

良腔情况吸收与色散混合受驱动 光学系统多光子过程压缩效应

张 林 林 仁 明

福建师范大学物理系, 福州, 350007

1989 年 11 月 28 日收到

本文讨论吸收与色散混合型多光子受驱动光学系统在良腔情况下场的压缩效应。得出在一定条件下, 对于单光子过程, 场量正交分量之一 A_1 在混合型比在纯吸收型具有更佳的压缩效应。而对于双光子过程, 场量另一正交分量 A_2 也可能出现压缩效应。

PACC: 4250

一、引 言

我们应用广义 Wigner 分布表示的系统方法, 已经得出仅含吸收型的受驱动光学系统多光子的 Fokker-Planck (缩写为 FP) 方程, 并进行了一系列的讨论^[1-4]。最近又将研究推广到更为普遍的包含有吸收和色散混合型的情况, 得出多光子混合型的 FP 方程, 并求得相应的稳态方程^[5]。

本文在文献[5]的基础上, 采用 Gordon 的绝热近似方法^[6], 在良腔绝热近似下求得仅含场变量的 FP 方程, 并计算了在良腔情况下, 场量的压缩效应。结果发现在混合型情况, 对于单光子过程可以获得比纯吸收型更佳的场算符 A_1 的压缩效应^[7]。并且在一定的条件下, 对于混合型双光子情况, 场算符 A_2 也有可能出现压缩效应。在吸收型良腔情况 $\langle(\delta A_2)^2\rangle$ 恒大于 1/4, 即不会出现压缩效应^[1,8]。

二、良腔情况 ($k \ll \gamma_{\perp}, \gamma_{\parallel}$) 的 FP 方程

在文献[5]中, 已得出吸收和色散混合受驱动光学系统多光子 FP 方程 (文献[5]中 (17)式)

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} P(v, v^*, m, x, x^*, t) = & \Gamma P(v, v^*, m, x, x^*, t), \\ \Gamma = & - \left\{ \frac{\partial}{\partial v} [-\gamma_{\perp}(1 + i\Delta)v - mx^*] + \text{c.c.} \right\} \\ & - \left\{ \frac{\partial}{\partial x} [-k(1 + i\theta)x - y + 2C_n v x^{*n-1}] + \text{c.c.} \right\} \end{aligned} \quad (1)$$

$$\begin{aligned}
& - \frac{\partial}{\partial m} \left\{ -\gamma_{\parallel} \left[m + \sigma + \frac{1}{2} (\nu^* x^n + \nu x^{*n}) \right] \right\} \\
& + \frac{\gamma_{\perp}^2 n}{2k C_n N_{s,n}} \left[\frac{\partial^2}{\partial \nu \partial \nu^*} + \frac{\sigma d^2}{4} \frac{\partial}{\partial m} \left(\frac{\partial}{\partial \nu} \nu + \frac{\partial}{\partial \nu^*} \nu^* \right) + \frac{d^2}{4} \frac{\partial^2}{\partial m^2} (1 + \sigma m) \right] \\
& + \frac{k}{N_{s,n}} (1 + 2\bar{n}) \frac{\partial^2}{\partial x \partial x^*}, \quad (2)
\end{aligned}$$

式中

$$\Delta = \frac{\omega_s - n\omega_0}{\gamma_{\perp}}, \quad \theta = \frac{\omega_s - \omega_0}{k} \quad (3)$$

为规范化失谐量,其余各符号意义均见文献[1]或[4].

在良腔情况当光子的弛豫率 $\gamma_{\perp}, \gamma_{\parallel}$ 比场的弛豫率 k 大许多, 即 $k \ll \gamma_{\perp}, \gamma_{\parallel}$. 按 Gordon 方法^[6]绝热消去原子变量, 经过冗长计算可从方程(1)导得仅含场变量的 FP 方程

$$k^{-1} \frac{\partial}{\partial t} P(x, x^*, t) = \Gamma_A P(x, x^*, t), \quad (4)$$

$$\begin{aligned}
\Gamma_A = & \left\{ -\frac{\partial}{\partial x} \left[y - px + 2C_n q^* \frac{x|x|^{2n-2}}{|q|^2 + |x|^{2n}} \right] + \text{c.c.} \right\} \\
& - \frac{nC_n}{2N_{s,n}} \left\{ \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left[x^2 |x|^{4(n-1)} \frac{(|q|^2 + |x|^{2n})^2 + \sigma^2 |q|^2 (|q|^2 + d(2 - |q|^2))}{(|q|^2 + |x|^{2n})^3} \right] + \text{c.c.} \right\} \\
& + \frac{1}{N_{s,n}} \frac{\partial^2}{\partial x \partial x^*} \\
& \times \left\{ 1 + 2\bar{n} + nC_n |x|^{2n-2} \frac{(2 + |x|^{2n})(|q|^2 + |x|^{2n})^2 - \sigma^2 |x|^{2n}(2 - |q|^2)[|q|^2 + d(2 - |q|^2)]}{(|q|^2 + |x|^{2n})^3} \right\}, \quad (5)
\end{aligned}$$

式中

$$p = 1 + i\theta, \quad q = 1 + i\Delta \quad (6)$$

为与失谐量 Δ, θ 有关的复数. 当 $\Delta = 0, \theta = 0$ 时, 即 $p = 1, q = 1$ 时, 上式化为纯吸收型情况下的多光子良腔的 FP 方程(见文献[1]中(23)式).

当 $N_{s,n} \gg 1$, 场的涨落量很小, 可以对(4)式作线性化处理. 为此先引入实场算符^[9]

$$A_1 = \frac{A + A^+}{2}, \quad A_2 = \frac{A - A^+}{2i}, \quad (7)$$

相应的实 C 数量为

$$x_1 = \frac{x + x^*}{2}, \quad x_2 = \frac{x - x^*}{2i}. \quad (8)$$

再引入实场算符 A_1, A_2 分别绕稳态值 A_{1s}, A_{2s} 的涨落量为

$$\delta A_1 = A_1 - A_{1s}, \quad \delta A_2 = A_2 - A_{2s}, \quad (9)$$

相应的实 C 数围绕稳态值 x_{1s}, x_{2s} 的涨落量为

$$x'_1 = x_1 - x_{1s}, \quad x'_2 = x_2 - x_{2s}. \quad (10)$$

再引入场量 x , 幅模平方量 X

$$X = |x_s|^2 = x_{1s}^2 + x_{2s}^2 \quad (11)$$

和场量的幅角 ϕ

$$x_{1i} + ix_{2i} = \sqrt{X} e^{i\phi}. \quad (12)$$

根据(12)式有

$$x_{1i} = \sqrt{X} \cos \phi, \quad x_{2i} = \sqrt{X} \sin \phi. \quad (13)$$

按上述变换, FP 方程(4)经线性化后,求得

$$k^{-1} \frac{\partial}{\partial t} P(x'_1, x'_2, t) = \Gamma'_A P(x'_1, x'_2, t), \quad (14)$$

$$\Gamma'_A = \frac{\partial}{\partial x'_1} (E_1 x'_1 + E_2 x'_2) + \frac{\partial}{\partial x'_2} (E_3 x'_1 + E_4 x'_2) + F_1 \frac{\partial^2}{\partial x'^2_1} + F_2 \frac{\partial^2}{\partial x'^2_2} + F_3 \frac{\partial^2}{\partial x'_1 \partial x'_2}, \quad (15)$$

式中

$$E_1 = \operatorname{Re} \left. \frac{\partial y}{\partial x_1} \right|_s = 1 - \sigma B H [(\cos 2\phi + \Delta \sin 2\phi)(n|q|^2 - H) + n|q|^2], \quad (16)$$

$$E_2 = \operatorname{Re} \left. \frac{\partial y}{\partial x_2} \right|_s = -\theta - \sigma B H [(\Delta \cos 2\phi - \sin 2\phi)(H - n|q|^2) + \Delta n|q|^2], \quad (17)$$

$$E_3 = \operatorname{Im} \left. \frac{\partial y}{\partial x_1} \right|_s = \theta - \sigma B H [(\Delta \cos 2\phi - \sin 2\phi)(H - n|q|^2) - \Delta n|q|^2], \quad (18)$$

$$E_4 = \operatorname{Im} \left. \frac{\partial y}{\partial x_2} \right|_s = 1 - \sigma B H [(\cos 2\phi + \Delta \sin 2\phi)(H - n|q|^2) + n|q|^2], \quad (19)$$

$$F_1 = \frac{1}{4N_{s,n}} \{1 + 2\bar{n} + nB[X^n \sin^2 \phi (H^2 + Q|q|^2) + H^2 - QX^n]\}, \quad (20)$$

$$F_2 = \frac{1}{4N_{s,n}} \{1 + 2\bar{n} + nB[X^n \cos^2 \phi (H^2 + Q|q|^2) + H^2 - QX^n]\}, \quad (21)$$

$$F_3 = -\frac{1}{4N_{s,n}} nB X^n \sin 2\phi (H^2 + Q|q|^2), \quad (22)$$

式中

$$H = |q|^2 + X^n = 1 + \Delta^2 + X^n, \quad (23)$$

$$B = \frac{2C_n X^{n-1}}{H^3}, \quad (24)$$

$$Q = \sigma^2 [|q|^2 + d(2 - |q|^2)]. \quad (25)$$

(14)式为混合型多光子良腔近似下线性化后的 FP 方程。

设注入信号 y 为实量,在文献[5]中已得出场量幅角 ϕ 的表示式为

$$\tan \phi = -\frac{(1 + \Delta^2 + X^n)\theta + 2\sigma C_n \Delta X^{n-1}}{1 + \Delta^2 + X^n - 2\sigma C_n X^{n-1}}. \quad (26)$$

见文献[5]中(30)式。当 ϕ 取上式时,(14)式就是当入射光 y 为实数时 n 光子良腔情况的线性化 FP 方程。若取 $\theta = 0, \Delta = 0$, 则由(26)式可得 $\phi = 0$ 。因而由(16)–(19)式可知, $E_2 = E_3 = F_3 = 0$, 这时(14)式化为纯吸收型 n 光子良腔情况的线性化 FP 方程(见文献[1]中(29)式)。

三、场算符压缩效应

由(14)式可求得稳态值

$$\langle(\delta x_1)^2\rangle = \frac{1}{4N_{i,n}D} \{ [1 + 2\bar{n} + nB(H^2 - QX^*)]T_{11} + nBX^*(H^2 + Q|q|^2)(\sin^2\phi T + T_{12}^2) \}, \quad (27)$$

$$\langle(\delta x_2)^2\rangle = \frac{1}{4N_{i,n}D} \{ [1 + 2\bar{n} + nB(H^2 - QX^*)]T_{21} + nBX^*(H^2 + Q|q|^2)(\cos^2\phi T + T_{22}^2) \}, \quad (28)$$

式中

$$T_{11} = 2|P|^2 + 2\sigma BH\{2n|q|^2(\Delta\theta - 1) + (H - n|q|^2)[(\Delta\theta - 1)\cos 2\phi - (\Delta + \epsilon)\sin 2\phi]\} + 2n\sigma^2 B^2 H^2 |q|^4 [n|q|^2 + (H - n|q|^2)\cos 2\phi], \quad (29)$$

$$T_{21} = 2|P|^2 + 2\sigma BH\{2n|q|^2(\Delta\theta - 1) - (H - n|q|^2)[(\Delta\theta - 1)\cos 2\phi - (\Delta + \theta)\sin 2\phi]\} + 2n\sigma^2 B^2 H^2 |q|^4 [n|q|^2 - (H - n|q|^2)\cos 2\phi], \quad (30)$$

$$T_{12} = -\theta\cos\phi + \sin\phi - \sigma BH[\Delta H\cos\phi - (H - 2n|q|^2)\sin\phi], \quad (31)$$

$$T_{22} = \cos\phi + \theta\sin\phi - \sigma BH[(H + 2n|q|^2)\cos\phi - \Delta H\sin\phi], \quad (32)$$

$$T = |P|^2 + 2n\sigma BH|q|^2(\Delta\theta - 1) - \sigma^2 B^2 H^3 |q|^2 (H - 2n|q|^2), \quad (33)$$

$$D = 2(1 - \sigma BHn|q|^2)T. \quad (34)$$

当 $\theta = 0, \Delta = 0$ 时, (27), (28) 式化为纯吸收型的稳态值(见文献[1]中(33), (34)式). 根据规范化算符的定义 $\hat{x} = A/\sqrt{N_{i,n}}$, 有场量算符 A_1, A_2 的稳态值

$$\langle(\delta A_1)^2\rangle = N_{i,n}\langle(\delta x_1)^2\rangle, \quad (35)$$

$$\langle(\delta A_2)^2\rangle = N_{i,n}\langle(\delta x_2)^2\rangle. \quad (36)$$

在(35)和(36)式中取 $\sigma = -1$ (无泵浦), $\bar{n} = 0$ (无热涨落), $d = 2$ (纯辐射), 并适当选取 C, Δ, θ 的值, 给出单光子 ($n = 1$), 双光子 ($n = 2$) 过程, $\langle(\delta A_1)^2\rangle, \langle(\delta A_2)^2\rangle$ 随

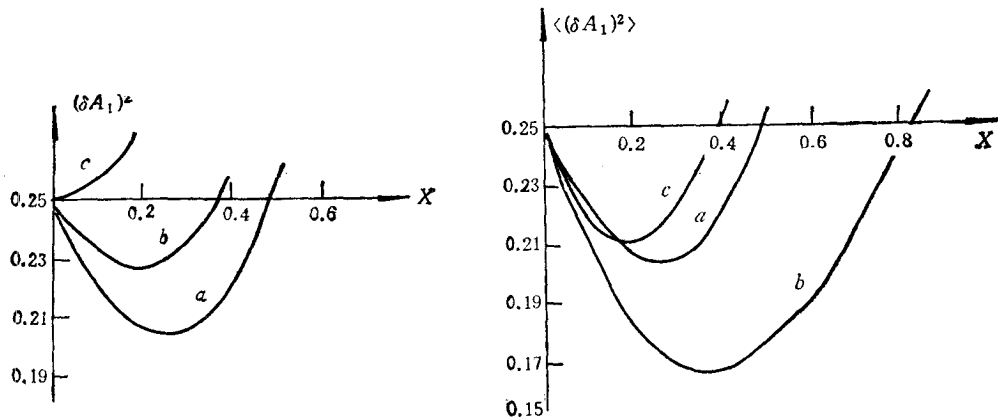


图1 当 $n = 1, \sigma = -1, C = 20, d = 2, \bar{n} = 0, \theta = 0$ 时, $\langle(\delta A_1)^2\rangle$ 随 X 变化曲线 a 为 $\Delta = 0$; b 为 $\Delta = 0.25$; c 为 $\Delta = 0.6$

图2 当 $n = 1, \sigma = -1, C = 20, d = 2, \bar{n} = 0, \Delta = 0$ 时, $\langle(\delta A_1)^2\rangle$ 随 X 变化曲线 a 为 $\theta = 0$; b 为 $\theta = 17.5$; c 为 $\theta = 50$

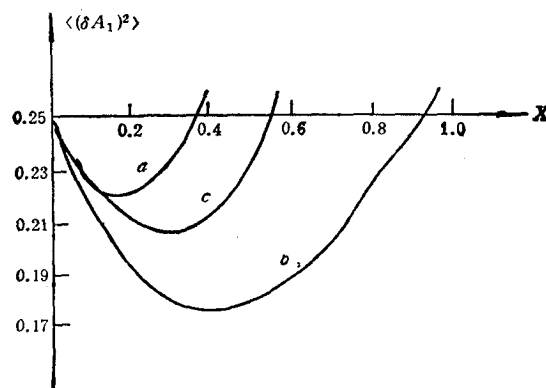


图3 当 $n=1, \sigma=-1, d=2, \bar{n}=0, \Delta=0.2, \theta=15$ 时, $\langle(\delta A_1)^2\rangle$ 随 X 变化曲线
a 为 $C=5$; b 为 $C=17.5$; c 为 $C=30$

X 变化的曲线, 见图 1—图 6. 在各图中所取的 X 值都处于双稳态 s 型曲线的下支^[3].

图 1 为 $n=1, C=20, \theta=0, \Delta$ 分别取 3 个不同值时的 $\langle(\delta A_1)^2\rangle-X$ 变化曲线. 从图 1 中可知, 对于单光子过程, 当 Δ 增大时产生压缩量的 X 取值区域减小, 压缩量也逐渐减小. 当 $\Delta \geq 0.6$ 时单光子 A_1 场算符的压缩效应消失. 这是由于在单光子过程中, 当 Δ 增大时, 其稳态 s 型曲线的工作区域减小以至消失^[3], 所以 A_1 的压缩量也呈同样的变化.

图 2 为 $n=1, C=20, \Delta=0, \theta$ 分别取 3 个不同值时的 $\langle(\delta A_1)^2\rangle-X$ 变化曲线. 这时随 θ 的增大, 压缩量和产生压缩效应的 X 取值范围均先增大而后减小. 在 $\theta \approx 17.5$ 时, A_1 的压缩量达到极大值. 这时比较图 2 中混合型曲线 b 与吸收型曲线 a , 可知混合型有可能出现比纯吸收型更佳的压缩效应^[7].

图 3 为 $n=1, \Delta, \theta$ 均不等于零的混合型情况; C 取 3 个不同值时的 $\langle(\delta A_1)^2\rangle-X$ 变化曲线. 由图 3 可知, 在合作参数 C 取值相当宽的范围内, 均出现压缩效应. 当 $\Delta=0.2, \theta=15, C \approx 17.5$ 时, A_1 的压缩量最大.

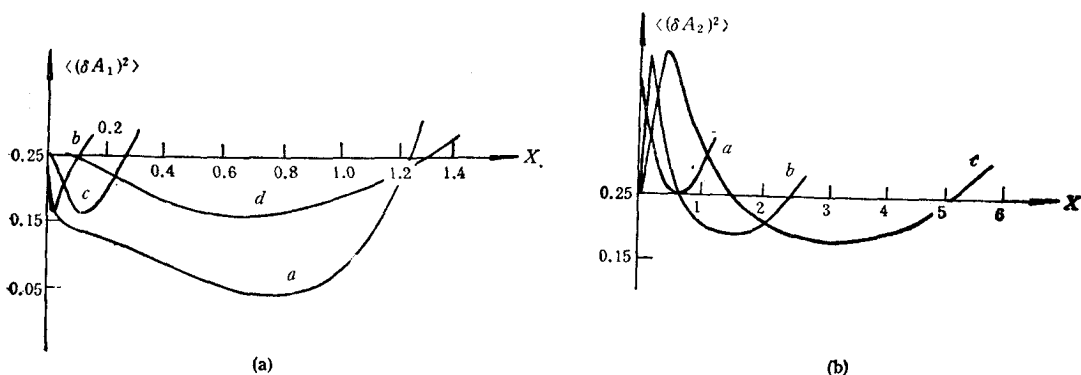


图4 $n=2, \sigma=-1, d=2, \bar{n}=0, \theta=0, C=20$ 时, $\langle(\delta A_1)^2\rangle$ 随 X 变化曲线
(a) (其中 a 为 $\Delta=0$; b 为 $\Delta=1$; c 为 $\Delta=10$; d 为 $\Delta=50$) 和 $\langle(\delta A_1)^2\rangle$
随 X 变化曲线 (b) (其中 a 为 $\Delta=3.5$; b 为 $\Delta=10$; c 为 $\Delta=25$)

对于单光子 ($n = 1$), 场量的另一正交分量 $\langle(\delta A_2)^2\rangle$ 均大于 $1/4$, 即不会出现 A_2 的压缩效应。

图 4(a), (b) 分别示出双光子 ($n = 2$) 情况下 $\langle(\delta A_1)^2\rangle$, $\langle(\delta A_2)^2\rangle$ 随 x 变化曲线, 取 $C = 20, \theta = 0$, 而 Δ 分别取几个不同的值。这时总体说来, A_1 的压缩量随 Δ 增大而缩小, 即混合型比纯吸收型压缩量小。而产生压缩量的 x 取值区域在 $\Delta < 1$ 时随 Δ 的增加而迅速减小; 当 $\Delta \geq 1$ 时, 随 Δ 的增加逐步加大。从文献[5]可知, 双光子 ($n = 2$) 当 Δ 增加时, 其双稳态 s 型曲线的工作区域增大, 从而产生压缩量的 x 取值范围也增大, 这是与单光子不同之处。图 4(b) 表示在双光子双稳态工作区域的下支, 取 $C = 20, \theta = 0, \Delta > 3.5$ 时, A_2 分量在某些区域有可能出现压缩效应。从图 4(b) 中可看到, 测不准关系式

$$\langle(\delta A_1)^2\rangle\langle(\delta A_2)^2\rangle \geq \frac{1}{16} \quad (37)$$

始终得到满足。

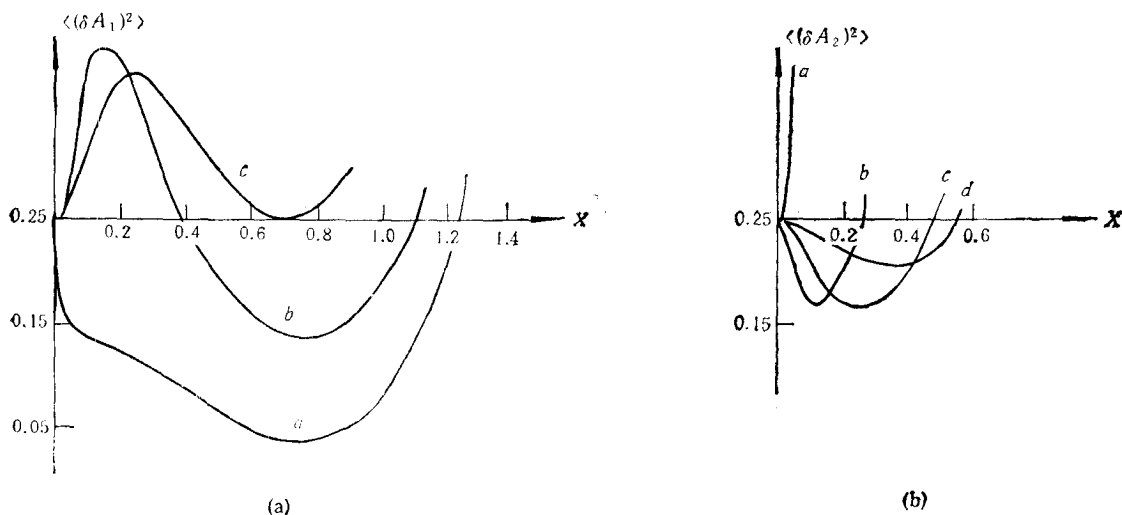


图 5 $n = 2, \sigma = -1, d = 2, \bar{n} = 0, C = 20, \Delta = 0$ 时, $\langle(\delta A_1)^2\rangle$ 随 x 变化曲线 (a) (其中 a 为 $\theta = 0$; b 为 $\theta = 10$; c 为 $\theta = 19$) 和 $\langle(\delta A_2)^2\rangle$ 随 x 变化曲线 (b) (其中 a 为 $\theta = 1$; b 为 $\theta = 10$; c 为 $\theta = 20$; d 为 $\theta = 50$)

图 5(a), (b) 分别示出 $n = 2, C = 20, \Delta = 0$, 而 θ 取不同值的情况下, $\langle(\delta A_1)^2\rangle$, $\langle(\delta A_2)^2\rangle$ 随 x 变化曲线。此时 A_1 的压缩量随 θ 的增加而单调减小, 在 $\theta \geq 19$ 时 A_1 无压缩效应。而在此条件下, 场量的另一正交分量 A_2 , 当 $\theta > 1$ 时会出现压缩效应。当 θ 增加时, 产生压缩效应的 x 取值区域也增加, 但其压缩量的极大值是在 $\theta \approx 20$ 附近。此时 A_1, A_2 也同样满足测不准关系(37)式。

图 6 示出 $n = 2, \Delta \neq 0, \theta \neq 0$ 的混合型, 当合作参量 C 取不同值时的 $\langle(\delta A_1)^2\rangle$ - x 变化曲线。当取 $\Delta = 10, \theta = 10$ 时, C 值越大, A_1 的压缩量也越大, 但产生压缩效应的 x 取值区域却减小。这是因为 C 增加时其双稳态 s 型曲线的工作区域是渐渐增大的^[5]。

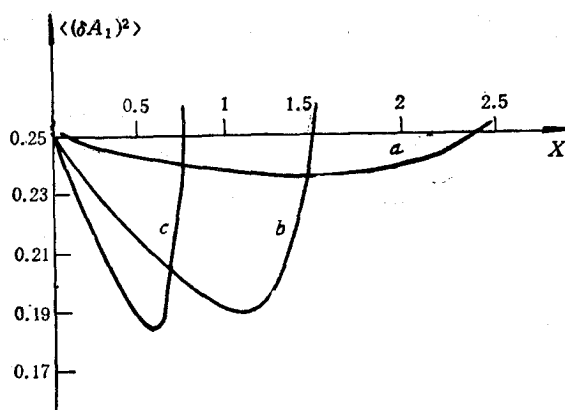


图6 $n=2, \sigma=-1, d=2, \bar{n}=0, \Delta=10, \theta=10$ 时, $\langle(\delta A_1)^2\rangle$ 随 X 变化曲线
 a 为 $C=2$; b 为 $C=10$; c 为 $C=20$

福建省自然科学基金资助的课题.

- [1] 林仁明、黄思先、张林, 物理学报, **37**(1988), 573.
- [2] 张林、林仁明、黄思先, 物理学报, **37**(1988), 1438.
- [3] 林仁明、张林, 物理学报, **38**(1989), 548.
- [4] S. X. Huang, R. M. Lin, *Phys. Rev.*, **A39**(1989), 221.
- [5] 林仁明、张林, 物理学报, **39**(1990), 889.
- [6] J. P. Gordon, *Phys. Rev.*, **161**(1967), 367.
- [7] M. D. Reid, *Phys. Rev.*, **A37**(1988), 4792.
- [8] L. A. Lugiato, G. Strini, *Opt. Comm.*, **41**(1982), 447.
- [9] L. A. Lugiato, Theory of Optical Bistability, in Progress in Optics XXI, ed. by E Wolf, North-Holland, Amsterdam, (1984), p. 71.

MULTI-PHOTON SQUEEZING EFFECT FOR THE MIXED ABSORPTIVE-DISPERSIVE DRIVEN OPTICAL SYSTEM IN GOOD CAVITY CASE

ZHANG LIN LIN REN-MING

Department of Physics, Fujian Teachers University, Fuzhou, 350007

(Received 28 November 1989)

ABSTRACT

In this paper, the multi-photon field squeezing effects for the mixed absorptive-dispersive driven optical system in good cavity case is discussed. Under certain condition, for the single-photon case the squeezing effect of A_1 , one of the quadrature component of field, in the mixed systems is better than that in the pure absorptive systems. And for the two-photon case, the squeezing effect of A_2 , another quadrature component of field, may appear.

PACC: 4250