荡减弱。

图 20 与图 21 为改变杂质状况使线辐射较小, 其它条件与图 1 至图 7 时的计算结果

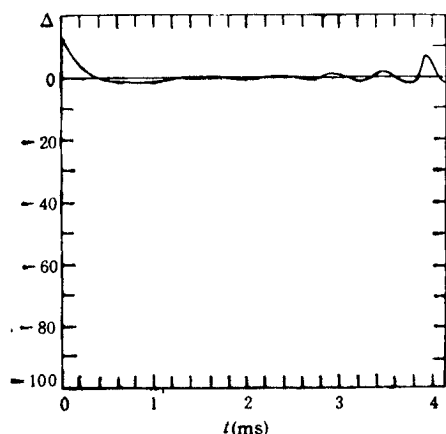


图 19 2/1 模的稳定性因子随时间的变化

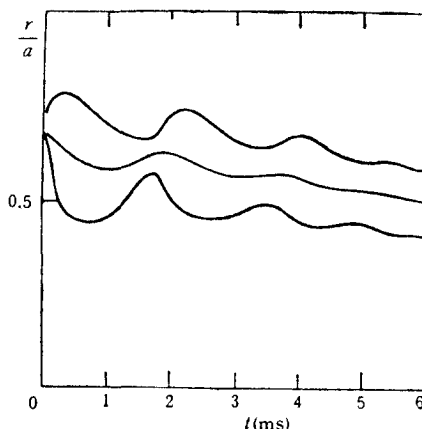


图 20 2/1 模共振面位置和磁岛宽度随时间的变化

相同。由于线辐射减小,边界冷却效应减弱,与图 13 所示的温度分布变化相比,其温度分布由平重新变尖的趋势减弱,而且整个温度分布也比线辐射强时平坦,磁岛宽度与中心电子温度以较小振幅变化,并逐渐趋向于稳定。

以上结果表明, n_e , q_a , 杂质等是影响等离子体 MHD 行为的敏感因素,这些条件的改变使等离子体呈现完全不同的时空结构,体现了能量过程与 MHD 过程相互耦合时,等离子体的非线性特征。计算结果所示的 $\bar{n}_e$, q_a 增大后锯齿振荡的消失,与 HT-6B 的实验结果非常符合。我们的结果还清楚地表明,锯齿振荡总是伴随着稳定性因子的大幅度周期变化,而当 $\Delta \sim 0$,即撕裂模处于临界稳定状态时,锯齿消失。

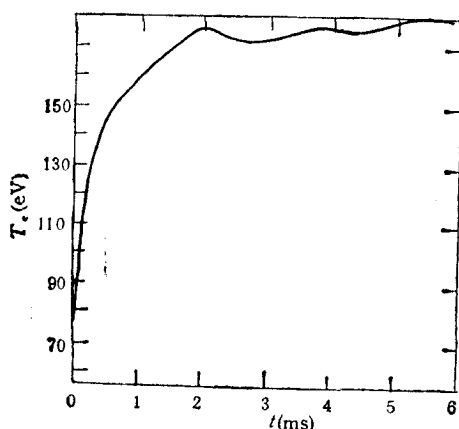


图 21 中心电子温度随时间的变化

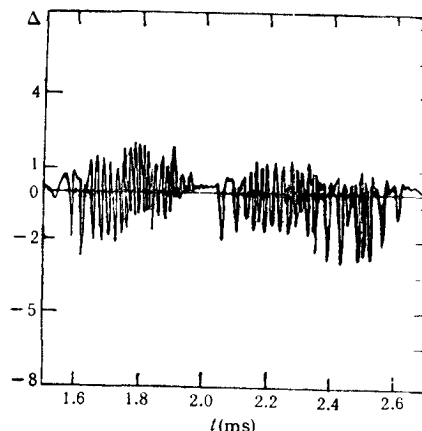


图 22 3/2 模稳定性因子随时间的变化

3. 小尺度的高频振荡

输运与撕裂模的耦合可以出现或同时出现两种频率的振荡,除上述频率为 1kHz 数量级的低频振荡外,还可出现几十千赫兹数量级的高频小尺度振荡。

图 22 表示 q_a 从 3.4 增大到 4.1,其它条件与图 8 至图 12 相同时,3/2 模稳定性因子

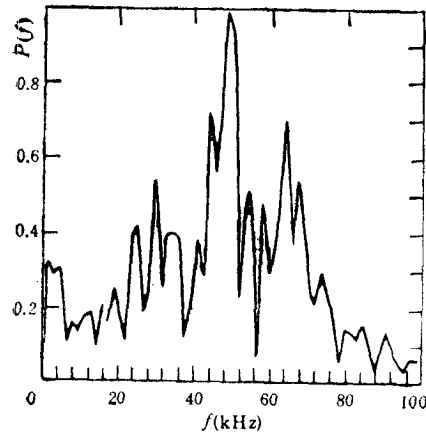


图 23 对图 22 所做的快速傅里叶分析
 $P(f)$ 为谱的相对强度

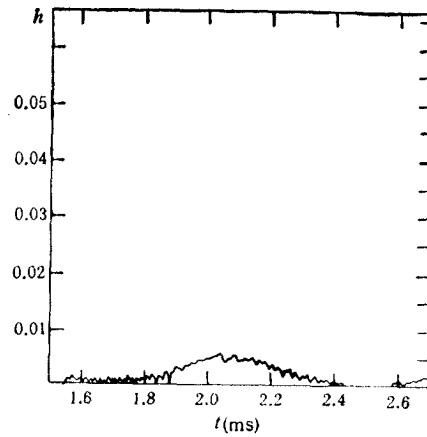


图 24 $3/2$ 模的磁岛半宽度随时间的变化

随时间的变化, 可以看到它在小的幅度内以高频率振荡. 由 FFT 分析(图 23)可知, 其频率为 40kHz . 图 24 表示相应的磁岛宽度随时间的变化, 它在极小的尺度上快速振荡, 与图 8 所示的低频振荡完全不同. 与此同时, $2/1$ 模的磁岛宽度和 $q = 1$ 面位置也不再呈现低频振荡的特征, 而是趋于一个与时间无关的定值, 温度等宏观参量的锯齿振荡随之消失. 这些结果表明, 在图 8 条件下, 等离子体的 MHD 行为及各宏观参量的变化表现为频率约 1kHz 的低频振荡, 而当 q_* 增大其它条件不变时, 这一低频振荡消失, 在 MHD 行为上呈现出高频振荡. 计算还表明, 在 q_* 增大的过程中, 振荡频率不是连续地由低频增大到高频, 而是由仅呈现低频到高、低频交替出现, 到低频消失而仅呈现出高频, 即这两种频率是等离子体体系的两个特征频率.

我们的计算还表明, 这类仅反映于 MHD 行为的快速振荡的出现, 不仅稳定性因子在零附近变化, 磁岛宽度也非常小, 局限在共振层范围内发展. 撕裂模不稳定性在共振层内快速发展, 形成一个小的磁岛, 这时小磁岛内高度反常的输运改变了局域的电场分布, 撕裂模快速地稳定, 局域的反常输运消失, 温度与电流的局域分布又快速恢复为对撕裂模不稳的形态, 于是在共振层范围内, 温度、电流分布快速变化, 导致共振面处磁扰动本征函数的快速振荡, 这种振荡虽然仍是由能量输运过程与 MHD 行为的耦合引起的, 但是它与由整体的能量过程或电流扩散过程决定的较大的时间尺度的变化不同, 它是由局部的高度反常的输运过程的时间尺度所决定, 因而频率有数量级上的增大, 出现快速的振荡, 这种振荡也是局域性的, 并不体现在整体性质上.

四、讨 论

我们通过能量输运与 MHD 行为相互耦合的数值研究表明, 等离子体的 MHD 行为可以出现多种时空结构. 整体能量输运过程与 MHD 的耦合产生频率为 1kHz 数量级的振荡, 并同时表现于电子温度、密度、约束时间等宏观参量的性质上. 当撕裂模在临

界稳定状态附近变化时, 则无锯齿振荡出现。高频(频率为几十千赫兹)的振荡由磁岛区局部的高度反常输运的时间尺度所决定, 此时撕裂模不仅处于临界稳定状态附近, 而且是在共振层范围内变化。这里, 等离子体密度、边界安全因子 q_a 、杂质状况等放电条件是改变其时空结构的敏感参数。显示了磁约束等离子体作为一个复杂的非线性体系的基本特征。

感谢万元熙、汪茂泉、谢纪康、俞国扬、李林忠同志对本工作的极大支持与有益讨论。感谢 HT-6B 实验组提供宝贵的实验数据。感谢本所七室在提供计算机方面的支持。

- [1] M. F. TURNER, J. A. WESSON, *Nuclear Fusion*, **22**(1982), 1069.
- [2] HT-6B 实验组“全国受控核聚变实验装置物理实验学术报告会”论文, (1989).
- [3] B. B. KADOMTSEV, *Fiz. Plazmy*, **1**(1975), 710.
- [4] P. H. RUTHERFORD, *Phys. Fluids*, **16**(1973), 1903.

THE TIME-SPACE STRUCTURE EVOLUTION OF TOKAMAK PLASMA UNDER THE MUTUAL INTERACTIONS OF TEARING MODE WITH TRANSPORT PROCESS

ZHANG CHENG DENG XIAO-HUA HUO YU-PING

Institute of Plasma Physics, Academia Sinica, Hefei, 230031

(Received 27 November, 1989)

ABSTRACT

This paper presents a theoretical study of the evolution of tearing modes in tokamak plasma. Combining the tearing mode with a 1-D transport code, computer simulations are conducted. The result shows that the transport process plays an important role in the development of the macro-instability. Under the mutual interaction of macro-instability and transport process, the MHD pattern of tokamak presents various space and time structure. That also gives rise to the time and space behavior of other plasma parameters such as temperature and density.

PACC: 5225; 5235; 5225F; 5265