

光场高阶压缩的非经典性与独立性

夏云杰

郭光灿

曲阜师范大学物理系, 曲阜, 273165 中国科学技术大学物理系, 合肥, 230026

1988 年 11 月 2 日收到

本文研究了单模光场态 $|\psi\rangle = \alpha|0\rangle + \beta|m\rangle (m > 2)$ 的高阶压缩, 发现当 m 为偶数时, 该态除了不存在二阶压缩外, 任意高阶压缩都存在, 且高阶压缩并不与反聚束同时出现, 由此我们得到一个结论: 高阶压缩是独立于二阶压缩与反聚束效应的又一光场非经典效应。

PACC: 4250

一、引 言

光场压缩态完全是光量子性质的直接反映, 由于这类光场在某一正交分量上的起伏小于相干态, 所以对它的研究具有很大的理论意义和实用价值。近 10 年来, 人们对压缩光场进行了大量的研究。

Hong 和 Mandel 推广了压缩的概念, 引入了高阶压缩, 并讨论了能产生高阶压缩的若干非线性过程^[1]。Kozierowski 研究了 K 次谐波产生过程 ($K > 2$) 的高阶压缩^[2]。由于这些文献所讨论的高阶压缩总是伴随着光场的二阶压缩, 因此, 高阶压缩效应并没有引起人们特别的重视, 甚至误认为高阶压缩是内在的低阶压缩的反映^[2]。

我们知道, 任意阶的压缩态都属于非经典效应, 在现有产生高阶压缩的体系中, 并非都能产生任意各阶压缩, 这说明高阶压缩与二阶压缩之间还是有区别的。在本文中, 我们提出了一类新的光场态 $|\psi\rangle = \alpha|0\rangle + \beta|m\rangle (m > 2)$, 它不存在二阶压缩, 当 $m = 2n$ 时, 它却存在任意高阶压缩, 但反聚束效应并不同时出现。这表明高阶压缩是完全独立于二阶压缩和反聚束效应的又一新的非经典效应。

二、压缩的定义

现在引入光场的两个正交分量 $\hat{E}_1$ 和 $\hat{E}_2$

$$\hat{E}_1 = \frac{1}{2} (a^+ + a), \quad (1)$$

$$\hat{E}_2 = \frac{1}{2i} (a - a^+). \quad (2)$$

其中 $a(a^+)$ 为光场的湮没(产生)算符。如果电磁场的某一正交分量的均方差小于 1/4, 即

$$\langle(\Delta\hat{E}_i)^2\rangle < 1/4, \quad i = 1 \text{ 或 } 2, \quad (3)$$

则称这个场具有二阶压缩。或将(3)式写成正规排列形式, 如

$$\langle:\Delta\hat{E}_i^2:\rangle < 0, \quad i = 1 \text{ 或 } 2. \quad (4)$$

正规排列的负均方差是完全没有经典的类比, 因此压缩效应有纯量子的来源。

Hong 和 Mandel 把二阶压缩的定义推广到 $2N$ 阶压缩^[1]。他们已经证明, 若场被压缩到 $2N$ 阶, 则对分量 1 或 2 有

$$\langle(\Delta\hat{E}_{1,2})^{2N}\rangle < \frac{(2N-1)!!}{2^{2N}}, \quad (5)$$

其中左边可由正规排列的偶数阶矩表示如下^[1]:

$$\langle(\Delta\hat{E}_{1,2})^{2N}\rangle = \frac{(2N-1)!!}{2^{2N}} + \sum_{r=0}^N \binom{2N}{2r} \frac{(2r)!}{r!2^{2r}} \langle:(\Delta E_{1,2})^{2N-2r}:\rangle. \quad (6)$$

这些矩若满足(5)式, 则显然表明高阶压缩也是非经典的。

三、没有二阶压缩的高阶压缩态

现在考虑单模光场态

$$|\phi\rangle = \alpha|0\rangle + \beta|m\rangle, \quad (m > 2), \quad (7)$$

其中 $|0\rangle$ 为真空态, $|m\rangle$ 为 m 个光子数态, α 和 β 为复参数。对 $m = 1, 2$, Wodkiewicz 等人讨论了它们的二阶压缩, 不难求出^[3]:

$$\langle\Delta\hat{E}_i^2\rangle|_{m=1} = \frac{1}{4} + \frac{1}{2}(|\beta|^2 - 2|\beta|^2\cos^2\Delta\varphi + 2|\beta|^4\cos^2\Delta\varphi), \quad (8)$$

$$\langle\Delta\hat{E}_i^2\rangle|_{m=2} = \frac{1}{4}[1 + 4|\beta|^2 + 2\sqrt{2}|\beta|(1 - |\beta|^2)^{1/2}\cos\Delta\varphi]. \quad (9)$$

显然, 只要适当选择 α, β 的辐角差 $\Delta\varphi$ 和 $|\beta|$ 的取值, 态 $|\phi_1\rangle = \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle$ 和 $|\phi_2\rangle = \alpha|0\rangle + \beta|2\rangle$ 都可存在二阶压缩, 而且, $|\phi_1\rangle$ 和 $|\phi_2\rangle$ 也同时存在高阶压缩。对此, 我们已作了较详细的研究^[1]。

文献[3]也指出, 除了 $|\phi_1\rangle$ 和 $|\phi_2\rangle$ 外, 光子数态其它类型的迭加不再呈现二阶压缩, 这使得他们对这类迭加态光场没有进行更深入的研究。容易证明, 当 $m > 2$, 态 $|\phi\rangle$ 不再有二阶压缩。事实上, 由(7)式, 可以求得

$$\langle\hat{E}_1\rangle = \langle\phi|\hat{E}_1|\phi\rangle = 0, \quad (10)$$

因此

$$\begin{aligned} \langle\Delta\hat{E}_1^2\rangle &= \langle\phi|\hat{E}_1^2|\phi\rangle \\ &= \frac{1}{4} + \frac{1}{2}m|\beta|^2. \end{aligned} \quad (11)$$

其中已用到了态的归一化条件

$$|\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1. \quad (12)$$

1) 夏云杰, 郭光灿, 量子电子学, (3)(1988), 202.

(11)式明显地表示 $|\phi\rangle$ 不存在二阶压缩。

类似地,我们可以求出 $|\phi\rangle$ 的二阶相干度

$$g^{(2)}(0) = \frac{1}{|\beta|^2} \left(1 - \frac{1}{m}\right). \quad (13)$$

只要 $1 > |\beta|^2 > 1 - \frac{1}{m}$, 反聚束效应就存在。值得注意的是它的存在与 α, β 的辐角无关,

而且随着 m 的增大,反聚束效应所对应的 $|\beta|^2$ 范围越小。

现在研究态 $|\phi\rangle$ 的高阶压缩。利用(7)和(10)式,可得

$$\begin{aligned} \langle (\Delta \hat{E}_1)^{2N} \rangle &= \langle \phi | \hat{E}_1^{2N} | \phi \rangle \\ &= |\alpha|^2 \langle 0 | \hat{E}_1^{2N} | 0 \rangle + |\beta|^2 \langle m | \hat{E}_1^{2N} | m \rangle \\ &\quad + 2\text{Re}[\alpha^* \beta \langle 0 | \hat{E}_1^{2N} | m \rangle]. \end{aligned} \quad (14)$$

为了计算(14)式,必须先求出 $\langle l | \hat{E}_1^{2N} | l \rangle$ 的值。由算符恒等式^[4]

$$(\hat{d} + \hat{d}^+)^n = \sum_{r=0}^{[n/2]} \frac{n!}{(n-2r)! r! 2^r} : (\hat{d} + \hat{d}^+)^{2N-2r} : \quad (15)$$

那么,对算符 $\hat{E}_1$ 则有

$$\hat{E}_1^{2N} = \sum_{r=0}^N \frac{(2N)!}{(2N-2r)! r! 2^r} : \hat{E}_1^{2N-2r} : \quad (16)$$

显然

$$\begin{aligned} \langle l | \hat{E}_1^{2N} | l \rangle &= \sum_{r=0}^N \frac{(2N)!}{(2N-2r)! r! 2^{2N+r}} \langle l | : (\hat{d} + \hat{d}^+)^{2N-2r} : | l \rangle \\ &= \sum_{r=0}^N \frac{(2N)!}{(2N-2r)! r! 2^{2N+r}} \sum_k C_{2N-2r}^k \langle l | \hat{d}^{2N-2r-k} | l \rangle. \end{aligned} \quad (17)$$

其中非零项应满足

$$k \leq l, \quad (18)$$

$$k = N - r, \quad (19)$$

则(17)式变为

$$\begin{aligned} \langle l | \hat{E}_1^{2N} | l \rangle &= \frac{(2N-1)!!}{2^{2N}} \left[N! 2^N l! \sum_{r=\max(0, N-l)}^N \frac{1}{r! 2^r ((N-r)!)^2 (l-N+r)!} \right. \\ &\quad \left. - \frac{(2N-1)!!}{2^{2N}} (1 + A_l) \right]. \end{aligned} \quad (20)$$

其中

$$A_l = 2^N N! l! \sum_{r=\max(0, N-l)}^{N-1} \frac{1}{r! 2^r ((N-r)!)^2 (l-N+r)!}. \quad (21)$$

r 的最小取值是由(18)和(19)两式决定的。

用同样的方法还可求出

$$\langle 0 | \hat{E}_1^{2N} | m \rangle = \begin{cases} 0 & \text{其它情况} \\ \frac{(2N-1)!!}{2^{2N}} \cdot B_{2n} & m = 2n \leq 2N \end{cases} \quad (22)$$

其中 $n = 2, 3, 4, \dots$, 且

$$B_{2n} = \frac{N! 2^n}{(N-n)! \sqrt{(2n)!}}. \quad (23)$$

把(20)和(22)式代入(14)式,得

$$\langle (\Delta \hat{E}_1)^{2N} \rangle = \frac{(2N-1)!!}{2^{2N}} \left[|\alpha|^2 + |\beta|^2 A_m + 2 \operatorname{Re}(\alpha^* \beta) \cdot \begin{cases} B_{2n} \\ 0 \end{cases} \right] \begin{matrix} m = 2n \leq 2N \\ \text{其它情况} \end{matrix} \quad (24)$$

显然,当 $m \neq 2n \leq 2N$ 时, $|\phi\rangle$ 没有高阶压缩存在。但对 $m = 2n$, 则由(24)式得

$$\langle (\Delta \hat{E}_1)^{2N} \rangle_{m=2n} = \frac{(2N-1)!!}{2^{2N}} (1 + |\beta|^2 A_{2n} + 2 |\alpha| |\beta| B_{2n} \cos \Delta\varphi). \quad (25)$$

其中 $\Delta\varphi$ 为 α 和 β 的辐角差,若态 $|\phi\rangle_{m=2n}$ 有 $2N$ 阶压缩,则应满足下式:

$$|\beta|^2 A_{2n} + 2 |\alpha| |\beta| B_{2n} \cos \Delta\varphi < 0. \quad (26)$$

假设 $\Delta\varphi > \pi/2$, 则有

$$|\beta|^2 A_{2n}^2 < 4 |\alpha|^2 B_{2n}^2 \cos^2 \Delta\varphi. \quad (27)$$

代入归一化条件,则

$$|\beta|^2 < \frac{4 B_{2n}^2 \cos^2 \Delta\varphi}{A_{2n}^2 + 4 B_{2n}^2 \cos^2 \Delta\varphi} < 1. \quad (28)$$

这一不等式是可以满足的,故态 $|\phi\rangle_{m=2n} = \alpha|0\rangle + \beta|2n\rangle$ 虽然不存在二阶压缩,却可以有任意高阶压缩存在,我们注意到高阶压缩的条件(28)式与 α 和 β 的辐角有关,虽然它并不一定与反聚束效应同时出现,但 $|\phi\rangle_{m=2n}$ 是非经典光场态却是不容置疑的,所以,我们不得不认为高阶压缩是独立于二阶压缩和较低阶压缩的一种新的非经典效应。换句话说,高阶压缩所呈现的非经典特性并未被包括在光场的二阶压缩和反聚束效应之中,所以,高阶压缩的物理含义有待进一步研究。这方面的结果将另文讨论。

[1] C. K. Hong, L. Mandel. *Phys. Rev.*, **A32**(1985), 974.

[2] M. Kozirowski, *Phys. Rev.*, **A34**(1986), 3474.

[3] K. Wodkiewicz *et al.*, *Phys. Rev.*, **A35**(1987), 2567.

[4] 范洪义、阮图南,中国科学A辑,(1)(1984),62.

THE NONCLASSICAL NATURE AND INDEPENDENCE OF HIGHER-ORDER SQUEEZING OF LIGHT FIELD

XIA YUN-JIE

Department of Physics, Quefu Normal University, Quefu, 273165

GUO GUANG-CAN

Department of Physics, University of Science and Technology of China, Hefei, 230026

(Received 2 November 1988)

ABSTRACT

In this paper, the higher-order squeezing of a single mode light field state $|\phi\rangle = \alpha|0\rangle + \beta|m\rangle$ ($m > 2$) is studied. When m is even integral, we find that it exhibits arbitrary higher-order squeezing except second order squeezing. But the higher-order squeezing and antibunching do not appear simultaneously. Thus, we come to a conclusion that higher-order squeezing is a new nonclassical effect of light field which is independent of second order squeezing and antibunching.

PACC: 4250