

由微观随机动力学导出非平衡 稳定态的长程相关性 (II)

微观随机动力学模型正确性的证明

李 富 斌

淮北煤炭师范学院物理系, 安徽, 淮北, 235000

1989年5月19日收到

本文证明了由微观随机动力学理论的简化相斥模型在流体力学的极限下所导出的涨落场和其协方差与由宏观涨落流体力学所求得的涨落场和其协方差是完全符合的, 且均为 Gauss 型。从而证明了由微观随机动力学所导出的非平衡稳定态的长程相关性是正确的, 由本文所建立的模型是有效的^[1]。

PACC: 4720; 3120; 7150; 0540

一、引 言

本文指出至少在原理上从基础随机动力学会得到我们所需要的宏观理论。可以给出在特定但并无简并情形下的涨落流体力学的导数, 仅因硬心的排斥, 此情形相当于无限温度的情形。建立在此种模型上的平衡理论是完全平常的理论。而非平衡稳定态却具有出人意外的丰富结构, 这种结构却源于同一点阵位置不能同时被两个粒子所占据的事实。

除了研究这种简化的随机点阵气模型之外, 还研究了宏观涨落流体力学如何修正的问题。

二、简化相斥模型

将研究 $\beta = 0, c(x, y, \eta) = 1$ 的特殊情形, 该种情形有别于 $|x - y| = 1, c(x, y, \eta) = 0$ 的其它情形。为此, 可直接通过其边界密度将生成元文献[1]中(16)式重写为

$$\begin{aligned}(Lf)(\eta) = & \frac{1}{2} \sum_{x, y \in A_N, |x-y|=1} (f(\eta^{xy}) - f(\eta)) \\ & + \sum_{x \in A_N, x_1 = -N} [\rho_-(1 - \eta_x) + (1 - \rho_-)\eta_x] (f(\eta^x) - f(\eta)) \\ & + \sum_{x \in A_N, x_1 = N} [\rho_+(1 - \eta_x) + (1 - \rho_+)\eta_x] (f(\eta^x) - f(\eta)).\end{aligned}\quad (1)$$

这种特殊的随机点阵气在无限温度时的简单性来源于 BBGKY (Beijeren, Beysens, Garrabos, Keizer 和 Youmans) 系统去耦的事实: 第 n 次相关函数借助于自身便可满足一个闭合方程. 但在有限温度时, 第 n 次相关函数耦合于高阶相关函数上, 然而对高阶相关函数的分析却是比较困难的. 我们想利用这种简单性去详细地研究稳态耦合相关函数, 尤其要给出宏观理论有效性的证明.

将 Galves 等人所给出的论证推广到任意维并证明: 测量态 $\langle \rangle_N$ 时, 存在一个唯一的稳态几率, 即对于所有局域函数 f 存在一个满足如下方程的态:

$$\langle Lf \rangle_N = 0. \quad (2)$$

如果 $\rho_- = \rho = \rho_+$, 则在态 $\langle \rangle_N$ 中, η_x 是独立的, $\eta_x = 1$ 具有几率 ρ .

由于 $j(x, x+e) = \eta_x - \eta_{x+e}$ 意味着在整体平衡中, $\sum_x < j(x, x+e) e^{U_j} j(0, e') \rangle_\rho = 0$, 故由文献[1]的(10)与(11)式所定义的 $\chi(\rho)$ 与 $D(\rho)$ 则变为

$$\chi(\rho) = \rho(1 - \rho), \quad (3)$$

$$D(\rho) = 1. \quad (4)$$

1. 稳态的协方差

为简化符号, 可作如下缩写: $x_2, \dots, x_d = x_{11}$, $x = (x_1, x_{11})$. 当边界条件为 $\langle \eta_{(-N-1, x_{11})} \rangle_N = \rho_-$, $\langle \eta_{(N+1, x_{11})} \rangle_N = \rho_+$ 时, 对于第一个相关函数, 可得到

$$\Delta \langle \eta_x \rangle_N = 0. \quad (5)$$

上式中的 Δ 为如下的点阵拉普拉斯:

$$(\Delta f)(x) = \sum_{e, e'=1} (f(x+e) - f(x)). \quad (6)$$

方程 5 的解由下式给出:

$$\langle \eta_x \rangle_N = [1/(2N+2)][\rho_-(N+1-x_1) + \rho_+(N+1+x_1)]. \quad (7)$$

对 $x, y \in A_N$, 其稳态的协方差可由下式确定:

$$c_N(x, y) = \langle \eta_x \eta_y \rangle_N - \langle \eta_x \rangle_N \langle \eta_y \rangle_N. \quad (8)$$

依据假定 $x \neq y$, 可得出与上述论证相一致的结果, 即

$$c_N(x, x) = \langle \eta_x \rangle_N (1 - \langle \eta_x \rangle_N). \quad (9)$$

再将 $f(\eta) = \eta_x \eta_y$ 代入(2)式中, (8)式进行移项, 即有 $\langle \eta_x \eta_y \rangle_N = c_N(x, y) + \langle \eta_x \rangle_N \langle \eta_y \rangle_N$, 再利用平均密度的显式(7), 得到

$$\begin{aligned} & \sum_{x' \in A_N, |x'-x|_1, x' \neq y} (c_N(x', y) - c_N(x, y)) \\ & + \sum_{y' \in A_N, |y'-y|_1, y' \neq x} (c_N(x, y') - c_N(x, y)) - (\delta_{x_1, -N} + \delta_{x_1, N} + \delta_{y_1, -N} + \delta_{y_1, N}) c_N(x, y) \\ & = [(\rho_+ - \rho_-)^2 / (2N+2)^2] (\delta_{x_1, y_1+1} + \delta_{x_1+1, y_1}) \delta_{x_{11}, y_{11}}. \end{aligned} \quad (10)$$

(10)式具有一个有用的几率解释. 令 $x(t)$, $y(t)$ 为 $A_N \cup \{x_1 = -N-1\} \cup \{x_1 = N+1\}$ 上的两个无规行走. 假如它们在最邻近的点阵位置之间以一定速率从一点到另一点的跳变是以该点阵位置不被其它的无规行走所占有为条件, 则无论它们如何, $x(t)$ 和 $y(t)$ 均将被边界平面 $\{x_1 = -N-1\}$ 和 $\{x_1 = N+1\}$ 所吸收. $E_{N, (x, y)}$ 归因于这

两个互相排斥的无规行走所给出的初始条件: $x(0) = x, y(0) = y$. 再令 A_N 为 Markov 跳变过程 $x(t), y(t)$ 的生成元, 令 $g_N(x, y) = (\delta_{x, y+1} + \delta_{x+1, y_1})\delta_{x_{11}, y_{11}}$, 则有

$$(A_N c_N)(x, y) = [(\rho_+ - \rho_-)/(2N + 2)]^2 g_N(x, y). \quad (11)$$

由于其吸收边界条件 A_N 是可逆的, 故有

$$c_N(x, y) = [(\rho_+ - \rho_-)/(2N + 2)]^2 (A_N^{-1} g_N)(x, y). \quad (12)$$

引理 1 令 $A_N^{-1}(x, y; x', y')$ 为 A_N^{-1} 的核, 则

$$-A_N^{-1}(x, y; x', y') = E_{N, (x, y)}. \quad (13)$$

证明: $x(t), y(t)$ 在 x', y' 处花费的时间为

$$\int_0^\infty dt \delta_{x(t), x'} \delta_{y(t), y'}. \quad (14)$$

交换积分的次序可求得

$$\begin{aligned} & \int_0^\infty dt E_{N, (x, y)}(\delta_{x(t), x'} \delta_{y(t), y'}) \\ &= \int_0^\infty dt e^{\Delta_N t}(x, y; x', y') = -A_N^{-1}(x, y; x', y'). \end{aligned} \quad (15)$$

由于 g_N 是集合 $\Gamma_N = \{x, y \in \Lambda_N | x_1 - y_1 = 1, x_{11} = y_{11}\}$ 的指示符号函数, 所以由引理 1 与 (12) 式一起可求出其协方差

$$c_N(x, y) = [(\rho_+ - \rho_-)/(2N + 2)]^2 E_{N, (x, y)}. \quad (16)$$

换言之, $x(t), y(t)$ 在 Γ_N 上所花费的时间等于一个前因子, $c_N(x, y)$ 是排除两个无规行走所停留的平均时间, 紧接着 $x(t), y(t)$ 沿一个方向从 x, y 处出发.

方程 (16) 意味着如下两个简单的事实:

命题 1 诸粒子为负相关, 即

$$c_N(x, y) < 0. \quad (17)$$

命题 2 当 $N \rightarrow \infty$ 时, $-(2N + 2)^2 c_N(x, y)$ 单调增加.

证明: 当 $M > N, \Gamma_M \supset \Gamma_N$ 时, 在 Γ_N 中所花费的时间因 $\Lambda_M \supset \Lambda_N$ 而增加.

如果将 $x(t), y(t)$ 考虑为一个 $2d$ 维的无规行走, 则可知在一个确定的 d 维超平面上所花费的平均时间. 在一维情形下, 花费在 Γ_N 中的平均时间会随 N 而增加; 在二维情形下, 花费在 Γ_N 中的平均时间会随 $\log N$ 而增加; 在三维或更高维的情形, 当 $N \rightarrow \infty$, 其停留时间总是有限的. 概括起来, 其相关性大小的顺序如下:

$$\begin{aligned} c_N(x, y) &\approx -(\rho_+ - \rho_-)^2/N & d = 1, \\ c_N(x, y) &\approx -(\rho_+ - \rho_-)^2 \log N/N^2 & d = 2, \\ c_N(x, y) &\approx -(\rho_+ - \rho_-)^2/N^2 & d \geq 3. \end{aligned} \quad (18)$$

强调这些相关性, 完全是由于边界条件所发生的影响所致. 在 (9) 式中包含了系统的平凡平衡态相关.

在一维情形下, 幸亏可求得一个闭合表示式. 当 $x < y$ 时, 有

$$c_N(x, y) = [(\rho_+ - \rho_-)/(2N + 2)]^2 (\Delta'_N)^{-1}(x, y - 1), \quad (19)$$

式中 Δ'_N 是在 $[-N, N - 1]$ 间隔中具有 Dirichlet 边界条件的点阵拉普拉斯; 而 $(\Delta'_N)^{-1}(x, y)$ 为其逆的核; 在一维情形下, 逆拉普拉斯的核随 N 而增加.

在高维情形下, 关于 c_N 的表示式 (16) 比较间接, 不能发现 c_N 的一个简单的闭合形

式. 为找出它对 x 和 y 的依赖, 需遵从三条不同的途径. 当 $d \geq 3$ 时, 如果 $N \rightarrow \infty$ 则随 $1/N^2$ 而使 $c_N \rightarrow 0$, 有可能取得一个平凡的前因子 $1/(2N+2)^2$, 并用此去研究余项的极限 $N \rightarrow \infty$, 由此可给出一个适用于含有 $|x_1|, |y_1|$ 的 $c_N(x, y)$ 的合理的近似式, $|x-y|$ 小于 N , 这种方法在以下将继续使用.

2. 固定点阵常数的无限容积极限

通过定义

$$\tilde{c}_N(x, y) = [(2N+2)/(\rho_+ - \rho_-)]^2 c_N(x, y) \quad (20)$$

可由 c_N 求得平凡前因子. 当 $N \rightarrow \infty$ 时, 可研究 $\tilde{c}_N(x, y)$ 的极限.

若令 Δ 为 Z^d 上的点阵拉普拉斯; Δ_1 为 1 轴方向的点阵拉普拉斯; 再令 $\Delta_{11} = \Delta - \Delta_1$; 且当 $k = (k_1, \dots, k_d) = (k_1, k_{11}) \in [-\pi, \pi]^d$ 时, 其傅里叶变换为

$$\hat{f}(k) = \sum_{x \in Z^d} f(x) e^{ikx}, \quad (21)$$

则 Δ 变换为乘以 $\varepsilon(k) = \sum_{j=1}^d 2(\cos k_j - 1)$. 为了缩写, 可令 $\varepsilon(k_j) = 2(\cos k_j - 1)$, $\varepsilon(k_{11}) = \varepsilon(k) - \varepsilon(k_1)$.

命题 3 当 $d \geq 3$, 且

$$\alpha = -(2\pi)^{-d} \int dk \varepsilon(k_1) \varepsilon(k_{11}) \varepsilon(k)^{-1} \quad (22)$$

时, 若令

$$\begin{aligned} c(x, y) &= \Delta^{-1}(x, y) - [(d-1)/\alpha d^2](\Delta_{11} \Delta^{-1})(x, y) \\ &\quad + [(d-1)^2/\alpha d^2](\Delta_1 \Delta^{-1})(x, y), \end{aligned} \quad (23)$$

则当 $d \geq 3, x \neq y$ 时, 有

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \tilde{c}_N(x, y) = c(x, y). \quad (24)$$

证明: 令 $E_{(x,y)}(\cdot) = -E_{N=\infty, (x,y)}(\cdot)$, $\Gamma = \Gamma_\infty = \{x, y \in Z^d \mid |x_1 - y_1| = 1, x_{11} = y_{11}\}$, 借助于其单调性, 使(24)式的极限为

$$c(x, y) = -E_{(x,y)} \quad (\text{此为 } x(t), y(t) \text{ 在 } \Gamma \text{ 中所花费的时间}), \quad (25)$$

由于 $x(t), y(t)$ 为 $2d$ 维上的无规行走, Γ 是一个 d 维超平面, 当 $d \geq 3$ 时, 其数学期望是有限的. 再令 A 为无规行走 $x(t), y(t)$ 的生成元, 则有

$$c(x, y) = \sum_{w \in Z} [A^{-1}(x, y; w, 0, w+1, 0) + A^{-1}(x, y; w+1, 0, w, 0)], \quad (26)$$

式中 $A^{-1}(x, y; x', y')$ 为 A^{-1} 的核. 形式如 $g(x, y) = f(x, y)$ 的 $Z^d \times Z^d$ 上的函数的集合在 A 下是不变式. 由于(26)式中的 A^{-1} 是作用在形如 $g(x, y)$ 的一个函数上, 故只能知道作用在这个不变子空间上的 A 的作用. 在傅里叶空间中, 借助于 $f(0) = 0$ 的惯例, 求得

$$(\hat{A}\hat{f})(k) = 2\varepsilon(k)\hat{f}(k) + \sum_{j=1}^d \varepsilon(k_j)(2\pi)^{-d} \int dk \varepsilon(k_j) \hat{f}(k), \quad (27)$$

$$\int dk \hat{f}(k) = 0. \quad (28)$$

若令 $c(x, y) = (2\pi)^{-d} \int dk \exp[ik(x - y)] \hat{c}(k)$, 则有

$$2\varepsilon(k) \hat{c}(k) + \sum_{i=1}^d \varepsilon(k_i) (2\pi)^{-d} \int dk \varepsilon(k_i) \hat{c}(k) = 2 \cos k_1, \quad (29)$$

$$\int dk \hat{c}(k) = 0. \quad (30)$$

(29)式的解由下式给出:

$$\hat{c}(k) = (2\varepsilon(k))^{-1} (2 + a\varepsilon(k_{11}) + b\varepsilon(k_1)), \quad (31)$$

式中

$$2d\beta = (d-1)a + b, 2(d-1)/d\alpha = a - b, \beta = -(2\pi)^{-d} \int dk \varepsilon(k)^{-1}. \quad (32)$$

解(32)式求出 a 和 b , 再将 a 和 b 的表示式代入到(31)式, 并利用 $\hat{c}(k)$ 和 $\hat{c}(k) + \text{常数}$ 的事实可给出恒等傅里叶变换; 在 $x \neq y$ 情形下, 还可进一步导出(23)式.

3. 上界与下界

为在 N 为有限时, 对 c_N 的相关特性有一个定性的了解, 导出上界和下界. 通过用 $A_N^0 = \Delta_N^{(1)} + \Delta_N^{(2)}$ 代换 A_N , 使 c_N 表示式中的相互作用项消失, 即用两个独立的无规行走取代(6)式中的两个被禁止的无规行走. 得到

$$\begin{aligned} (A_N f)(x, y) &= \sum_{x' \in A_N, |x' - x| = 1, x' \neq y} f(x', y) - f(x, y) \\ &+ \sum_{y' \in A_N, |y' - y| = 1, y' \neq x} (f(x, y') - f(x, y)) - (\delta_{x_1, -N} + \delta_{x_1, N} + \delta_{y_1, -N} + \delta_{y_1, N}) f(x, y). \end{aligned} \quad (33)$$

上式相当于如下的约定: 如果 $x(0) = y(0)$, 则两个无规行走 $x(t)$, $y(t)$ 将以一定速率从每一点跳变到其邻域的点阵位置; 一旦 $x(t) \neq y(t)$, 则此两个无规行走便会在全部时间内继续停留. 先将独立无规行走的生成元用下式定义:

$$\begin{aligned} (A_N^0 f)(x, y) &= (\Delta_N^{(1)} + \Delta_N^{(2)}) f(x, y) \\ &= \sum_{x' \in A_N, |x' - x| = 1} (f(x', y) - f(x, y)) \\ &= \sum_{y' \in A_N, |y' - y| = 1} (f(x, y') - f(x, y)) - (\delta_{x_1, -N} + \delta_{x_1, N} + \delta_{y_1, -N} + \delta_{y_1, N}) f(x, y), \end{aligned} \quad (34)$$

然后再借助于标准微扰级数

$$\begin{aligned} \tilde{c}_N(x, y) &= [(1/A_N) g_N](x, y) \\ &= [(1/A_N^0) g_N](x, y) - [(1/A_N^0)(A_N - A_N^0) \tilde{c}_N](x, y), \end{aligned} \quad (35)$$

通过如下的直接计算:

$$[(A_N - A_N^0) f](x, y) = \delta_{|x-y|, 1} \{2f(x, y) - f(x, x) - f(y, y)\}, \quad (36)$$

再依据命题 1 和命题 2 的含义, 则其上下界为

$$2\delta_{|x-y|, 1} c(x, y) \leq [(A_N - A_N^0) \tilde{c}_N](x, y) \leq -\delta_{|x-y|, 1} (c(x, x) + c(y, y)), \quad (37)$$

式中 $c(x, y) = \lim_{N \rightarrow \infty} \tilde{c}_N(x, y)$, 而 $\tilde{c}_N$ 是通过(35)式来定义. 当 $x \neq y$ 时, $c(x, y)$ 就由(23)

式给出,为了与上述论证符合,利用(35)式的定义求得

$$c(x, x) = \frac{1}{4d} \sum_{j=1}^d \{c(x + e_j, x) + c(x - e_j, x) + c(x, x + e_j) + c(x, x - e_j)\}. \quad (38)$$

事实上利用(36)式可使该式中的正项与负项相互抵消,从而求得其明显的上、下边界. 当 $g_-(x, y) = 2\delta_{|x-y|,1}c(x, y)$ 和 $g_+(x, y) = -\delta_{|x-y|,1}c(x, y)$ 时, 将(37)式代入(36)式中, 可求得如下的结果:

$$[(1/A_N^0)(g_N - g_-)](x, y) \leq \tilde{c}_N(x, y) \leq [(1/A_N^0)(g_N - g_+)](x, y). \quad (39)$$

在由(39)式所表示上下界中,所不同的仅是振幅.

由于(39)式已确定应有的定性特性,所以要对(39)式作进一步分析,则在 Dirichlet 边界条件下,在小距离时,由于 $|x_1|, |y_1|, |x - y| < N$, 故 $\tilde{c}_N(x, y)$ 便表现为 $\Delta^{-1}(x, y)$; 即 $\tilde{c}_N(x, y)$ 表现为其点阵上的库仑势;而在大距离时,由于 $|x - y| > N$, 则(39)式意味着如下式所示的上下边界:

$$|\tilde{c}_N(x, y)| \leq \text{恒定的} \exp(-|x - y|/2N). \quad (40)$$

4. 含时相关

为求得其含时相关,只有在稳定态情形下进行如下的计算:

$$(d/dt)\langle \eta_x, \eta_y, 0 \rangle_N = \langle (L\eta_x), \eta_y \rangle_N. \quad (41)$$

由于 $L\eta_x = \Delta_N \eta_x$, 所以发现在稳定态中有

$$\langle \eta_x, \eta_y, 0 \rangle_N - \langle \eta_x \rangle_N \langle \eta_y \rangle_N = (e^{\Delta_N t} c_N)(x, y). \quad (42)$$

尤其是其结构因子在其边界条件下具有通常的扩散特性, 在稳定态相关表示式 $c_N(x, y)$ 中包含了这种重要的效应.

5. 流体力学的极限

按文献[1]第四部的形式,对于平板 $\Lambda_L = \{q \mid |q_1| < L\}$ 内的每一点, 依据其显式解

$$\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \langle \eta_{[\varepsilon^{-1}q]} \rangle_{N(\varepsilon)} = \rho_\varepsilon(q) = (1/2L)[\rho_+(L + q_1) + \rho_-(L - q_1)]. \quad (43)$$

当极限 $\varepsilon \rightarrow 0$ 时,由其符合点的相互关系式(9)可导出其局域平衡态分布 $\delta_{(q-q')}\rho_\varepsilon(q)(1 - \rho_\varepsilon(q))$, 而在非符合点,有如下命题 4.

命题 4 当 $q \neq q' \in \Lambda_L^0$ 时, 则有

$$\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \varepsilon^{-d} c_{[\varepsilon^{-1}L]}([\varepsilon^{-1}q], [\varepsilon^{-1}q']) = [(\rho_+ - \rho_-)/2L]^2 \Delta^{-1}(q, q'), \quad (44)$$

式中 $\Delta^{-1}(q, q')$ 便是在零边界条件下逆拉普拉斯的核.

证明:利用微扰展式(35)来证明上述命题 4. 由于当 $q \neq q'$, 且 $\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \varepsilon^{2-d} \Delta^{-1}[\varepsilon^{-1}L]([\varepsilon^{-1}q], [\varepsilon^{-1}q']) = \Delta^{-1}(q, q')$ 时,如同由本征函数所求得的 Δ_N 一样,也可求得

$$\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{\varepsilon^{-d}}{(2[\varepsilon^{-1}L] + 2)^2} \left(\frac{1}{A_{[\varepsilon^{-1}L]}^0} g_{[\varepsilon^{-1}L]} \right) ([\varepsilon^{-1}q], [\varepsilon^{-1}q']) = \frac{1}{(2L)^2} \Delta^{-1}(q, q'). \quad (45)$$

对其第二项可借助于勒贝格优势积分来控制收敛,使之得到

$$\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{\varepsilon^{-d}}{(2[\varepsilon^{-1}L] + 2)^2} \left(\frac{1}{A_{[\varepsilon^{-1}L]}^0} (A_{[\varepsilon^{-1}L]} - A_{[\varepsilon^{-1}L]}^0) \tilde{c}_{[\varepsilon^{-1}L]} \right) ([\varepsilon^{-1}q], [\varepsilon^{-1}q'])$$

$$= \frac{1}{(2L)^2} \Delta^{-1}(q, q') \left\{ \lim_{N \rightarrow \infty} \sum_{j=1}^d [\tilde{c}_N(x + e_{j,x}) + \tilde{c}_N(x, x + e_j) - \tilde{c}_N(x + e_j, x + e_j)] \right\}. \quad (46)$$

依据(38)式, 当 $N \rightarrow \infty$ 时, 在该式中花括号内的项就全部消失为零.

在流体力学极限下, 其态的相关性由下式给出:

$$c_s(q, q') = \delta(q - q') \rho_s(q) (1 - \rho_s(q)) + [(\rho_+ - \rho_-)/2L]^2 \Delta^{-1}(q, q'). \quad (47)$$

依照流体力学极限, 其含时相关性为

$$\begin{aligned} & \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \varepsilon^{-d} \{ \langle \eta_{[\varepsilon^{-1}q], \varepsilon^{-2}q', 0} \rangle_{[\varepsilon^{-1}L]} - \langle \eta_{[\varepsilon^{-1}q]} \rangle_{[\varepsilon^{-1}L]} \langle \eta_{[\varepsilon^{-1}q']} \rangle_{[\varepsilon^{-1}L]} \} \\ &= (e^{\Delta t} C_s)(q, q'). \end{aligned} \quad (48)$$

上式遵从(42)式和如下事实: 在布朗运动的标度内, 一个简单的无规行走是收敛的.

可以断定: 按照流体力学极限所求得的涨落场的协方差与由涨落流体力学所求得的协方差是符合的, 涨落流体力学理论也断言其涨落是 Gauss 型的. 对于简化相斥模型, 依照流体力学极限也可证明当 $\varepsilon \rightarrow 0$ 时由文献[1]中(48)式所定义的涨落场与其协方差(48)式一起也会趋向于 Gauss 型, 在该证明中所使用的数学方法实质上比我们在此以前所使用过的任何一种数学方法都要先进.

三、结 论

迄今为止, 人们所了解的非平衡稳定态的理论完全是限于宏观水平的理论, 然而从微观水平上去确定非平衡稳定态, 人们还知之极少. 为使问题得以简化, 就不得不从随机动力学理论入手, 这样作即使迫使人们离开早已习惯的安全可靠的守恒系统的理论基础, 但仍需保留和涉及许多相互作用粒子的原有性质, 而人们对此方面的了解却很少, 这是从微观水平上去确定非平衡稳定态的困难所在. 人们已有的知识只能处理用平均场理论所描述的激光的稳定态一类简单例子.

本文旨在研究由存在随机相互作用的多粒子所构成的随机动力学系统的非平衡稳定态的非寻常实例. 本文虽然一方面依据已建立的涨落流体力学的理论预言并导出了非平衡稳定态的长程相关性. 而且从微观的随机点阵气模型出发也导出了与宏观理论相符合的满意结果. 由本文所导出的这种非平衡稳定态的长程相关性完全是由微观随机动力学理论导出的. 就其实质而言, 这种长程相关性源于如下两个重要的事实: 1) 质量的局域守恒; 2) 粒子间存在相互作用.

感兴趣的是要运用本文所建立的理论及其结果, 进一步去研究其温度低于临界温度以下, 其边界密度不仅有气相而且有液相时涨落流体力学的实际问题, 而这些问题必然与平衡态界面涨落的流体力学理论相联系.

LONG RANGE CORRELATIONS FOR MICROSCOPIC STOCHASTIC DYNAMICS IN A NONEQUILIBRIUM STEADY STATE (II)

PROVE FOR THE CORRECTNESS OF A MICROSCOPIC
STOCHASTIC DYNAMICALMODEL

LI FU-BIN

Department of Physics, Huaibei Coal Teacher's College, Anhui, Huaibei, 235000

(Received 19 May 1989)

ABSTRACT

As a particle model, we investigate a stochastic lattice gas with Kawasaki dynamics. We establish the connection with the fluctuating hydrodynamics. In the case of hard core interaction only we prove the validity of fluctuating hydrodynamics and obtain the corrections which are presumably model dependent.

PACC: 4720; 3120L; 7150; 0540