

最小熵产生定理与光学被动腔

欧 发

华南理工大学物理系, 广州, 510641

1989年7月14日收到

基于文献[5]中我们所获得的本征型光学双稳系统的熵产生表达式, 本文证明该系统(光学被动腔)能够很好地满足最小熵产生定理。

PACC: 0570; 4290

在与外界约束相适应的线性非平衡定态中, 熵产生率 $\mathcal{P}$ 取极小值, 并且, 一旦偏离定态, 恒有 $\frac{d\mathcal{P}}{dt} < 0$ (t 为时间), 这个首先由 Prigogine^[1] 揭示出的规律, 称之为最小熵产生定理(或原理)。从数学的角度来看, 它相当于一种变分原理。虽然人们公认这条定理是线性非平衡热力学中一个重要的结果, 但是对于它也存在若干困难。首先, 对于这条定理有例外^[2]: 当体系中存在象贮存能量这样的“惯性”过程, 例如在带有电容的电路中或具有“记忆”的介质中即使力与流之间满足线性关系, 但上述 $d\mathcal{P}/dt$ 不一定小于零。再则, 对于恒定电势分布下的电传导这样不可逆过程, 不需要附加任何小前提, 该定理就可以很好地成立。而对于其他如热传导、扩散以及化学反应等过程, 除了线性关系这个大前提外, 给这条定理还要附加“弱振幅”这样的小前提^[3]。看来, 很难给最小熵产生定理划定一个严格的适用界限, 因此, 在运用这条定理时, 需要特别当心。对于每个发生某种不可逆过程的具体系统, 这条定理必需经过具体的检验。

就我们所知, 包括 Prigogine 自己在内的所有作者们给最小熵产生定理提供的证明均局限于上面提到的输运过程以及化学反应^[4]。本文试图在光学系统的范畴内检验这条定理。这个系统是在外界相干光场驱动下的光学被动腔, 有如运转在线性区的本征型光学双稳系统。我们的工作结果证明, 象上述直流电导一样, 除了线性唯象关系以外, 不需附加其他小前提, 该光学系统能够很好地满足最小熵产生定理。证明以文献[5]中所得到的本征型光学双稳系统 (IOBS) 的熵产生表达式为基础, 并分为以下 4 个步骤:

1. 熵产生的局域化

作为证明的一个必要的准备步骤, 将 IOBS 的熵产生表达式^[5]

$$\mathcal{P} = \frac{cA}{4\pi kT_b} E_i |E_T| \cos \phi \quad (1)$$

局域化。(1)式中 E_i 为入射光场包络; $|E_T|$ 为透射光场复包络 E_T 的模; ϕ 为 E_T 相对 E_i 的位相; T_b , k , A 与 c 依次为热库的绝对温度、Boltzmann 常数、介质的横截面积

与光速. 令 $\bar{E}$ 代表腔内纵向(光的传播方向, 以 z 轴标志)平均场, 即

$$\bar{E} = \frac{1}{L} \int_0^L E(z) dz, \quad (2)$$

式中 L 为介质的长度, 而按 OB 的平均场理论(MFT)可以证明(见附录), 在静态的情况下, 有

$$E_T = \sqrt{T} \bar{E}, \quad (3)$$

其中 T 为腔镜的光强透射率, 在 $T \ll 1$, 线性吸收程 $\alpha L \ll 1$ 以及标度化腔失谐 $\delta_0 \ll 1$ 这样的 MFT 近似条件下, E_T 与 $\bar{E}$ 之间还有如下的关系^[7]:

$$E_T = \sqrt{T} |\bar{E}| [R^2(|\bar{E}|) + X^2(|\bar{E}|)]^{1/2}, \quad (4a)$$

$$\cos \phi = R(|\bar{E}|) / [R^2(|\bar{E}|) + X^2(|\bar{E}|)]^{1/2}, \quad (4b)$$

而

$$R(|\bar{E}|) = 1 + \frac{\omega_0 L}{2cT} \chi_a(|\bar{E}|), \quad (5a)$$

$$X(|\bar{E}|) = \theta - \frac{\omega_0 L}{2cT} \chi_d(|\bar{E}|) \quad \theta = \frac{\delta_0}{T}, \quad (5b)$$

式中 ω_0 为入射场的频率, $\chi_a(|\bar{E}|)$ 为介质主吸收(耗散)的极化率, $\chi_d(|\bar{E}|)$ 为主色散的极化率. 在场足够弱的情况下, χ_a 与 χ_d 均与 $|E|$ 无关, 即此时介质是线性的.

将(2)–(5)诸式代入(1)式, 并考虑到场的横向不均匀性, (1)式可以改造成在腔中点 (x, y, z) 附近小体积 $\Delta V = \Delta x \Delta y \Delta z$ 内熵产生 $\Delta \mathcal{P}$ 的表达式, 即有

$$\Delta \mathcal{P} = \frac{1}{kT_b} \left[\frac{\kappa_c}{4\pi} + \frac{\omega_0}{8\pi} \chi_a(|\bar{E}(x, y)|) \right] \left[\frac{1}{\Delta z} \int_0^{\Delta z} |E(x, y, z)|^2 dz \right] \Delta x \Delta y \Delta z, \quad (6)$$

式中 (x, y) 为横向截面内的坐标变量, z 为沿光传播方向的坐标变量; κ_c 则为腔的衰变率, 它等于 cT/L ,

$$\kappa_c = cT/L. \quad (7)$$

倘若只考虑透射损失. 由(6)式立刻可以得到在如下极限下的局域熵产生表达式:

$$\sigma = \lim_{\Delta V \rightarrow 0} \frac{\Delta \mathcal{P}}{\Delta V} = \frac{1}{kT_b} \left\{ \frac{\kappa_c}{4\pi} + \frac{\omega_0}{8\pi} \chi_a(|E|) |E(x, y, z)|^2 \right\}. \quad (8)$$

值得指出的是: 虽然在导出(8)式的过程中运用了来自平均场近似的(3)式与附带(5)式的(4)式, 但是, 作为最终结果的局域熵产生表达式(8)不会受到上述近似的限制. 这可以看(8)式等号右端大括号内的第二项, 它正是与介质(或原子)相关的功率耗散体密度 w_a .

$$w_a = \frac{\omega_0}{8\pi} \chi_a(|E|) |E|^2. \quad (9)$$

这是一个在频率为 ω_0 的交变电磁场作用下介质中耗散的普遍公式^[8]. 而(8)式等号右端大括号内的第一项则为与腔相关的功率耗散体密度 w_c ^[5]

$$w_c = \kappa_c \frac{|E|^2}{4\pi}. \quad (10)$$

(10)和(9)式皆与平均场近似无关. 因此, 我们的局域熵产生表达式(8)具有普遍性, 而

且,它不仅适用于光学腔,甚至适用于任何波段的被动腔。令

$$\gamma_c \equiv \frac{\kappa_c}{4\pi} = \text{腔的等效电导率}, \quad (11a)$$

$$\gamma_s \equiv \omega_0 \chi_s(|E|)/8\pi = \text{介质的等效电导率}, \quad (11b)$$

$$\gamma = \gamma_c + \gamma_s(|E|) = \text{总的等效电导率}. \quad (12)$$

这样总的功率耗散密度 $w = w_s + w_c$, 可以简写成如下形式:

$$w = \gamma(|E|)|E|^2. \quad (13)$$

这正是在本情形下,即受入射场驱动并含耗散介质的被动腔的情形下, Joule-Lenz 定律的微分形式。进一步,将场的包络 $|E|$ 定义为一种热力学力 X , 而将量 $\gamma(|E|)|E|/kT_s$ 定义为一种热力学流 J , 后者代表在‘力’驱动下的一种在腔内发生的不可逆过程,即令

$$\begin{aligned} X &\equiv |E|; \\ J &\equiv \gamma(X)X/kT_s = L(X)X. \end{aligned} \quad (14)$$

应当强调指出,这里所定义的“流”具有形式上的特征:并不象在输运过程中那样,代表某种载体形成的真实的流。这里的“流”仅代表如上所述的一种耗散过程,或不可逆过程。于是,可将(8)式概括成局域熵产生的一般形式

$$\sigma = JX. \quad (15)$$

将 $J(X)$ 按 Jaylor 级数展开,得

$$J(X) = J(0) + \left. \frac{\partial J}{\partial X} \right|_{X=0} \cdot X + \left. \frac{\partial^2 J}{\partial X^2} \right|_{X=0} \cdot X^2 + \dots, (J(0) = 0). \quad (16)$$

当取如下近似:

$$J(X) = \left. \frac{\partial J}{\partial X} \right|_{X=0} X = L(0)X \quad (17)$$

时意味着系统运转在线性非平衡区。

(1)式所表达的总的熵产生 $\mathcal{P}$ 如今可变成局域量 σ 的积分

$$\begin{aligned} \mathcal{P} &= \int \sigma dV \\ &= \frac{1}{kT_s} \int \gamma(|E|)|E(x, y, z)|^2 dx dy dz, \end{aligned} \quad (18)$$

式中

$$\gamma(|E|) = \frac{\kappa_c}{4\pi} + \frac{\omega_0}{8\pi} \chi_s(|E|). \quad (19)$$

在线性区 χ_s 与场强 E 无关,相应 γ 亦如此,于是有

$$\mathcal{P} = K \int |E(x, y, z)|^2 dx dy dz, \quad (20)$$

式中

$$K = \frac{\gamma(0)}{kT_s} = \frac{1}{kT_s} \left(\frac{\kappa_c}{4\pi} + \frac{\omega_0}{8\pi} \chi_s(0) \right) = \text{常数}. \quad (21)$$

2. 证明: (1)静态场包络矢量 $\mathbf{E}$ 是无旋的;

(2)在线性介质中 $\mathbf{E}$ 是无散的。

证明(1): 令 $\mathbf{k}$ 代表波矢量, 于是 $|\mathbf{k}| = \omega_0/c$; $\mathbf{E}(x, y, z, t)$ 与 $\mathbf{B}(x, y, z, t)$ 依次代表电场与磁场的慢包络矢量, 慢包络意味

$$|\nabla \times \mathbf{E}| \ll |\mathbf{k} \times \mathbf{E}|, \quad \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \ll \omega_0 |\mathbf{B}|. \quad (22)$$

将 $\mathbf{E}$ 与 $\mathbf{B}$ 均乘以快变振荡因子 $e^{i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{x} - \omega_0 t)}$ 形成电场与磁场的全貌 $\mathcal{E}$ 与 $\mathcal{B}$

$$\mathcal{E} = \mathbf{E}(x, y, z, t) e^{i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{x} - \omega_0 t)} \quad (23a)$$

而

$$\mathbf{E} = \mathbf{e}_E |\mathbf{E}(x, y, z, t)| e^{i\phi(x, y, z, t)}, \quad (23b)$$

$$\mathcal{B} = \mathbf{B}(x, y, z, t) e^{i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{x} - \omega_0 t)}, \quad (23c)$$

而

$$\mathbf{B} = \mathbf{e}_B |\mathbf{B}(x, y, z, t)| e^{i\phi(x, y, z, t)} \quad (23d)$$

式中 $\mathbf{e}_E$ 与 $\mathbf{e}_B$ 依次代表电场与磁场偏振单位矢量. 振幅 $|\mathbf{E}(x, y, z, t)|$, $|\mathbf{B}(x, y, z, t)|$ 及相位 $\phi(x, y, z, t)$ 均为在时空上的慢变量, 根据电磁场的传播特性, 有

$$\mathbf{e}_E \times \mathbf{e}_B = \mathbf{k}/|\mathbf{k}| \text{ 或 } \mathbf{k}/|\mathbf{k}| \times \mathbf{e}_E = \mathbf{e}_B. \quad (24)$$

电场 $\mathcal{E}$ 与磁场 $\mathcal{B}$ 应服从 Maxwell 方程中的 Lenz 定律

$$\nabla \times \mathcal{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathcal{B}}{\partial t}. \quad (25)$$

将(23a)式代入 $\nabla \times \mathcal{E}$, 得

$$\nabla \times \mathcal{E} = (i\mathbf{k} \times \mathbf{E} + \nabla \times \mathbf{E}) e^{i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{x} - \omega_0 t)} \quad (26a)$$

将(23c)式代入 $-\frac{1}{c} \frac{\partial \mathcal{B}}{\partial t}$, 得

$$-\frac{1}{c} \frac{\partial \mathcal{B}}{\partial t} = \left(i \frac{\omega_0}{c} \mathbf{B} - \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \right) e^{i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{x} - \omega_0 t)}. \quad (26b)$$

据(25)式, (26a)与(26b)两式等号右端应相等,

$$i\mathbf{k} \times \mathbf{E} + \nabla \times \mathbf{E} = i|\mathbf{k}| \mathbf{B} - \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}. \quad (27)$$

在严格单色波的情况下, 包络 $\mathbf{E}$ 与 $\mathbf{B}$ 均为常矢量, (27)式就简化成如下等式:

$$i\mathbf{k} \times \mathbf{E} = i|\mathbf{k}| \mathbf{B}. \quad (28)$$

而在当前准单色波的情况下, (28)式应看成是(27)式的近似, 但这绝不意味着 $i\mathbf{k} \times \mathbf{E}$ 近似等于 $i|\mathbf{k}| \mathbf{B}$. 无论是什么情况(严格单色或准单色), (28)式和(27)式同样是严格的, (27)

式等号左端的 $\nabla \times \mathbf{E}$ 项与(27)式等号右端的 $-\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$ 项分别为加在基本项 $i\mathbf{k} \times \mathbf{E}$

与 $i|\mathbf{k}| \mathbf{B}$ 上的修正, 这就是说, 这两个修正项应当相等,

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}. \quad (29)$$

当系统达到定态, $\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = 0$, 则

$$\nabla \times \mathbf{E} = 0. \quad \text{证毕} \quad (30)$$

因此,定态时的包络矢量 $\mathbf{E}$ 可以表达成一个标量函数 $f(x, y, z)$ 的梯度,即

$$\mathbf{E} = -\nabla f(x, y, z), \quad (31a)$$

它的复共轭为

$$\mathbf{E}^* = -\nabla f^*(x, y, z). \quad (31b)$$

证明(2):

由于在介质中没有自由电荷,电位移矢量 $\mathcal{D}(=\epsilon\mathcal{E})$ 的散度必为零,

$$\nabla \cdot \mathcal{D} = \nabla \cdot (\epsilon\mathcal{E}) = 0, \quad (32)$$

式中 ϵ 为介电系数,在线性(均匀)介质中 ϵ 应为常数,于是有

$$\nabla \cdot \mathcal{E} = 0. \quad (33)$$

参照(23a)式,可得

$$\nabla \cdot \mathbf{E} + ik \cdot \mathbf{E} = 0. \quad (34)$$

由于 $\mathbf{E}$ 与传播矢量 $\mathbf{k}$ 相互垂直,(34)式实质意味着

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = 0. \quad \text{证毕} \quad (35)$$

所以,包络矢量 $\mathbf{E}$ 在线性(均匀)介质中是无散的.

3. 在线性非平衡区,光学被动腔的熵产生具有极值,并给出定态方程(35).

证明如下:

根据(31)式,并参照(23a)和(23b)式,可将线性腔中熵产生 $\mathcal{P}$ 表达式(20)改写成

$$\mathcal{P} = K \int (\nabla_i f) \cdot (\nabla_i f^*) dx_1 dx_2 dx_3, \quad (36)$$

式中 $i = 1, 2, 3 = x, y, z$, $\nabla_i = \partial/\partial x_i$, 重复的下标 i 代表沿该指标求和. 由(36)式可见, $\mathcal{P}$ 为一个函数 $f(x_1, x_2, x_3)$ 及其复共轭 $f^*(x_1, x_2, x_3)$ 的泛函,当场包络矢量 $\mathbf{E}$ 的标量势函数 f 使得 $\mathcal{P}$ 取极值,则 $\mathcal{P}$ 的变分 $\delta\mathcal{P}$ 必为零,即有

$$\delta\mathcal{P} = K \delta \int (\nabla_i f) (\nabla_i \cdot f^*) dx_1 dx_2 dx_3 = 0. \quad (37)$$

经过简单的运算后,方程(37)变成

$$\delta\mathcal{P} = \int [(\nabla_i f^*) \nabla_i \delta f + \text{c.c.}] dx_1 dx_2 dx_3 = 0. \quad (38)$$

利用部分积分和 Gauss 定理,并考虑到腔的边界条件

$$\delta f|_{\text{边界面上}} = 0, \quad \delta f^*|_{\text{边界面上}} = 0. \quad (39)$$

从(38)式可以得到

$$\nabla \cdot \nabla f = 0, \quad \nabla \cdot \nabla f^* = 0, \quad (40a)$$

即

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = 0, \quad \nabla \cdot \mathbf{E}^* = 0. \quad \text{证毕} \quad (40b)$$

这与上节由场的基本方程得到的结果(即(35)式)是一致的.

4. 证明 $\frac{\partial \mathcal{P}}{\partial t} \leq 0$.

试考虑 $\mathcal{P}$ 的暂态行为. 为此,在(20)式等号两端取对时间的导数,得

$$\frac{\partial \mathcal{P}}{\partial t} = K \int \frac{\partial |\mathbf{E}|^2}{\partial t} dV. \quad (41)$$

倘若由于场 E 的局部涨落, 系统偏离了静态, $\mathcal{P}$ 回复到静态值的过程将由上面的方程 (41) 支配不难证明 (41) 式中的 $|E|^2$ 对时间的变化率恒小于零,

$$\frac{\partial |E|^2}{\partial t} \leq 0. \quad (42)$$

若令 n 为相干场 E 的光子数体密度, 则有

$$\frac{\partial |E|^2}{\partial t} \sim \frac{\partial n}{\partial t}. \quad (43)$$

这是因为 n 正比于 $|E|^2$. 所以, 只要证明了 $\frac{\partial n}{\partial t} \leq 0$, 也就证明了 $\frac{\partial |E|^2}{\partial t} \leq 0$ 和 $\frac{\partial \mathcal{P}}{\partial t} \leq 0$, 而 $\partial n / \partial t$ 服从以下速率方程:

$$\frac{\partial n}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t} \left(\sum_{\lambda} n_{\lambda} \right) = \sum_{\lambda} W_{\lambda} n_{\lambda} (N_{+\lambda} - N_{-\lambda}) - \kappa_c \sum_{\lambda} n_{\lambda}, \quad (44)$$

式中 W_{λ} 为由 λ 模式光子参与的原子受激跃迁系数, $(N_{+\lambda} - N_{-\lambda})$ 为与此相关的原子的高、低能级布居之差, 在现在所考虑的被动腔情况, 不存在抽运, 所以恒有

$$N_{+\lambda} \leq N_{-\lambda}. \quad (45)$$

加以腔的光子衰变率 κ_c 恒有 $\kappa_c \geq 0$, 从方程 (44) 得到

$$\frac{\partial n}{\partial t} \leq 0. \quad (46)$$

因此, 可以确认在暂态过程中 $\mathcal{P}$ 的变化率恒取负值,

$$\frac{\partial \mathcal{P}}{\partial t} \leq 0. \quad \text{证毕} \quad (47)$$

这说明静态熵产生 $\mathcal{P}$ 所取的极值应为极小. 一旦 $\mathcal{P}$ 偏离它的静态值, 它将单调地减小, 直至回复到最初的静态值. 因此, 在线性非平衡区, 被动腔的静态是稳定的.

至此, 已经完全地证明了我们的命题. 证明的本身表明, 线性非平衡定态具有最小熵产生这一特征, 归根结底, 是系统的运动方程, 有如 Maxwell 方程 (25) 和速率方程 (44) 等导致的结果. 最后, 不难证明, 光学被动腔也满足普适的演化判据 (Glansdorff-Prigogine 定理)^[9]. 由于 $\frac{\partial |E|^2}{\partial t} \leq 0$ (参照 (43)–(46) 式) 和 $J \geq 0$, 有

$$\frac{d_X \mathcal{P}}{dt} = \int J \frac{dX}{dt} dV = \int J \frac{d|E|^2}{dt} dV \leq 0, \quad \text{证毕} \quad (48)$$

式中 $\frac{d_X \mathcal{P}}{dt}$ 代表由于力随时间的变化对熵产生变化率的贡献.

一般人们都认为被动的 OBS 象激光一样是远离热平衡的, 但是它的理由似乎并不那么清楚, 热力学流与力的关系可以给这种判断提供一个明确的依据. 当光学被动腔运转在双稳区, 按 (14) 式所定义的流和力的关系肯定是非线性的. 因此, 双稳区是非线性非平衡区. 正是在此一般意义上, 认为运转在双稳区的 OBS 是远离热平衡的.

我们已经证明, 当被动的 OBS 运转在线性区, 静态熵产生取极小值, 这时系统是稳定的. 再者, 线性区与双稳区之间还有一个过渡区, 此过渡区也应算作非线性非平衡区,

但在此区域内并未曾发现有任何失稳现象。然而,一旦进入双稳区,就会出现各种失稳性,包括高、低透支之间跃迁,自脉动以及 Hopf 分岔等等^[6]。相应伴随各种类型的非平衡相变。因此,在失稳性意义上,可以认为运转在双稳区的 OBS 是充分远离了热平衡的。

感谢张晓东、吴庭万、蔡永强、邓文基等同志的有益讨论。

附 录

$E_T = \sqrt{T}E_{11}$ 的证明

首先写下慢包络近似下的 Maxwell 方程

$$\frac{\partial E}{\partial t} + c \frac{\partial E}{\partial z} = -gP, \quad (\text{A} \cdot 1)$$

环腔的边界条件

$$E(0, t) = \sqrt{T}E_1 + Re^{-i\delta_0}E(L, t - \Delta t), \quad (\text{A} \cdot 2)$$

$$E_T = \sqrt{T}E(L, t), \quad (\text{A} \cdot 3)$$

以及 MFT 条件

$$T(=1-R) \ll 1, \alpha L \ll 1, \delta_0 \ll 1. \quad (\text{A} \cdot 4)$$

在下列时空坐标变换:

$$t' = t + \Delta t \frac{z}{L}, \quad \left(\Delta t = \frac{\mathcal{L} - L}{c} \right), \quad z' = z, \quad (\text{A} \cdot 4a)$$

以及如(A·4)式所示的近似条件下,方程(A·1)及边界条件(A·2)与(A·3)式可分别变换成^[4]

$$\frac{\partial E}{\partial t'} + \frac{cL}{\mathcal{L}} \frac{\partial E}{\partial z} = -i\kappa\theta E - \kappa \left(E - \frac{E_1}{\sqrt{T}} \right) - g \frac{L}{c} P, \quad (\text{A} \cdot 5)$$

$$E(0, t') = E(L, t'), \quad E_T(t') = \sqrt{T}E(L, t'), \quad (\text{A} \cdot 6)$$

式中 $\mathcal{L}$ 为沿环腔的总长,而

$$\kappa = cT/\mathcal{L}. \quad (\text{A} \cdot 7)$$

对方程(A·1)沿介质长度求平均,并考虑是静态情况 $\left(\frac{\partial E}{\partial t} = 0 \right)$, 得

$$E_{11}(L) - E_{11}(0) = - \frac{gL}{c} \bar{P}_{11}. \quad (\text{A} \cdot 8)$$

考虑到条件(A·4), (A·2)式可近似地写成

$$E_{11}(0) = \sqrt{T}E_1 + (1 + i\delta_0 - T)E_{11}(L). \quad (\text{A} \cdot 9)$$

综合(A·8)与(A·9)两式,得

$$-i\kappa\theta E_{11}(L) - \kappa \left[E_{11}(L) - \frac{E_1}{\sqrt{T}} \right] - \frac{gL}{\mathcal{L}} \bar{P}_{11} = 0. \quad (\text{A} \cdot 10)$$

另一方面,从方程(A·5)和(A·6)的第一式,又可以得到

$$-i\kappa\theta \bar{E}_{11} - \kappa \left(\bar{E}_{11} - \frac{E_1}{\sqrt{T}} \right) - \frac{gL}{\mathcal{L}} \bar{P}_{11} = 0. \quad (\text{A} \cdot 11)$$

比较(A·11)与(A·10)两式,有

$$\bar{E}_{11} = E_{11}(L).$$

因此(参照(A·6)式的第二式)

$$E_T = \sqrt{T}\bar{E}_{11}. \quad \text{证毕}$$

- [1] I. Prigogine, *Introduction to Thermodynamics of Irreversible Processes*, 3rd ed. Interscience Pub., New York, (1967). I. Prigogine, *Acad. Roy. Belg. Bull. Classe Sci.*, **31**(1945), 600.
- [2] 李如生, 非平衡热力学和耗散结构, 清华大学出版社, 北京, (1986), 105 页; G. Nicolis, *Rep. Prog. Phys.*, **42**(1979), 225; G. Nicolis and C. Nicolis, *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.*, **105**(1980), 691; E. T. Jaynes, *Ann. Rev. Phys. Chem.*, **31**(1980), 579.
- [3] G. Nicolis and I. Prigogine, *Self-Organization in Non-equilibrium systems*, Wiley, New York, (1977); 陈式刚, 物理学报, **29**(1980), 1315.
- [4] S. R. Degroot and P. Mazur, *Non-equilibrium Thermodynamics*, North-Holland Pub. Co., Amsterdam (1962), §5.3; Л. H. 祖巴列夫, 非平衡统计热力学 (中译本), 高等教育出版社, §27.5; M. J. Klein and H. E. Meijer, *Phys. Rev.*, **96**(1954), 250.
- [5] Fa Ou (欧发), Yongqiang Cai (蔡永强), Tingwan Wu (吴庭万), Xiaodong Zhang (张晓东), *Opt. Comm.*, **65**(1988), 221.
- [6] L. A. Lugiato, *Theory of Optical Bistability*, in *Progress in Optics XXI*, ed. by E. Wolf, Elsevier Sci. Pub., (1984), pp. 71, 72, 89, 100.
- [7] 欧发、蔡永强, 物理学报, **37**(1988), 330.
- [8] A. Yariv, *Quantum Electronics*, 2nd ed., John Wiley and Sons, (1967), §5.1.
- [9] P. G. Glansdorff and I. Prigogine, *Physica*, **29**(1954), 773; *ibid.*, **30**(1964), 351.

THE THEOREM OF MINIMUM ENTROPY PRODUCTION AND PASSIVE OPTICAL CAVITIES

OU FA

Department of Physics, South China Institute of Technology, Guangzhou, 510641

(Received 14 July 1989)

ABSTRACT

This paper, based on the formulation of the entropy production of mixed optical bistable systems (OBS)^[3] is devoted to the demonstration of the theorem of minimum entropy production.

PACC: 0570; 4290