

金属光学性质对高精度丝径 测量中偏振效应的影响*

谢建平 邱焰辉 明 海

中国科学技术大学物理系, 合肥, 230026

李川奇 牛亚平 奚立峰

中国科学技术大学精密机械系, 合肥, 230026

大 园 成 夫

日本东京大学精密机械工程系, 日本, 东京, 113

1990年1月23日收到

本文主要研究金属细丝的光学性质对高精度丝径测量中偏振效应的影响。由振动平行和垂直于细丝轴线的偏振光的夫琅和费衍射图样得到的丝径值不相同。理论分析表明: 这种丝径的差值与金属复数折射率的虚部近似成正比关系增大, 而与它的实部无关。一些实验结果与理论分析符合得很好。

PACC: 7730; 7820W; 4285; 4260K

一、引 言

在激光衍射法细丝直径测量中, 当测量精度优于亚微米时, 用振动方向平行于细丝轴线的偏振光测量的直径值与用振动方向垂直于细丝轴线的偏振光的测量值不相同, 表现出光的偏振效应。作者曾经指出^[1], 在测量中这种直径差值(以下称为径差)达到亚微米数量级, 比测量误差($0.04\mu\text{m}$) 约高一个数量级; 径差随光振动方向与丝轴的夹角 ϕ 呈正弦型变化; 在标量衍射理论的夫琅和费衍射公式基础上, 计及不同偏振方向光波在细丝表面反射时产生的不同位相变化, 细丝的夫琅和费衍射图也发生了微小的不同变化, 致使直径测量值不同, 给这种偏振效应作了正确的解释。本文在此基础上着重研究细丝的金属光学性质对这种偏振效应的影响。深入的分析表明: 径差 δd 与表征细丝金属光学性质的复数折射率 $\hat{n} = n + jn\kappa$ 的虚部 $n\kappa$ 成正比关系增大, 而与其实部 n 无关; 在接近掠入射时, 平行于细丝轴线的振动分量的反射率 $\rho_{\perp}$ 都接近于1, 不随 n 变化, 而垂直于细丝轴线的振动分量的反射率 $\rho_{\parallel}$ 则随 n 近似线性地变小, 而且 $\rho_{\perp}$ 和 $\rho_{\parallel}$ 都与 $\hat{n}$ 的虚部 $n\kappa$ 无关。

* 国家自然科学基金资助的课题。

在实验中,测得钢丝的径差为 $0.37\mu\text{m}$, 钨丝的径差为 $0.66\mu\text{m}$, 它们与理论预计值的偏离都在测量系统的误差 $0.04\mu\text{m}$ 范围内,实验与理论二者符合得很好。

二、分 析

金属的光学性质可用复数折射率表示,

$$\hat{n} = n + i\kappa, \quad (1)$$

其中 n 和 κ 为实数, κ 为衰减系数。光波的平行分量 (P) 和垂直分量 (S) 在金属表面的复数反射率分别为

$$R_{\parallel} = \rho_{\parallel} e^{i\phi_{\parallel}} = \frac{\tan(\theta_i - \theta_t)}{\tan(\theta_i + \theta_t)}, \quad (2a)$$

$$R_{\perp} = \rho_{\perp} e^{i\phi_{\perp}} = -\frac{\sin(\theta_i - \theta_t)}{\sin(\theta_i + \theta_t)}, \quad (2b)$$

式中 $\rho_{\parallel}$, $\rho_{\perp}$ 和 $\phi_{\parallel}$, $\phi_{\perp}$ 分别为 P 和 S 分量的实振幅反射率和位相变化, θ_i 为入射角, θ_t 为折射角,由下式给出:

$$\sin \theta_t = \frac{1}{\hat{n}} \sin \theta_i = a e^{-i\phi_a}, \quad (3)$$

式中 $a = \frac{\sin \theta_i}{n \sqrt{1 + \kappa^2}}$, $\phi_a = \arctan(\kappa)$ 。

激光衍射法丝径测量中偏振效应所产生的径差 δd 主要是由 P 和 S 分量反射中位相变化的差值 $\Delta = \phi_{\parallel} - \phi_{\perp}$ 所引起^[1],其关系为

$$\delta d = -\frac{\Delta d}{m\pi \sin \theta_i}. \quad (4)$$

这里 m 是直径为 d 的细丝夫琅和费衍射图中入射角为 θ_i 的反射光波恰好达到的衍射条纹的级序。

由(3)式可知

$$\cos \theta_t = [1 - \sin^2 \theta_t]^{\frac{1}{2}} = b e^{i\phi_b}, \quad (5a)$$

$$\text{式中} \quad b = [1 + a^4 - 2a^2 \cos 2\phi_a]^{\frac{1}{4}}, \quad (5b)$$

$$\phi_b = \frac{1}{2} \arctan \left[\frac{a^2 \sin 2\phi_a}{1 - a^2 \cos 2\phi_a} \right]. \quad (5c)$$

则 S 分量的反射情况为

$$\rho_{\perp} = \frac{[b^4 \sin^4 \theta_i + a^4 \cos^4 \theta_i - 2a^2 b^2 \sin^2 \theta_i \cos^2 \theta_i (1 - \sin^2(\phi_a + \phi_b))]^{\frac{1}{2}}}{[b^2 \sin^2 \theta_i + a^2 \cos^2 \theta_i + 2ab \sin \theta_i \cos \theta_i \cos(\phi_a + \phi_b)]}, \quad (6a)$$

$$\phi_{\perp} = \arctan \left[\frac{2ab \sin \theta_i \cos \theta_i \sin(\phi_a + \phi_b)}{b^2 \sin^2 \theta_i - a^2 \cos^2 \theta_i} \right]. \quad (6b)$$

由(2)式得

$$R_{\parallel} = \rho_{\parallel} e^{i\phi_{\parallel}} = \rho_{\perp} e^{i\phi_{\perp}} \cdot \left[\frac{-\cos(\theta_i + \theta_t)}{\cos(\theta_i - \theta_t)} \right],$$

$\Delta = \phi_{\parallel} - \phi_{\perp}$ 便是 $-\cos(\theta_i + \theta_t)/\cos(\theta_i - \theta_t)$ 的幅角, $\rho_{\parallel}$ 为 $\rho_{\perp}$ 与 $-\cos(\theta_i + \theta_t)/\cos(\theta_i - \theta_t)$ 的模的乘积. 经过推导后得到

$$\Delta = \phi_{\parallel} - \phi_{\perp} = \arctan \left[\frac{2ab \sin \theta_i \cos \theta_i \sin(\phi_a + \phi_b)}{b^2 \cos^2 \theta_i - a^2 \sin^2 \theta_i} \right], \quad (7a)$$

$$\rho_{\parallel} = \rho_{\perp} [b^4 \cos^4 \theta_i + a^4 \sin^4 \theta_i - 2a^2 b^2 \sin^2 \theta_i \cos^2 \theta_i (1 - \sin^2(\phi_a + \phi_b))]^{\frac{1}{2}} \cdot [b^2 \cos^2 \theta_i + a^2 \sin^2 \theta_i + 2ab \sin \theta_i \cos \theta_i \cos(\phi_a + \phi_b)]^{-1}. \quad (7b)$$

现在讨论 (7a) 式, 此式等号右端括号中分子项为

$$\begin{aligned} & \frac{2 \sin^2 \theta_i \cos \theta_i}{\sqrt{n^2 + (n\kappa)^2}} \cdot \left[1 - \frac{2(n^2 - (n\kappa)^2) \sin^2 \theta_i}{(n^2 + (n\kappa)^2)^2} + \frac{\sin^4 \theta_i}{(n^2 + (n\kappa)^2)^2} \right]^{\frac{1}{2}} \\ & \cdot \left\{ \sin[\arctan(\kappa)] \cdot \cos \left[\frac{1}{2} \arctan \left(\frac{2n(n\kappa) \sin^2 \theta_i}{(n^2 + (n\kappa)^2)^2 - (n^2 - (n\kappa)^2) \sin^2 \theta_i} \right) \right] \right. \\ & \left. \cdot \cos[\arctan^{-1}(\kappa)] \cdot \sin \left[\frac{1}{2} \arctan \left(\frac{2n(n\kappa) \sin^2 \theta_i}{(n^2 + (n\kappa)^2)^2 - (n^2 - (n\kappa)^2) \sin^2 \theta_i} \right) \right] \right\}. \end{aligned}$$

由于在丝径测量中入射角 θ_i 都接近 90° , 即有 $\sin \theta_i \approx 1$, 同时各种金属折射率的实部 n 和虚部 $n\kappa$ 的中间值分别约为 1.8 和 3, 因此上式中第二项的值近似为 1. 第三项中的角度 $\frac{1}{2} \arctan \left(\frac{2n(n\kappa) \sin^2 \theta_i}{(n^2 + (n\kappa)^2)^2 - (n^2 - (n\kappa)^2) \sin^2 \theta_i} \right) \approx 1.985^\circ$, 则其余弦值近似为 1, 正弦值近似为 0. 那么, (7a) 式等号右端括号中分子近似为 $\frac{2(n\kappa) \sin^2 \theta_i \cos \theta_i}{n^2 + (n\kappa)^2}$; 作同样的近似其分母为 $-\frac{\sin^4 \theta_i}{n^2 + (n\kappa)^2}$. 则有

$$\Delta = -\arctan[2(n\kappa) \cos \theta_i] \approx -2(n\kappa) \cos \theta_i, \quad (8)$$

式中也用了 $\cos \theta_i$ 很小的近似. 将 (8) 式代入 (4) 式得到

$$\delta d = -\frac{\Delta d}{m\pi \sin \theta_i} = \frac{2(n\kappa) \cos \theta_i d}{m\pi \sin \theta_i},$$

式中入射角为 θ_i 的反射光波所达到的条纹级数 m 可由文献[1]的图 3 得到,

$$\begin{aligned} m \frac{\lambda z}{d} &= \frac{d}{2} \sin \theta_i + z \tan(\pi - 2\theta_i) \approx z \tan(\pi - 2\theta_i), \\ m &\approx \frac{(\pi - 2\theta_i)d}{\lambda}. \end{aligned} \quad (9)$$

这样, 径差与金属光学性质的关系为

$$\delta d = \frac{2(n\kappa)d \cos \theta_i}{\pi d \sin \theta_i (\pi - 2\theta_i)} = \frac{(n\kappa) \cos \theta_i}{\pi \sin \theta_i \left(\frac{\pi}{2} - \theta_i \right)} \approx \frac{(n\kappa)}{\pi}. \quad (10)$$

(10) 式是本文分析得到的重要结果. 它表明在丝径测量中由偏振效应所引起的径差 δd 与金属复数折射率的实部 n 无关, 而与其虚部 $n\kappa$ 成正比例关系增大; 在不计及色散时, 径差与入射光的波长 λ 成线性关系, 实验中利用较短波长的激光束比较有利; 对于电介质如玻璃丝, 光纤和头发丝等, 其折射率为实数, 即 $n\kappa \approx 0$ ^[2], 径差应近似为零没有这

种偏振效应。

利用(4)和(7a)式对一些金属材料的细丝径差进行了计算, 作为 δd_1 表示在表 1 中。计算中取 $d = 119.88 \mu\text{m}$, 入射角 $\theta_i = 88.6388^\circ$, $\lambda = 6328 \text{ \AA}$, 夫琅和费衍射图观察距离 $z = 1\text{m}$ 。为了对照, 表 1 中也给出近似式(10)的计算结果 δd_2 , 它与 δd_1 的平均差值为 $0.02 \mu\text{m}$, 在仪器测量误差 $0.04 \mu\text{m}$ 范围内。因此(10)式有较好的近似精度。图 1 表示一些金属细丝的径差 δd 随 $n\kappa$ 的变化情况, 它近似为一条直线。

表 1 一些金属细丝的径差 δd 随 $n\kappa$ 变化的理论值

金属	Fe	Cu	Au	W	Ni	Ag	Pt	Co	Mg	Al	Sn
$(n\kappa)^{[3]}$	1.63	2.57	2.83	3.25	3.42	3.44	3.54	4.04	4.42	5.23	5.25
$n^{[3]}$	1.51	0.62	0.47	3.46	1.58	0.20	2.63	2.12	0.37	1.44	1.48
$\delta d_1(\mu\text{m})$	0.36	0.55	0.60	0.67	0.71	0.72	0.73	0.83	0.91	1.07	1.07
$\delta d_2(\mu\text{m})$	0.33	0.52	0.57	0.65	0.69	0.69	0.71	0.82	0.89	1.05	1.06

由(6a)式计算表 1 中各金属材料的 S 分量在接近掠入射时的振幅反射率 $\rho_\perp$ 都接近于 1, P 分量的振幅反射率 $\rho_\parallel$ 由(7b)式给出,

$$\rho_\parallel \approx \frac{1}{1 + 2n \cos \theta_i} \approx 1 - 2n \cos \theta_i, \quad (11)$$

$\rho_\parallel$ 随折射率的实部 n 近似为线性变小。虽然 $\rho_\perp$ 与 $\rho_\parallel$ 不相同, 但它们所引起的径差 δd 比测量误差小得多而不能测出^[1]。因此上面的分析中略去了这种影响。

三、一些实验结果

采用文献[1]中图 1 所示的 CCD 高精度丝径测量系统来实验, 入射光为 He-Ne 激光束 ($\lambda = 6328 \text{ \AA}$), CCD 器件到细丝距离 $z = 1\text{m}$, 测量误差为 $0.04 \mu\text{m}$ 。

对直径为 $14.83 \mu\text{m}$ 的纯钨丝(W)测量的结果表示在图 2 中, 横坐标 $\psi = 0^\circ$ 和 $\pm 90^\circ$

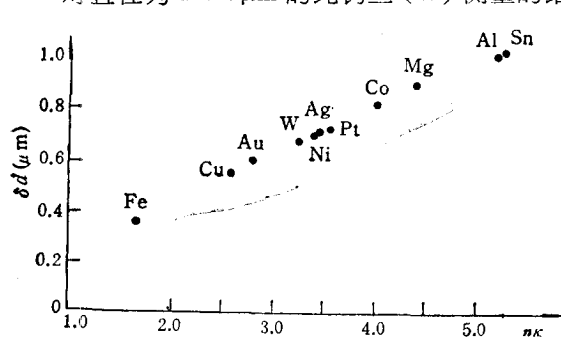


图 1 径差 δd 与 $n\kappa$ 的关系

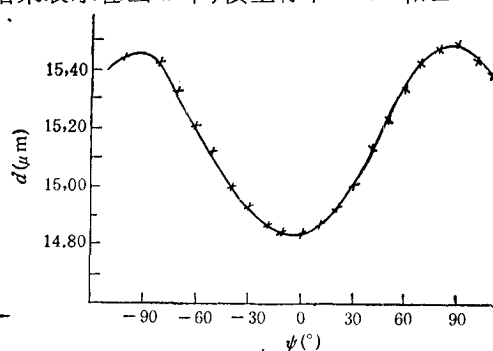


图 2 钨丝直径测量值随入射光振动方向 ψ 的变化

× 为实验值; 实线为理论曲线

分别为光振动平行和垂直于细丝轴线, 即为 S 和 P 分量的情况。直径测量值随光振动与丝轴的夹角 ψ 呈正弦型变化, 径差 $\delta d = (15.49 - 14.83) \mu\text{m} = 0.66 \mu\text{m}$ 。该径差实验值和表 1 所示理论值 $0.67 \mu\text{m}$ 相差 $0.01 \mu\text{m}$, 小于测量误差。

直径为 $142.78\mu\text{m}$ 的钢丝测量结果表明, 直径测量值随 ϕ 角也呈正弦型变化, $\delta d = 0.37\mu\text{m}$, 仅比表 1 中的理论值大 $0.01\mu\text{m}$. 理论与实验结果符合得很好.

金属的复折射率中虚部 $n\kappa$ 占优势^[2], 它是造成径差这种偏振效应的物理原因. 为了说明这一点, 实验中测量了直径为 $83.10\mu\text{m}$ 的黑色头发丝的直径值随入射光振动方向 ϕ 的变化. 用 S 和 P 分量测得的直径值分别为 $83.10\mu\text{m}$ 和 $83.12\mu\text{m}$, 其差别小于测量误差, 因而径差近似为零. 这是由于头发丝和金属不同, 它不是导体而是接近绝缘体, 即其折射率接近实数便没有这种偏振效应.

利用本文分析得到的结果, 可对丝径测量中偏振效应所致的径差值进行预计. 由(7a)式知道, S 分量的直径实验值比 P 分量的更接近于真实值. 由实验测得的径差和(10)式也可得到金属复折射率的虚部, 例如钨丝径差实验值为 $0.66\mu\text{m}$, 则 $n\kappa = 3.25$, 这与表 1 的 3.25 略有偏差. 由(10)式可知, 其误差约为 π/λ 与测量误差的乘积.

[1] 谢建平、邢晓正、李川奇、朱懋胜、大园成夫, *物理学报*, **38**(1989), 399.

[2] M. 玻恩、E. 沃耳夫著, 光学原理(下册), 黄乐天、陈熙谋、陈秉乾译校, 科学出版社, (1981), 815 页.

[3] 见文献[2], 829 页.

THE INFLUENCE OF METAL OPTICAL PROPERTY ON THE POLARIZATION EFFECT IN MEASUREMENTS OF THIN WIRE DIAMETER WITH HIGH ACCURACY

XIE JIAN-PING QIU YAN-HUI MING HAI

Department of Physics, University of Science and Technology of China, Hefei, 230026

LI CHUAN-QI NIU YA-PING XI LI-FENG

Department of Precision Machinery, University of Science and Technology of China, Hefei, 230026

S. OZONO

Department of Precision Machinery Engineering, University of Tokyo, Japan, Tokyo, 113

(Received 23 January 1990)

ABSTRACT

The influence of metal optical property on the polarization effect in measurements of thin wire diameter with high accuracy has been studied in the present paper. The experimental values of thin wire diameter obtained from its Fraunhofer diffraction patterns, which are produced by polarized light with the vibrations parallel and perpendicular to the wire axis respectively, is different. The theoretical analysis shows that this difference of wire diameter is approximately proportional to the imaginary part of complex index of metal, and is independent of its real part. Some experimental results agree well with the theory.

PACC: 7730; 7820W; 4285; 4260K