

无穷排斥作用一维费密气体的热力学

胡 占 宁 周 玉 魁

西北大学现代物理研究所, 西安, 710069

1989 年 12 月 21 日收到

采用巨正则系综理论, 对以排斥两体 δ 函数势作用着的一维非理想费密气体, 在极端强耦合情况下的热力学性质进行了讨论, 并得出这种模型存在“剩余”熵; 最后把结果推广到任意自旋情形.

PACC: 0530; 0570

完全可积系统的研究在统计力学和场论中具有重要意义^[1-14]. 最近的研究工作又表明它与量子群^[15-20], 辫子群^[21-24]和共形场^[25-27]有密切的关系. 所以对完全可积系统的研究是数学物理中的热门课题之一.

非线性 Schrödinger 模型是一个完全可积系统, 它是一个精确可解模型. 它作为一个场论模型, 描写了在一维空间中具有两体 δ 作用势的多体问题. 该模型在量子完全可积系统的研究中曾起了重要作用. 1963 年 Lieb 等人^[28] 首先用 Bethe ansatz^[29] 方法精确求解了零自旋系统的量子非线性 Schrödinger 模型, 第一次实现了精确求解场论中一维连续模型. 1967 年杨振宁^[30] 又用 Bethe ansatz 方法精确求解了 1/2 自旋的量子非线性 Schrödinger 模型, 发现了著名的 Yang-Baxter 方程^[30,31]. 现在大家知道, 该方程是完全可积系统研究中关键的数学结构^[1-14], 在统计力学^[31]、散射理论^[32] 中也是重要的数学关系. 1968 年 Sutherland 又精确对角化了高自旋的量子非线性方程^[33]. 1981 年前后, Faddeev^[34], Thacker^[35] 等学者^[4] 又对零自旋量子非线性 Schrödinger 模型研究建立了量子反散射方法, 使人们加深了从量子的角度认识完全可积系统. 而后, Kulish^[34] 和我国学者^[8,9,35-41] 陆续研究了高自旋, 以及任意自旋混合系统的量子非线性 Schrödinger 模型, 并取得了满意的结果.

实际上, 量子非线性 Schrödinger 模型就是描写一维 δ 作用的气体模型. 由于它不是理想气体, 研究它的热力学性质是有意义的. 上面提到的工作只是对角化模型的哈密顿量, 而进一步建立系统的热力学, 也是精确可解模型研究的重要方面^[2,42]. 对零自旋的一维 δ 气体的热力学研究已相当完美, 已精确地给出热力学函数^[42]. 但是, 对 1/2 自旋 δ 气体的热力学研究存在相当大的困难, 这是因为该系统的 Bethe ansatz 方程有两组^[30], 此方程的解的信息知道的很少, 以致于无法建立其确定热力学函数的方程组.

本文将研究 1/2 自旋 δ 两体作用气体的热力学性质, 鉴于上面提到的困难, 研究一种极限情形即无穷耦合极限, 采用巨正则系综理论精确地给出热力学函数. 结果表

明该系统存在着“剩余”熵。

一、一维理想气体的巨配分函数与巨势

通常情况下,理想气体巨配分函数中包含有对其所有能量状态的求和,若表述为对其能级的求和形式,就需要计入能级简并度。这时,巨配分函数可写为

$$\mathcal{Z}(z, L, T) = \prod_k \left\{ \sum_{n_k} [g_{(n_k)} (ze^{-\beta \epsilon_k})^{n_k}] \right\},$$

式中 $g_{(n_k)}$ 表示动量为 k , 粒子数为 n_k 的能态的能级简并度。这是因为

$$\begin{aligned} \mathcal{Z}(z, L, T) &= \sum_{\mu=0}^{\infty} \sum_{(n_k, \lambda)}' z^{\mu} e^{-\beta E} = \sum_{\mu=0}^{\infty} \sum_{(n_k)}' \left[\left(\prod_k g_{(n_k)} \right) z^{\sum_k n_k} e^{-\beta \sum_k n_k \epsilon_k} \right] \\ &= \prod_k \left\{ \sum_{n_k} [g_{(n_k)} (ze^{-\beta \epsilon_k})^{n_k}] \right\}, \end{aligned}$$

式中 λ 表示自旋为 j 粒子的螺旋性,可取 $2j+1$ 个值,记为 g ,通常称为简并度。对于不允许存在的 n_k ,对应的 $g_{(n_k)}$ 按零计算,最末表达式仍成立。

于是,巨势 q 为

$$q(z, L, T) = \frac{L}{\pi} \int_0^{+\infty} dk \ln \left\{ \sum_{n_k} [g_{(n_k)} (ze^{-\beta \epsilon_k})^{n_k}] \right\}. \quad (1)$$

为简便计,文中取 $\hbar = c = 2m = 1$, m 为粒子质量。

本模型的哈密顿量可写为

$$H = - \sum_{i=1}^N \frac{\partial^2}{\partial x_i^2} + 2C \sum_{(i < j)}^N \delta(x_i - x_j), \quad (2)$$

式中 C 为作用耦合常数(并不是光速!).

若 $C = 0$, 则为理想气体,对于 $1/2$ 自旋的费密气体,单粒子能级 k 上的填充情况为

$$(n_1, n_2) = (0, 0), (1, 0), (0, 1), (1, 1).$$

这里 n_1, n_2 分别表示能级 k 上螺旋性取 $\pm 1/2$ 的粒子个数。易见, $g_{(0)}$ 与 $g_{(1)}$ 为 1, $g_{(2)}$ 为 2, 其它取零。利用(1)式就得到一维理想费密气体的巨势

$$q(z, L, T) = \frac{2L}{\pi} \int_0^{\infty} dk \ln(1 + ze^{-\beta \epsilon_k}).$$

这正是通常的结果。

二、 $C = +\infty$ 时,一维 δ 函数费密气体的热力学函数、比热与声速

1. 巨势与平均占据数 $\langle n_k \rangle$

哈密顿量用(2)式表示的非理想费密气体,若令 $C \rightarrow +\infty$, 无论其自旋取向如何,每个单粒子能级 k 上最多只能放一个粒子,这是由于极端强耦合下(即 $C \rightarrow +\infty$), 两粒子同处于一个能态上时所对应的波函数为零,能量本征值和总粒子数可表示为^[28,42,43]

$$E = \sum_{i=1}^N k_i^2 = \sum_k n_k k^2, \quad N = \sum_k n_k.$$

于是, 这时存在相互作用的系统就可以看作单粒子能级 k 上按下述三种方式填充粒子的一维理想气体系统:

$$(n_i, n_i) = (0, 0); (n_i, n_i) = (1, 0); (n_i, n_i) = (0, 1).$$

这时

$$g_{(0)} = 1, \quad g_{(1)} = 2, \quad g_{(n_k)} = 0, \quad n_k > 1.$$

利用(1)式可得

$$q(z, L, T) = \frac{L}{\pi} \int_0^\infty \ln(1 + 2ze^{-\beta k^2}) dk.$$

按通常作法^[44], 若引入

$$f_n(z) = \frac{1}{\Gamma(n)} \int_0^\infty \frac{x^{n-1} dx}{z^{-1}e^x + 1} \quad 0 \leq z < \infty, \quad (3)$$

式中 $\Gamma(n) = \int_0^\infty e^{-t} t^{n-1} dt$ ($\text{Re}(n) > 0$). 可以证明

$$\int_0^\infty \ln(1 + 2ze^{-\beta k^2}) dk = \frac{(\pi K\tau)^{\frac{1}{2}}}{2} f_{3/2}(2z).$$

故

$$q(z, L, T) = \frac{L(kT)^{\frac{1}{2}}}{2\pi^{\frac{1}{2}}} f_{3/2}(2z) = \frac{L}{\lambda} f_{3/2}(2z), \quad (4)$$

式中 $\lambda = \frac{2\pi^{\frac{1}{2}}}{(kT)^{\frac{1}{2}}}$ 称为粒子的平均热波长.

平均占据数 $\langle n_k \rangle$ 为

$$\langle n_k \rangle = \frac{0 + 1.2ze^{-\beta k^2}}{1 + 2ze^{-\beta k^2}} = \frac{1}{\frac{1}{2}z^{-1}e^{\beta k^2} + 1}.$$

2. 热力学函数

利用统计物理学中的基本关系式并结合(4)式可得

$$\text{气体压强} \quad p = \frac{kT}{L} q(z, L, T) = \frac{k\tau}{\lambda} f_{3/2}(2z), \quad (5)$$

$$\text{总粒子数} \quad N = z \left[\frac{\partial q(z, L, T)}{\partial z} \right]_{L, T} = \frac{L}{\lambda} f_{1/2}(2z). \quad (6)$$

式中利用了关系式^[44] $f_{n-1}(z) = z \frac{\partial}{\partial z} f_n(z)$, 亦即

$$f_{n-1}(z) = z \frac{\partial}{\partial z} f_n(z). \quad (7)$$

这里 $Z = 2z$.

$$\text{内能} \quad U = kT^2 \left[\frac{\partial}{\partial T} q(z, L, T) \right]_{z, L}$$

$$= \frac{1}{2} kT \frac{L}{\lambda} f_{3/2}(2z) = \frac{1}{2} N kT \frac{f_{3/2}(2z)}{f_{1/2}(2z)}, \quad (8)$$

式中利用了(6)式;由(5)式和上式得 $2U = pL$. 亥姆霍兹自由能

$$A = \mu N - pL = N kT \left[\ln z - \frac{f_{3/2}(2z)}{f_{1/2}(2z)} \right]. \quad (9)$$

$$\text{熵} \quad S = \frac{U - A}{T} = N k \left[\frac{3}{2} \frac{f_{3/2}(2z)}{f_{1/2}(2z)} - \ln z \right]. \quad (10)$$

3. 比热与声速

利用(7)式可扩展(3)式中 n 的取值范围,如可取

$$f_{-1/2}(Z) \equiv Z \frac{\partial}{\partial Z} f_{1/2}(Z) \equiv \frac{\partial}{\partial \ln Z} f_{1/2}(Z),$$

下面讨论中均采用此扩展法,而不再声明.

先给出几个有关 Z 的偏微商公式. 分别对(5),(6)两式取偏微商,并利用(7)式可以证明下面三式成立:

$$\left(\frac{\partial Z}{\partial p} \right)_T = \frac{\lambda Z}{kT} \frac{1}{f_{1/2}(Z)}, \quad (11)$$

$$\left(\frac{\partial Z}{\partial T} \right)_p = - \frac{3}{2} \frac{Z}{T} \frac{f_{3/2}(Z)}{f_{1/2}(Z)}, \quad (12)$$

$$\left(\frac{\partial Z}{\partial T} \right)_l = - \frac{Z}{2T} \frac{f_{l/2}(Z)}{f_{-l/2}(Z)} \quad \left(\text{其中 } l = \frac{L}{N} \right). \quad (13)$$

这样,由(7),(8),(13)式可得

$$\frac{c_l}{Nk} = \frac{1}{Nk} \left(\frac{\partial U}{\partial T} \right)_{N,L} = \frac{3}{4} \frac{f_{3/2}(2z)}{f_{1/2}(2z)} - \frac{1}{4} \frac{f_{1/2}(2z)}{f_{-1/2}(2z)}. \quad (14)$$

利用(12),(13)两式可得

$$\gamma = \frac{c_p}{c_l} = \frac{\left(\frac{\partial S}{\partial T} \right)_p}{\left(\frac{\partial S}{\partial T} \right)_l} = \frac{\left(\frac{\partial Z}{\partial T} \right)_p}{\left(\frac{\partial Z}{\partial T} \right)_l} = 3 \frac{f_{3/2}(2z) f_{-1/2}(2z)}{f_{1/2}^2(2z)}. \quad (15)$$

由基本热力学公式可以证明

$$\gamma = \frac{pl - p \left[\frac{\partial(pl)}{\partial p} \right]_T}{(pl)^2} \cdot \frac{v^2}{2},$$

式中 $v = \sqrt{\left(\frac{\partial p}{\partial \rho} \right)_s}$ 为声速. 这里 $\rho = \frac{N}{2l} = \frac{1}{2l}$ 为费密气体的密度.

利用(5),(6),(7),(11)式可以求得

$$\frac{pl - p \left[\frac{\partial(pl)}{\partial p} \right]_T}{(pl)^2} = \frac{1}{kT} \frac{f_{-1/2}(2z)}{f_{1/2}(2z)}.$$

于是

$$\gamma = \frac{1}{kT} \frac{f_{-1/2}(2z)}{f_{1/2}(2z)} \frac{v^2}{2}.$$

把(15)式代入上式有

$$v^2 = 6kT \frac{f_{3/2}(2z)}{f_{1/2}(2z)}. \quad (16)$$

三、两种极限情况下费密气体的性质

1. 高温和低密度情况 ($\lambda/l \ll 1$)

当气体的密度很低且其温度很高时, 粒子间的平均距离 l 比热波长 λ 大得多, 这时

$$f_{1/2}(2z) = \lambda/l \ll 1. \text{ 这意味着 } 2z \ll 1,$$

利用展式

$$f_n(2z) = 2z - \frac{(2z)^2}{2^n} + \frac{(2z)^3}{3^n} - \dots,$$

若只取其首项可得如下一些结果:

$$\begin{aligned} p &= \frac{NkT}{L}, U = \frac{1}{2} NkT, S = Nk \left[\frac{3}{2} - \ln \frac{n\lambda}{2} \right], \\ A &= NkT \left(\ln \frac{n\lambda}{2} - 1 \right), C_l = \frac{1}{2} Nk, \gamma = 3, v^2 = 6kT. \end{aligned}$$

这正是 $1/2$ 自旋的经典一维理想气体的结果。

如果 $2z$ 比 1 小, 但不是小得多, 则其状态方程的维里展开式与通常一维理想费密气体在简并度 g 取 1 的结果相同。

2. 低温和高密度情况 ($\lambda/l \gg 1$)

首先讨论在极限 $T \rightarrow 0K$ 时, 系统的主要特点: 此时, $n\lambda \rightarrow \infty$, 单粒子态 ε_k 的平均占据数为

$$\langle n_k \rangle = \frac{1}{\frac{1}{2} z^{-1} e^{\beta \varepsilon_k} + 1} = \frac{1}{\frac{1}{2} e^{\frac{\varepsilon_k - \mu}{kT}} + 1} \begin{cases} 1 & \text{当 } \varepsilon_k < \mu_0; \\ 0 & \text{当 } \varepsilon_k > \mu_0. \end{cases}$$

极限能量 μ_0 为该系统的费密能, 记为 ε_F 。

可以求得系统的费密能、基态能(或零点能)、基态压强分别为

$$\varepsilon_F = p_F' = \left(\frac{\pi N}{L} \right)^2, E_0 = \frac{N}{3} \varepsilon_F, p_0 = \frac{2}{3} n \varepsilon_F. \quad (17)$$

利用 $N = \int_0^{\varepsilon_F} a(\varepsilon) d\varepsilon = \int_{-p_F}^{p_F} \frac{L}{2\pi} dp = \frac{L}{\pi} p_F$ 而得^[28]。

为了研究系统的比热、熵等的性质, 可把讨论范围推广到有限的低温区域。这时, z 值相当大, 函数 $f_n(2z)$ 可按 $(\ln Z)^{-1}$ 渐近展开, 这里感兴趣的有^[44]

$$f_{3/2}(Z) = \frac{4}{3\sqrt{\pi}} (\ln Z)^{3/2} \left[1 + \frac{\pi^2}{8} (\ln Z)^{-2} + \dots \right], \quad (18)$$

$$f_{1/2}(Z) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} (\ln Z)^{1/2} \left[1 - \frac{\pi^2}{24} (\ln Z)^{-2} + \dots \right], \quad (19)$$

$$f_{-1/2}(Z) \equiv \frac{\partial f_{1/2}(Z)}{\partial \ln Z} = \frac{1}{\sqrt{\pi}} (\ln Z)^{-1/2} \left[1 + \frac{\pi^2}{8} (\ln Z)^{-2} + \dots \right]. \quad (20)$$

同样地

$$Z = 2z.$$

把(17),(19)两式代入(6)式中,若取二级近似

$$kT \ln z \equiv \mu \approx -kT \ln 2 + \varepsilon_F \left[1 + \frac{\pi^2}{12} \left(\frac{kT}{\varepsilon_F} \right)^2 \right]. \quad (21)$$

显然, $T \rightarrow 0$ 时 $\varepsilon_F \rightarrow \mu_0$ 与前述分析结果一致. 由(8),(18),(19),(21)式可得

$$\text{内能 } U = \frac{N}{3} \varepsilon_F \left[1 + \frac{\pi^2}{4} \left(\frac{kT}{\varepsilon_F} \right)^2 + \dots \right]. \quad (22)$$

故气体的压强为

$$p = \frac{2U}{L} = \frac{2}{3} n \varepsilon_F \left[1 + \frac{\pi^2}{4} \left(\frac{kT}{\varepsilon_F} \right)^2 + \dots \right]. \quad (23)$$

上两式中的首项与(17)式中所表示的基态结果一致.

由(22)式即得到低温下的比热

$$\frac{c_l}{Nk} = \frac{\pi^2 kT}{6 \varepsilon_F} + \dots, \text{ 当 } T \rightarrow 0 \text{ 时, 它线性地趋于 } 0, \text{ 而在 } T \rightarrow \infty \text{ 时, } c_l/Nk \rightarrow 1/2,$$

这与理想费密气体比热随温度变化的情况相同.

亥姆霍兹自由能可用(21),(23)式而得到

$$\frac{A}{N} = \mu - \frac{pL}{N} = -kT \ln 2 + \frac{1}{3} \varepsilon_F \left[1 - \frac{\pi^2}{4} \left(\frac{kT}{\varepsilon_F} \right)^2 + \dots \right].$$

与(22)式结合可得系统的低温熵为

$$\frac{S}{Nk} \equiv \frac{1}{T} \left(\frac{U}{Nk} - \frac{A}{Nk} \right) = \ln 2 + \frac{\pi^2 kT}{6 \varepsilon_F} + \dots. \quad (24)$$

注意: 上述 4 个公式也可直接由其一般表达式(5),(14),(9),(10)并直接利用索末菲级数(18),(19),(20)式而得到,其结果是一致的.

由(24)式看出, $T \rightarrow 0K$ 时, 熵趋于不为零的常数 $Nk \ln 2$. 即存在“剩余”熵(讨论见后).

另外,由(15),(16),(18)–(21)式可得

$$\gamma = 1 + \frac{\pi^2}{3} \left(\frac{kT}{\varepsilon_F} \right)^2 + \dots,$$

$$\nu^2 = 4\varepsilon_F \left[1 + \frac{\pi^2}{4} \left(\frac{kT}{\varepsilon_F} \right)^2 + \dots \right].$$

四、玻色气体与高自旋情形 ($C \rightarrow +\infty$)

若用(2)式描写自旋为零的一维玻色气体,显然, $n_k = 0, 1, g_{(0)} = 1, g_{(1)} = 1$. 这样,

各热力学函数及比热等与简并度 $g = 1$ 的一维理想费密气体完全相同。这与文献[42]中所得结果一致。

若玻色子自旋为 1, 由于 $n_k = 0, 1; g_{(0)} = 1, g_{(1)} = g = 2j + 1 = 3$, 则只要用 $3z$ 代替第二部分中的 Z (即 $2z$), 就可得到这种情况下各对应热力学量的一般表达式。

推广到一般情况 若 (2) 式描述自旋为 j 的非理想气体系统, 则其热力学函数可用 $Z = gz$ 代入第二部分中各式 (即用 gz 代替 $2z$) 而得到。尤其是, 存在着所谓“剩余”熵 $S/Nk = \ln g$ 。

总之, 本文不仅给出, 在极端强耦合情况下 ($C \rightarrow +\infty$), 玻色气体将具有类似于费密气体的性质; 还得出当自旋 j 不为零时, 若 $T \rightarrow 0K$, 熵趋于不为零的常数值 $Nk \ln g$, 即存在所谓“剩余”熵。前者与文献[42]一致。后者可作如下理解: 一个系统的熵是关于系统中无序度的一种量度。若系统所具有的微观态的选择性越大, 无序度就越大, 可测程度或有序度就越小, 当且仅当系统除了处于一个唯一状态之外别无其它选择时, 系统才能达到完全有序, 这也就对应着熵为零的状态。对于本文中的模型, 以费密子为例, 由于每一单粒子能级上只能填充一个费密子, 而这个费密子的自旋有两个等概率的取向, 即使在 $T \rightarrow 0K$ 时, 这种取向的不定性仍存在; 若系统具有 N 个费密子, $T \rightarrow 0K$ 时, 总微观态数 Ω 趋于 2^N , 由基本关系式 $S = k \ln \Omega$ 知, 此时熵趋于 $Nk \ln 2$ 。实际上, $T \rightarrow 0K$ 时不等于零的“剩余”熵在无定形固体甚至一些晶态固体中也是可以观测到的^[45]。当然, 这与理想气体情况不同, 例如, 对于理想费密气体, 由于受泡利原理的限制而此时不再有两体 δ 函数作用势存在, 每个单粒子能级上就只能填充自旋取向相反的两个粒子, 从这种意义上来说, 取向就被完全限定了。

至于 C 有限时, 如何用系综理论处理这种模型的热力学性质, 也是我们感兴趣的课题, 值得进一步研究。

赵保恒老师曾在天津报告了 $1/2$ 自旋气体热力学理论, 从而启示我们作此工作。作者表示衷心的感谢。

- [1] L. D. Faddeev, *Sov. Rev. Math. Phys.*, **1**(1981), 107.
- [2] R. J. Baxter, *Exactly Solvable Models in Statistical Mechanics*, New York, Academic, (1982).
- [3] H. B. Thacker, *Rev. Mod. Phys.*, **53**(1981), 253.
- [4] J. Hommerkamp, P. Weber and A. Wiesler, *Nucl. Phys.*, **B152**(1979), 266.
- [5] L. A. Takhtadzhian and L. D. Faddeev, *Russ. Math. Surveys*, **34**(1979), 11.
- [6] B. Y. Hou, M. L. Yan and Y. K. Zhou, *Nucl. Phys.*, **B324**(1989), 715.
- [7] T. T. Truong and K. D. Schotte, *Nucl. Phys.*, **B220**(1983), 77.
- [8] F. C. Pu and B. H. Zhao, *Nucl. Phys.*, **B275**(1986), 77.
- [9] Y. K. Zhou, *Nucl. Phys.*, **B326**(1989), 775.
- [10] A. M. Tselick and P. B. Wiegmann, *Adv. Phys.*, **32**(1983), 456.
- [11] T. T. Truong and I. Peschel, *Z. Phys. B*, **75**(1989), 119.
- [12] E. Olmedilla and M. Wadati, *Phys. Rev. Lett.*, **60**(1988), 1595; *J. Phys. Soc. Japan*, **56**(1987), 4274.
- [13] A. C. Hewson, J. W. Rasul and D. M. Newns, *Phys. Lett.*, **A93**(1983), 311.
- [14] A. C. Hewson, J. W. Rasul and D. M. Newns, *Solid State Commun.*, **47**(1983), 59.
- [15] E. K. Sklyanin, *Funct. Anal. Appl.*, **16**(1982), 263.
- [16] E. K. Sklyanin, *Funct. Anal. Appl.*, **17**(1983), 273.
- [17] P. P. Kulish and N. Yu. Reshetikhin, *J. Sov. Math.*, **23**(1983), 2435.
- [18] M. Jambo, *Lecture Notes in Physics*, Springer, Berlin, **246**(1986), 355.

- [19] L. D. Faddeev, N. Yu. Reshetikhin and L. A. Takhtajan, Quantization of Lie Groups and Lie Algebras, (1987), Preprint LOMI.
- [20] H. J. De Vega, (1987), Preprint LPTHE 87—54.
- [21] M. Wadati and Y. Akutsu, *Prog. Theor. Phys.*, **94**(1988), 1.
- [22] T. Kohno, *Ann. Inst. Fourier, Grenoble*, **37**(1987), 139.
- [23] V. Turaev, *Invent. Math.*, **92**(1988), 527.
- [24] V. F. R. Jones, On Knot Invariants Related to Some Statistical Mechanics Models, (1987), Preprint.
- [25] V. Pasquier and H. Saleur, *Nucl. Phys.*, **B330**(1990), 523.
- [26] M. Karowski, Talk Presented at the "8 SummerWorkshop", Arnold Sommerfeld Institute, Clausthal, July, (1989), Preprint ETH-TH/89-43.
- [27] N. Reshetikhin and F. Smirnov, Preprint HUTMP 89/B246.
- [28] E. H. Lieb and W. Liniger, *Phys. Rev.*, **130**(1963), 1605.
- [29] H. A. Bethe, *Z. Phys.*, **71**(1931), 205.
- [30] C. N. Yang, *Phys. Rev. Lett.*, **19**(1967), 1312.
- [31] R. J. Baxter, *Ann. Phys.*, **70**(1972), 193; 323; 834.
- [32] A. B. Zamolodchikov and Al. B. Zamolodchikov, *Nucl. Phys.*, **B133**(1977), 525.
- [33] B. Sutherland, *Phys. Rev. Lett.*, **20**(1968), 98.
- [34] P. P. Kulish, *Physica*, **3D**(1981), 246.
- [35] F. C. Pu and B. H. Zhao, *Phys. Rev.*, **D30**(1984), 2253.
- [36] Y. K. Zhou and B. H. Zhao, *Phys. Lett.*, **A123**(1987), 382.
- [37] F. C. Pu, Y. Z. Wu and B. H. Zhao, *J. Phys.*, **A**, **20**(1987), 1173.
- [38] Y. K. Zhou, *J. Phys. A*, **21**(1988), 2391; 2399.
- [39] Y. K. Zhou, *Z. Phys. C*, **39**(1988), 215.
- [40] H. T. Fan, F. C. Pu and B. H. Zhao, *Nucl. Phys.*, **B299**(1988), 52.
- [41] 周玉魁、云国宏, *物理学报*, **38**(1989), 648.
- [42] N. M. Bogoliubov, A. G. Izergin and V. E. Korepin, *Lectuer Notes in Physics*, Proceedings, Panchgani, India, **242**(1985), 220.
- [43] A. Berkovich and J. H. Lowenstein, *Nucl. Phys.*, **B285**[FS19](1987), 70.
- [44] R. K. 帕斯里亚著, 统计力学, 湛昆华、方锦清译, 高等教育出版社, (1985).
- [45] И. Л. 朗道 E. M. 栗弗席兹著, 统计物理学, 杨训恺等译, 人民教育出版社, (1964).

THERMODYNAMICS OF ONE-DIMENSIONAL FERMI GAS IN THE INFINITE REPULSIVE COUPLING LIMIT

HU ZHAN-NING ZHOU YU-KUI

Institute of Modern Physics, Xibei University, Xi'an, 710069

(Received 21 December 1989)

ABSTRACT

The thermodynamic properties for a gas of one-dimensional fermi particles interacting via a repulsive delta-function potential have been studied under the limit of infinite repulsive coupling using the theory of grand canonical ensemble. All the thermodynamic functions have been found explicitly and the velocity of sound is derived as a function of the fugacity. In particular, the entropy is not zero at the absolute zero temperature for this model. Finally, some results are given for the arbitrary spin gas.

PACC: 0530; 0570