

高压钠电弧的温度分布

吴美萍¹⁾ 周太明 蔡祖泉

复旦大学电光源研究所, 上海, 200433

1989 年 11 月 20 日收到

本文介绍一种计算高压钠电弧温度分布的方法, 在电弧处于局部热平衡状态的假定下, 采用扩散近似来得到辐射通量密度. 计算中考虑了由于热导、辐射的发射和吸收等因素所引起的能量转移. 用这一方法计算了 250 Torr 压强下钠放电的特性, 并用 Bartels 方法对该电弧进行了实验诊断, 将计算得到的温度与实验测量进行了比较.

PACC: 5270

一、引 言

高压钠放电最早由 Schmidt 进行了研究. Lowke^[1], Waszink^[2] 和 deGroot^[3] 相继作了电弧温度分布的计算. Schmidt, Ozaki^[4], deGroot 等人^[5] 测量了等离子体的温度. 由于温度分布的计算中处理辐射问题是一个重要的环节, 而在光性厚等离子体中, 不仅存在辐射的发射, 而且存在对辐射的自吸收, 因此处理辐射转移问题非常复杂. 本文提出另一个计算钠电弧温度分布的方法, 即采用扩散近似来处理辐射转移, 可简化对该问题的研究.

二、钠电弧温度分布的计算

假定电弧是圆柱对称的, 在整个电弧中, 电场均匀并存在局部热平衡, 且忽略由于对流引起的影响^[6]. 电弧的辐射特性为

$$\nabla \cdot \mathbf{F}_{R\nu} = 4\pi(\epsilon_\nu - K_\nu J_\nu), \quad (1)$$

$$\mathbf{F}_{R\nu} = -\frac{4\pi}{3K_\nu} \nabla J_\nu, \quad (2)$$

方程(1)为辐射能量守恒方程^[6], 说明单位频率间隔内辐射通量密度 $\mathbf{F}_{R\nu}$ 的散度等于辐射的净发射. ϵ_ν, K_ν 分别为在频率 ν 上的发射系数和吸收系数, J_ν 为平均辐射强度.

$$J_\nu = \frac{1}{4\pi} \int_{4\pi} I_\nu(\mathbf{n}, \mathbf{r}) d\Omega, \quad (3)$$

式中 I_ν 为在给定方向 $\mathbf{n}$ 上在单位频率间隔、单位立体角内, 在垂直于 $\mathbf{n}$ 的单位面积

1) 现在中国纺织大学物理教研室.

上的辐射功率. $\mathbf{n}$ 为该方向上的单位矢量, $\mathbf{r}$ 为径向位置.

方程(2)即扩散近似. 可以证明, 只须作近似 $I_\nu(\mathbf{r}, \mathbf{n}) = A(r) + B(r)\cos\phi$ 后, 就能从辐射转移方程得出扩散近似. 如果把该方程写成 $\mathbf{F}_{R\nu} = -D\nabla E_N$, 就与气体的扩散方程形式相同, 其中 $E_N = 4\pi J_\nu/c$, 即光子的能量密度, $D = \frac{1}{3}lc$, 相当于光子的扩散系数, $l = 1/K$, 相当于光子的平均自由程, c 为光速. 本文利用这一近似计算了电流 $I = 4.5\text{A}$ 、钠蒸汽压为 0.33atm 下钠电弧中的温度分布. 后面可以看到, 用这一近似进行计算所取得的温度与实验测量值能较好地符合.

此外, 我们还须用到以下一些表征电弧一般特性的关系式:

$$F_R = \int_\nu F_{R\nu} d\nu. \quad (4)$$

F_R 为总辐射通量密度.

$$\nabla \cdot \mathbf{F}_T = \sigma E^2. \quad (5)$$

上式为电弧的能量守恒方程, F_T 为总通量密度, σ 为电导率, E 为电场.

$$\mathbf{F}_T = \mathbf{F}_e + \mathbf{F}_R. \quad (6)$$

F_e 为热导引起的能量损耗的通量密度.

$$\mathbf{F}_e = -\lambda \nabla T. \quad (7)$$

λ 为热导率. 电流 I 与场强 E 之间的关系为

$$I = 2\pi E \int_0^R \sigma r dr. \quad (8)$$

R 为电弧的半径.

电导率

$$\sigma = e\mu_e n_e. \quad (9)$$

n_e 为电子密度, μ_e 为电子迁移率.

根据钠电弧的特性, 可以得到以下方程:

$$n_e = 3.55 \times 10^{13} \left(\frac{T}{5000} \right)^{1/4} P_{Na}^{1/2} e^{-29800/T} \text{ 电子/cm}^3 \quad (10)$$

P_{Na} 为钠蒸汽压, T 为电弧温度.

由于钠 D 线的主要展宽机理是共振展宽^[8], 所以钠 D 线具有归一化的洛伦兹轮廓, 吸收系数 K_ν 可解析地表示为频率和温度的函数. 由于电弧是圆柱对称的, 所以吸收系数也是离轴距离 x 的函数.

$$K_\nu(x) = \frac{\pi e^2}{mc} \frac{P_{Na}}{kT} \left[\frac{f_1 r}{(\nu - \nu_{01})^2 + \left(\frac{r}{2}\right)^2} + \frac{f_2 r}{(\nu - \nu_{02})^2 + \left(\frac{r}{2}\right)^2} \right] \quad (11)$$

其中 e 为基本电荷, m 为电子质量, k 为玻耳兹曼常数, c 为光速, ν_{01} 和 ν_{02} 为钠 D 线的中心频率, 它们对应的波长分别为 $5890\text{\AA}$ 和 $5896\text{\AA}$, f_1 和 f_2 为振子强度, r 为共振线的宽度. $r = (\text{cof}) \frac{P_{Na}}{kT}$, $f = f_1 + f_2$. 计算中 f_1, f_2, cof 所取的值分别为 $0.624, 0.312$ 和 $0.8 \times 10^{-7} \text{cm}^3 \text{s}^{-1[9]}$.

在钠 D 线的中心频率附近, 特别是在管壁附近的区域中, 光性厚度很大以致几乎所有的辐射都被禁锢在等离子体内部, 其辐射强度将趋近于黑体的辐射强度

$$J_{\nu_0} \cong B_{\nu_0} = \frac{2h\nu_0^3}{c^2} \left[\exp\left(\frac{h\nu_0}{kT}\right) - 1 \right]^{-1}. \quad (12)$$

这样, 就能用以上这些特性来得出钠电弧的温度分布. 方程(1)–(12)已经考虑了辐射和热导引起的能量损耗.

由于电弧具有圆柱对称性, 且没有辐射从电弧外进入电弧, 因此可得电弧的边界条件为

$$\begin{aligned} r = 0, \quad F_{R\nu} &= 0, \\ r = R, \quad T &= T_w, \quad T_\nu(R) = 2F_{R\nu}(R)\pi^2 \end{aligned} \quad (13)$$

上面的边界条件是分离型的, 要直接求解方程(1)–(12)有困难. 本文采用了试位法和尝试值, 可消除由于这种边界条件给解题带来的困难.

微分方程组((1)和(2)式)采用标准四阶 Runge-Kutta 法求解^[10], 但在电弧中心这个方法不能适用, 因为方程(1), (2)改写成标准形式后在电弧中心($r = 0$)处为不定式. 由于用洛必达法则后可求得其极限值, 于是在电弧中心($r = 0$)处可采用三阶 Runge-Kutta 法或 Simpson 积分来求解.

由于方程组中有一些函数与温度、位置之间不存在解析关系式, 因此方程组必须用数值方法求解, 使用微型机 IBM-PC 即可满足解题要求.

欲求的每个量基本上都是频率和位置的函数. 它们的值要在 11 个位置上 ($x_n = 0.1$ ($n = 1, 2, \dots, 11$)) 以及 25 个频率上进行计算. 划分频率范围 $\nu = 0.44 \times 10^{15} - 0.6 \times 10^{15} \text{ Hz}$ 时, 在谱线中心, 频率间隔取得较小, 为 $0.02 \times 10^{15} \text{ Hz}$, 在谱线翼部取为 $0.1 \times 10^{15} \text{ Hz}$.

三、输入参量及其实验测定

计算中所需的输入量为放电管内钠的蒸汽压和壁温.

1. 钠蒸汽压 P_{Na} 由放电管的冷端温度 T_* 确定^[11]:

$$\log_{10} P_{Na} = 11.41 - 5762/T_* - 1.18 \log_{10} T_* \quad (14)$$

将放电管下端 10—15mm 浸入钢槽, 以控制管的冷端温度, 见图 1. 于是上式中的 T_* 即为钢槽温度 T . 调节钢槽的加热电流即可改变 T_* .

2. 放电管的管壁温度 T_w 可用光谱学方法测定. 将高压钠放电的电弧切断后, 测量放电余辉中钠 D 线 ($\lambda_0 = 589.4 \text{ nm}$) 的强度随时间的衰减并外推到熄弧时 ($t = 0$) 的值, 根据(12)式, 就能得到管壁附近气体的温度. 由于熄弧后, 等离子体的温度将迅速地向壁温弛豫, 在几毫秒时间内, 管内气体即与壁达到热平衡, 因而此时的气体温度即为壁温. 之后, 由于壁的热发射, 壁温将随时间衰减.

考虑到放电管本身的透射率 ϵ_a 与玻璃外罩的透射率 ϵ_g , 则有

$$J_{\lambda_0} = \frac{c}{\lambda_0^4} J_{\nu_0} = \frac{2hc^2}{\lambda_0^5} \epsilon_a \epsilon_g \left[\exp\left(\frac{hc}{\lambda_0 kT}\right) - 1 \right]^{-1}$$

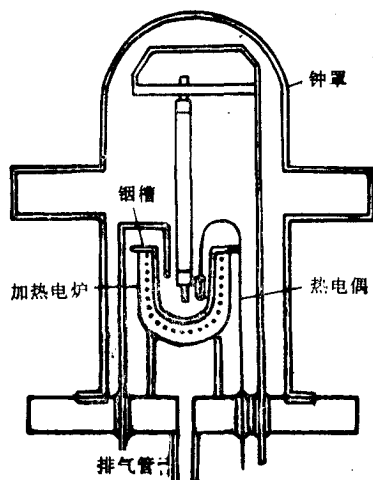


图1 控制冷端温度的铷槽装置

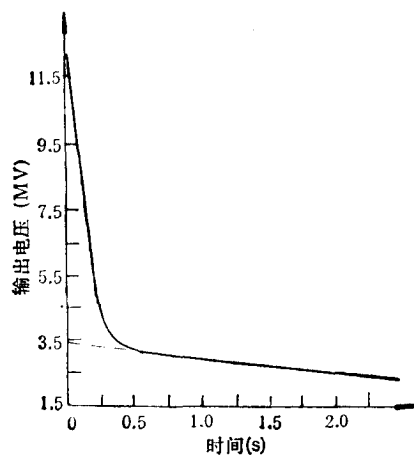


图2 输入功率为400W时单色仪输出电压随时间的衰减曲线

故

$$T = \frac{h\nu_0}{k \ln \left(\frac{2hc^2 \epsilon_a \epsilon_B}{\lambda_0^5 J_{\lambda_0}} + 1 \right)} \quad (15)$$

测量的实验装置见图10。当输入功率为400W时，熄弧后光栅单色仪输出电压随时间的衰减见图2。

当输入功率改变时，测得的壁温随输入功率的变化见图3。

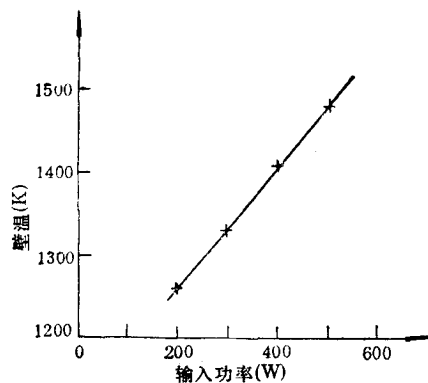


图3 实验测得的壁温与输入功率之间的关系

四、数值结果

对电流强度为4.5A，管径为0.35cm，钠蒸汽压为0.33atm，壁温为1200K的放电条件计算了温度分布和 $F_{R\nu}$, F_R , F_T , F_e , J_ν , K_ν 的分布，见图4至图8。其中 T , F_R , F_T , F_e 的分布与 Lowke 用辐射转移方程处理辐射转移得到的计算结果十分接近。

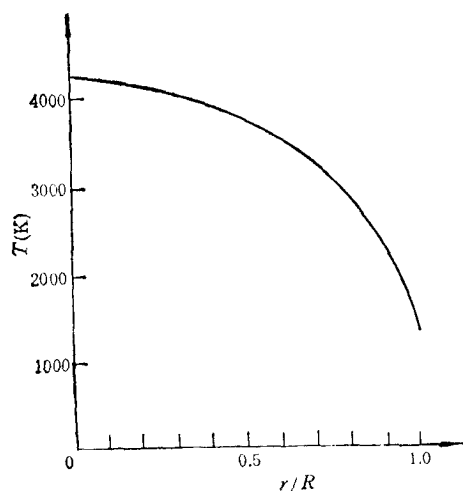


图4 计算得到的温度分布(1)
 $I = 4.5\text{A}$; $P_{\text{Na}} = 0.33\text{atm}$; $R = 0.35\text{cm}$; $T_w = 1200\text{K}$

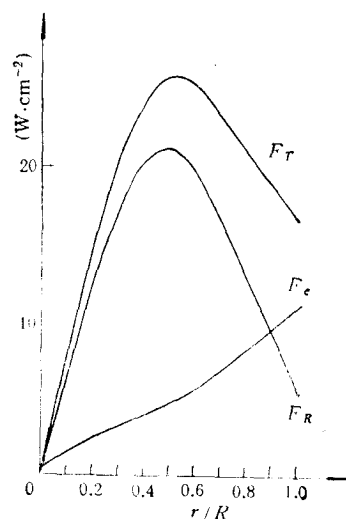


图5 计算得到的辐射通量 F_R , 热导通量 F_e 和总通量 F_T

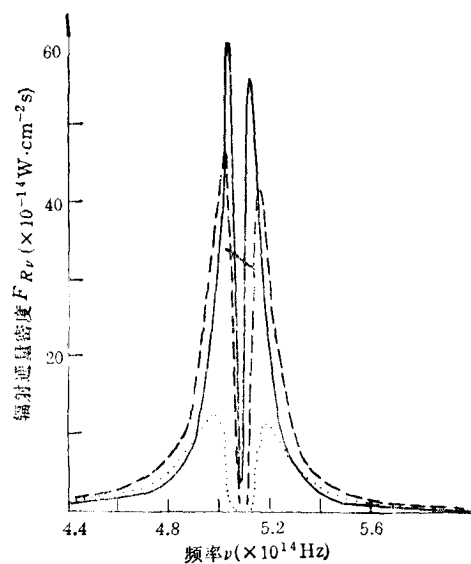


图6 在不同径向位置上的辐射通量密度 F_R
 —为 $r/R = 0.2$; ---为 $r/R = 0.8$; ...为 $r/R = 1.0$

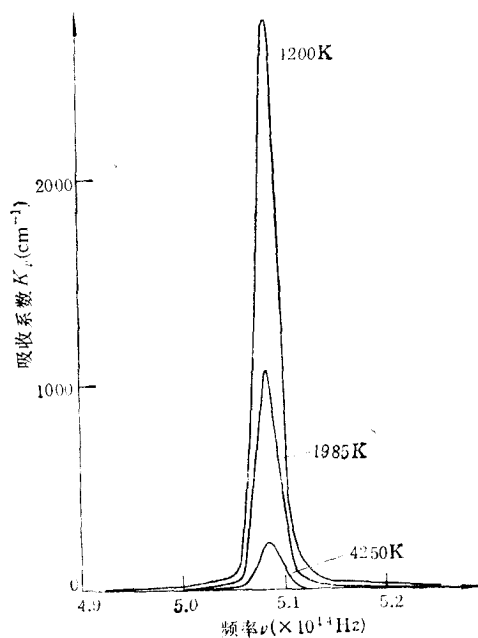


图7 吸收系数 K 与温度的关系

对 $I = 4.5\text{A}$, $R = 0.4\text{cm}$, $P_{\text{Na}} = 0.33\text{atm}$, $T_w = 1420\text{K}$ 的放电条件计算得到的电弧温度分布见图9。

如果不仅考虑到钠D线内的辐射,而且把其他几根较强的非共振谱线如568.3/568.8, 818.3/819.5, 1138.1/1140.4nm 中的辐射量也考虑在内,根据 deGroot^[3] 所得出的结果,本文引入一修正系数,即电弧中心温度将降低8.5%。用此系数修正非共振谱线的影响

后,轴上温度 $T_0 \cong 3665\text{K}$. 此计算与实验结果进行了比较.

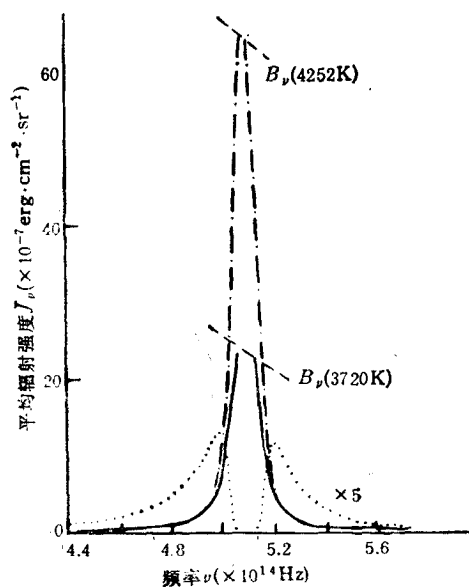


图 8 在三个径向位置上电弧的平均辐射强度 J_v
—为 $r/R = 0.5$; - - 为 $r/R = 0$; ... 为 $r/R = 1$

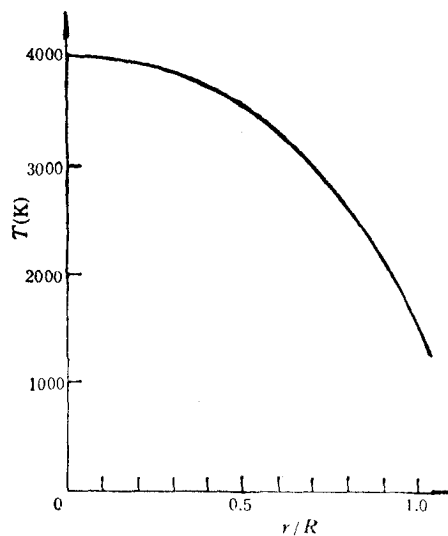


图 9 计算得到的温度分布(11)

$I = 4.5\text{A}$; $P_{\text{Na}} = 0.33\text{atm}$; $R = 0.4\text{cm}$;
 $T_w = 1420\text{K}$

五、实验装置

用透明的宝石材料作放电管. 管的内径、外径、长度分别为 8, 10, 104.5mm. 电极间距为 78mm. 管内充以 10mg 钠. 20Torr 氙(室温)作为起动气体. 所充氙的量基本上

不影响电弧的性质. 电弧管垂直点燃, 用 50Hz 交流稳压电源供电, 串联一个一般高压钠灯用的镇流器. 实验中放电电流保持为常数(4.5A). 将电弧管下端浸入钢槽(如图 1). 调节钢槽的加热电流把钢槽的温度控制在 1058K 左右, 此时管内钠蒸汽压约为 0.33atm.

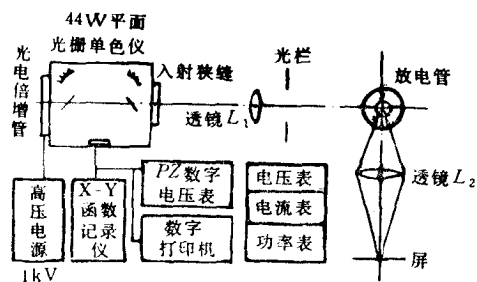


图 10 实验装置

为 $16\text{\AA}/\text{mm}$, 分辨率为 $2\text{\AA}$ 的入缝上, 测量光谱辐射强度. 测量系统的灵敏度用钨带灯进行校正. 透镜 L_2 和屏用来调整此标准光源与放电管的工作位置相同.

由于高压钠放电等离子体是光性厚的, 谱线的自吸收不能忽略, 因此等离子体的温度应采用 Bartels 发展的光谱学方法来测量^[12]. 在离轴距离为 l 的照准线上等离子体的最高温度为

实验装置示意图 10. 将放电管成

象在 0.5m 44W 平面光栅单色仪(色散

$$T_M(l) = \frac{hc}{k\lambda_0} \left[\ln \left(\frac{2hc^2 M Y_{\max}(p)}{\lambda_0^5 I_{\lambda R}(l)} \right) \right]^{-1}. \quad (16)$$

其中 h 为普朗克常数, k 为玻耳兹曼常数, c 为光速, λ_0 为谱线的中心波长。

参量

$$p = \frac{6}{\pi} \arctan \frac{M^2}{\sqrt{1 + 2M^2}}, \quad (17)$$

$$M = \left(\frac{E_n + \frac{1}{2} E_i}{E_m + \frac{1}{2} E_i} \right)^{1/2}, \quad (18)$$

$$Y_{\max}(p) = 2e^{-1} + (1 - 2e^{-1}) \cdot p^2. \quad (19)$$

其中 E_m, E_n, E_i 分别为上、下能级的激发电位及电离电位。

在离轴不同距离 l 的照准线上测量谱线自反极大的强度, 根据(16)式, 就能得到等离子体温度的径向分布。

由方程(17)–(19)计算得到的 $M, Y_{\max}(p)$ 值见表 1。

表 1

跃 迁	波 长 ($\text{\AA}$)	$M, Y_{\max}(p)$
Na 4d–3p	5682.7/5688.2	0.746
Na 3d–3p	8194.8/8183.3	0.662

六、结果与讨论

由于实验中受条件的限止, 不能十分精细地移动电弧管的位置, 因此仅能测量电弧的中心温度。测量所用的谱线波长为 5688 $\text{\AA}$ 和 8195 $\text{\AA}$ 。由实验得出的轴上温度为 $3550 \pm 290 \text{K}$ 。

可见由实验测得的轴上温度与计算得出的值(3665K)能较好符合。

在上述测量和计算中我们曾假定电弧处于局部热平衡状态。不过 Waszink^[2] 曾经在非平衡体系的前提下对该等离子体的参量作过研究。他的结果表明, 对于 250 Torr 的钠电弧, 在近轴处电子温度 T_e 和气体温度 T_g 相一致, 局部热平衡状态确实是存在的。但是在电弧的外部区域, 由于共振辐射被强烈地自吸收, 电子温度和气体温度的差别增大, 从而使电弧外部区域内偏离局部热平衡状态。但是, 当在相近的放电条件下把本文计算结果与 Waszink 计算得到的场强 E 和温度分布作比较后, 可以看到作局部热平衡的假设并不影响等离子体的温度、场强和总辐射通量的值。

从测量的结果和理论计算之间所取得的一致性可得出结论, 高压钠电弧可以用局部热平衡的模型来描绘, 并可用扩散近似来处理其辐射转移的问题。

- [1] J. J. Lowke and E. R. Capriotti, *J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer*, 9(1969), 207.
- [2] J. H. Waszink, *J. Phys. D*, 6(1973), 1000.
- [3] J. J. deGroot *et al.*, *J. Phys. D*, 8 (1975), 651.
- [4] N. Ozaki, *J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer*, 11 (1971), 1111.
- [5] H. Maecker, *Discharge and Plasma Physics*, S. C. Haydon, University of New England, Armadale, Australia, (1964), p. 266.
- [6] R. Viskanta, *Advan. Heat Transfer*, 3(1966), 175.
- [7] J. F. Waymouth, *J. Illuminating Eng. Soc.*, 6(1977), 131.
- [8] Teh-Sen Jen, M. F. Hoyanx and L. S. Frost, *J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer*, 9(1969), 487.
- [9] K. Watanabe, *Phys. Rev.*, 59(1941), 151.
- [10] 胡祖炽, 林源渠, 数值分析, 高等教育出版社, (1986), 219 页.
- [11] N. Ozaki, *J. Appl. Phys.*, 42(1971), 3171.
- [12] H. Zwicker, *Plasma Diagnostics*, W. Lochte-Holtgreven, North -Holland, (1968), Chap. 4.

A STUDY ON THE TEMPERATURE DISTRIBUTION IN HIGH-PRESSURE SODIUM ARC

WU MEI-PING ZHOU TAI-MING CAI ZU-QUAN

Institute of Electric Light Sources, Fudan University, Shanghai, 200433

(Received 20 November 1989)

ABSTRACT

A method of calculating the temperature profile of high-pressure sodium electric arcs using the diffusion approximation for the radiation flux density is described. Account is taken of energy transfer due to thermal conduction, emission and absorption of radiation. The method has been applied to calculate the temperature profile for a sodium vapor pressure of 250 Torr and the calculated temperature distribution is compared with the result of experimental measurement.

PACC: 5270