

近单模半导体激光器中模式间相互作用 对光谱线宽的影响*

郭长志 黄永箴

北京大学物理系, 北京, 100871

1989年9月6日收到

本文提出一种统计数值模拟法, 从理论上较严格地研究自发辐射的量子涨落引起的半导体激光相位涨落积累量和模式线宽. 结果在单模情况与小信号解析近似的结果一致; 在近单模情况, 边模使主模线宽略有增加; 指出最近有人用 Monte-Carlo 法对此得出过高估计的原因, 并对小信号解析近似已不适用的次模线宽得出其与功率无关的线宽分量约为 100 MHz, 与实验一致.

PACC: 4255P; 7860; 4250

一、引 言

普通的 F-P 腔半导体激光器往往是多纵模振荡的, 即使是单模性很好的分布反馈激光器, 在调制过程中次模的作用也不是完全可以忽略的^[1]. 模式间相互作用带来模式分配噪音, 同时也可能引起模式谱线增宽^[2]. 小信号解析近似不适用于研究具有较大涨落的多模相互作用以及动态调制过程中的噪声行为, 为此可采用统计数值模拟的 Monte Carlo 法^[3], 并已成功地用来研究半导体单腔、耦合腔、分布反馈激光器的光功率涨落^[3-5], 光注入锁定和外腔反馈的噪声^[6], 最近才开始采用统计数值模拟法研究半导体激光器的模式线宽^[7,8]. 其中有的假设频率涨落谱 $W_{\Delta\omega}(\omega)$ 的谐振峰处频率远小于模式线宽, 由 $W_{\Delta\omega}(0)$ 确定模式线宽计算了单模外腔激光器的模式线宽^[7]; 有的则对谐振峰频率以下的载流子涨落量的傅氏展开系数作平均, 用这平均量的平方近似代表频率涨落谱计算模式线宽, 讨论了边模存在对主模线宽的影响^[8]. 后者得出单模时线宽为小信号理论结果的 4 倍, 而且边模对主模线宽有过强的增宽作用等结果.

本文提出一种较合理的由统计数值模拟噪声源求相关函数计算模式位相变化累积量的方法, 研究模式之间的相互作用对谱线宽度的影响. 由于 Monte-Carlo 法计算量很大, 本文所提方法不但可以不必直接求解相位速率方程, 从而大大减少了计算量(尤其对多模情况), 而且将得出更合理的结果.

* 国家自然科学基金资助的课题.

二、理论模型

进入 m 阶纵模而与模式光场相位差为 θ_{mi} 的自发辐射光子, 将引起模式光子数的涨落 $1 + 2S_m^{\frac{1}{2}} \cos \theta_{mi}$ 和模式相位的涨落 $\sin \theta_{mi} / \sqrt{S_m}$ [7], 因此光子数 S_m , 载流子数 N 和光场相位 ϕ_m 的速率方程 [10] 为

$$\frac{dS_m}{dt} = (g_m + g_m^{(3)}) S_m + \frac{1}{\Delta t} \sum_{i \in \Delta t} (1 + 2S_m^{\frac{1}{2}} \cos \theta_{mi}), \quad (1)$$

$$\frac{dN}{dt} = J - \sum_m (g_m + g_m^{(3)}) S_m - \frac{N}{\tau_i} + \vartheta, \quad (2)$$

$$\frac{d\phi_m}{dt} = \frac{\alpha}{2} \frac{dg_m}{dn} \cdot n(t) + \frac{1}{2} \sum_l \alpha_{l3} g_{ml}^{(3)} \cdot \frac{\Delta S_l(t)}{S_{l0}} + \frac{1}{\Delta t} \sum_{i \in \Delta t} \frac{\sin \theta_{mi}}{\sqrt{S_m}}. \quad (3)$$

其中 g_m 和 $g_m^{(3)}$ 各为 m 阶纵模的线性和三阶非线性增益, $g_{ml}^{(3)}$ 为 l 模对 m 模的增益抑制项, J 和 τ_i 各为载流子数的注入速率和自发辐射复合寿命, $n(t)$ 和 $\Delta S_l(t)$ 各为载流子数和 l 阶纵模光子数的涨落量, S_{l0} 则为 l 阶纵模光子数的平均值, α_l 为其模式线宽增宽因子, α_{l3} 表示该模式的三阶极化率实部与虚部之比的负值 [10], $\sum_{i \in \Delta t}$ 表示对 Δt 时间内进入模式的所有自发辐射求和. 由于载流子数涨落源 ϑ 作用较小, 故可略.

设自发辐射引起的相位涨落 $\Delta \phi_{mi} = \sin \theta_{mi} / \sqrt{S_m}$ 与载流子数和光子数涨落量的相关函数为零, 则由 (3) 式可得 $\Delta \phi_m(t) = \phi_m(t) - \phi_m(0)$ 满足

$$\begin{aligned} \langle \Delta \phi_m^2(t) \rangle &= \left(\frac{\alpha_m}{2} \frac{dg_m}{dn} \right)^2 \int_0^t \int_0^t d\tau_1 d\tau_2 \langle n(\tau_1) n(\tau_2) \rangle \\ &+ \frac{1}{4} \sum_l \sum_k \alpha_{l3} g_{ml}^{(3)} \alpha_{k3} g_{mk}^{(3)} \frac{1}{S_{l0} S_{k0}} \int_0^t \int_0^t d\tau_1 d\tau_2 \langle \Delta S_l(\tau_1) \Delta S_k(\tau_2) \rangle \\ &+ \frac{\alpha_m}{2} \frac{dg_m}{dn} \sum_l \alpha_{l3} g_{ml}^{(3)} \frac{1}{S_{l0}} \int_0^t \int_0^t d\tau_1 d\tau_2 \langle n(\tau_1) \Delta S_l(\tau_2) \rangle \\ &+ \sum_{i \in t} \Delta \phi_i^2. \end{aligned} \quad (4)$$

忽略三阶增益项, 则简化为

$$\langle \Delta \phi_m^2(t) \rangle = \left(\frac{\alpha}{2} \frac{dg_m}{dn} \right)^2 \int_0^t d\tau_1 \int_{-\tau_1}^{t-\tau_1} d\tau D_{NN}(\tau) + \sum_{i \in t} \Delta \phi_i^2. \quad (5)$$

其中相关函数

$$D_{NN}(\Delta \tau) = \langle n(t) n(t + \tau) \rangle = \frac{1}{T} \int_0^T dt n(t) n(t + \tau). \quad (6)$$

上式中由各态历经假设用足够长的时间间隔 T 内的平均代替系综平均. 如果 $D_{NN}(\tau)$ 随 τ 增加而迅速趋于零, 而且 t 足够大, 则 (5) 式近似为

$$\langle \Delta \phi_m^2(t) \rangle = \left(\frac{\alpha}{2} \frac{dg_m}{dn} \right)^2 \int_{-\infty}^{\infty} d\tau D_{NN}(\tau) \cdot t + \sum_{i \in t} \Delta \phi_i^2. \quad (7)$$

即当 t 足够大时, $\langle \Delta \phi_m^2(t) \rangle$ 与 t 成正比, 由此可得模式线宽为

$$\Delta\nu_m = \frac{1}{2\pi t} \langle \Delta\phi_m^2(t) \rangle. \quad (8)$$

采用随机数模拟涨落源的数值计算大都采用高斯分布的随机数模拟粒子数涨落^[3,4,6], 但本文采用的方法是: 每隔 Δt 有 K_i 个自发辐射进入 m 阶模式, 自发发射与激光场的相位差在 $[0, 2\pi]$ 内均匀地随机分布. 选取 Δt 使得在 Δt 时间内进入这模式的自发辐射平均值为 $\gamma \cdot \frac{N}{\tau_s} \Delta t \approx 2-3$, γ 为自发发射因子, 这样 K_i 就可期望值为 $\gamma \cdot \frac{N}{\tau_s} \Delta t$ 的泊松分布随机数模拟. 泊松分布随机数是由要求较高的均匀分布随机数得到^[11], 所需的均匀分布随机数则由任一初值 x_i 从下述递推关系产生^[12]:

$$x_{i+1} = ax_i + c - m \text{Int} \left[\frac{ax_i + c}{m} \right], \quad U_i = \frac{x_i}{m} \quad (9)$$

其中 Int 表示对括号内取整数部分. 由此得出的是周期小于 m 的随机数. 采用双精度常数, 并选取 $a = 16807$ 和 32771 , $c = 0$, $m = 2147483648$, 即可得出周期较长, 分布比较均匀的随机数. 相位差 θ_{mi} 则由单独的一套随机数 U_i 乘以 2π 得出. 再把由此得出的涨落源代入速率方程(1)和(2), 采用四阶 Runge-Kutta 法求解, 得出涨落量 $n(t)$ 和 $\Delta S_m(t)$ 代入(6)式计算相关函数.

三、计算结果与讨论

对于激光波长 $\lambda_0 = 1.3 \mu\text{m}$, 激光器端面损耗 $\alpha_M = 40 \text{cm}^{-1}$, 腔内非带间跃迁损耗系数 10cm^{-1} , 相折射率和群折射率各为 $\bar{n} = 3.5$, $\bar{n}_g = 4.33$, $\tau_s = 2 \text{ns}$, $\alpha_m = 5$, 有源区体积 $V_a = 2.4 \times 10^{-10} \text{cm}^3$, $\frac{dg_m}{dn} = 1.5 \times 10^{-16} \text{cm}^2$, 透明载流子浓度 $n_t = 1.2 \times 10^{18} \text{cm}^{-3}$, 单面激光功率 $P_0 = 1 \text{mW}$ 时, $g_m^{(3)} = -0.5 \text{cm}^{-1}$, $\gamma = 1 \times 10^{-5}$.

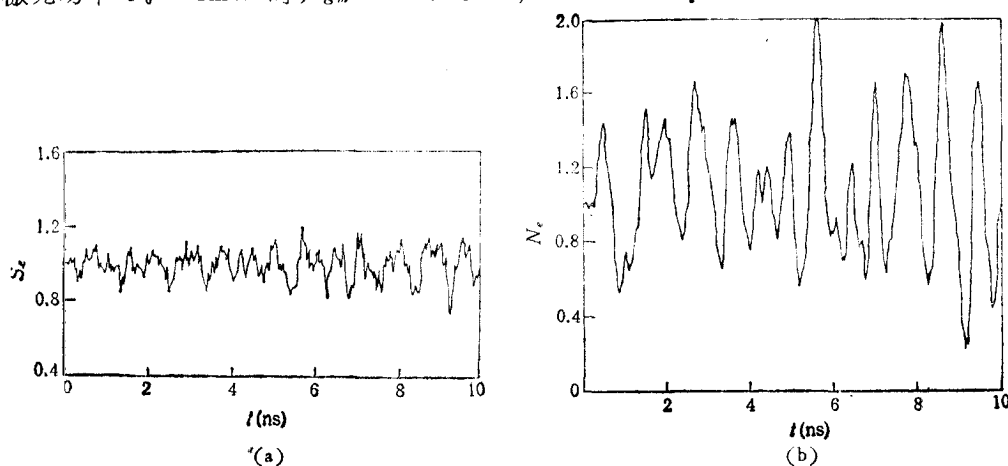


图1 算出的归一化光子数 S (a) 和载流子数 N (b) 随时间变化

1. 单模情况 ($m = 0$)

这时由(1),(2)式算出的光子数和载流子数随时间的变化如图1所示. 图1中 S 、

$S(t)/S_0, N_e = \frac{n(t)}{n_0 V_e} \cdot 10^3$ 是对平均值 $n_0 = 1.54 \times 10^{18} \text{cm}^{-3}, S_0 = 1.9 \times 10^{14} \text{cm}^{-3}$ 的归一化量, $\gamma = 1 \times 10^{-3}$. 可见光子数涨落有时可高达 20%, 而载流子数涨落则一般小于 0.1%. 在 $T = 20 \text{ns}$ 内, 取样点间隔 $\Delta t = 4 \times 10^{-4} \text{ns}$, 统计 $\nu(t) - \nu_0$ 落在 -400 到 400MHz 内的几率, 得出其频率涨落的几率分布 $P(\nu)$ 如图 2 所示, 这时模式线宽为 $\Delta\nu = 80 \text{MHz}$, 其线型 $P(\nu)$ 与图中示出的相应洛伦兹线型很不同, 是由于这里 $P(\nu)$ 中包括了应对线宽无贡献的高频涨落所致. 图 3 为由 (7) 和 (8) 式得出的单模线宽 $\Delta\nu$ 与功率 P_0 的关系, 单模情况 $D_{NN}(\tau)$ 迅速趋于零, 图 3 中垂直线段代表取积分限分别为 2、3、4 和 5 ns 代替 (7) 式的无限大积分限得出 $\Delta\nu$ 的变化范围, 实线为小信号解析近似结果. 可以看出单模情况的数值模拟计算结果与小信号结果基本一致. 积分上限取得再高点, $\Delta\nu$ 可能出现较大的发散, 这是由于 $D_{NN}(\tau)$ 在 τ 大的时候将出现较大的振荡, 这可能是由于时间平均的时间 $T = 200 \text{ns}$ 不够长所致.

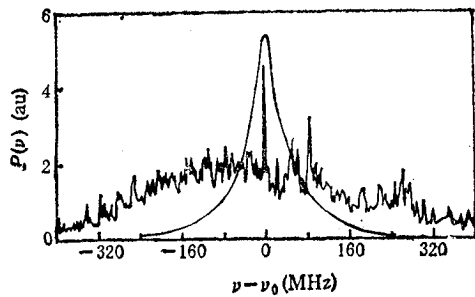


图 2 激光频率的几率分布与洛伦兹线型的比较
 $\gamma = 1 \times 10^{-3}; n_0 = 1.54 \times 10^{18} \text{cm}^{-3}; S_0 = 1.9 \times 10^{14} \text{cm}^{-3}$

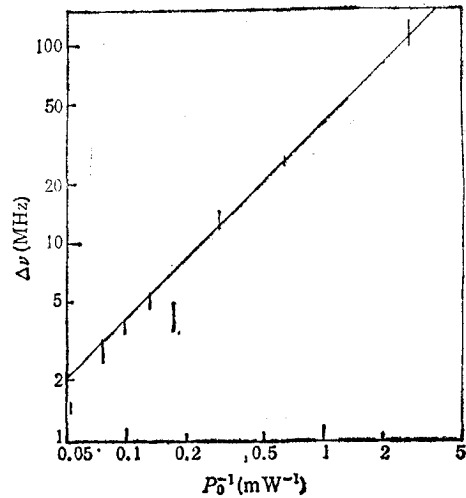
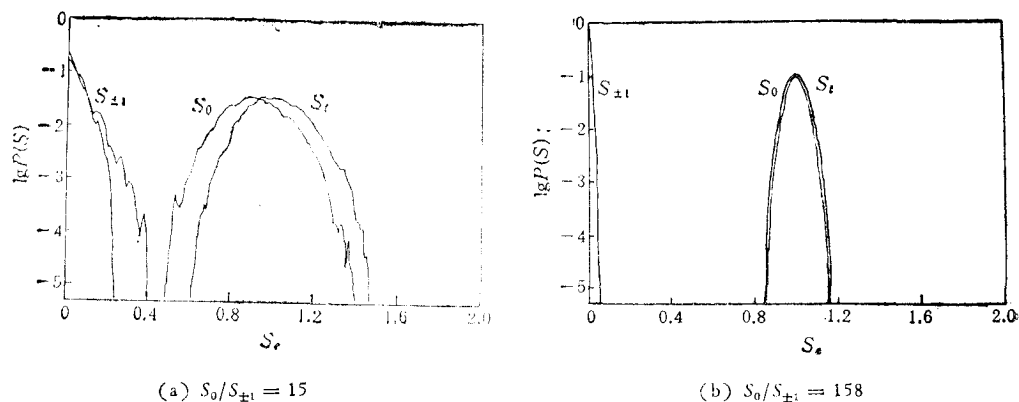
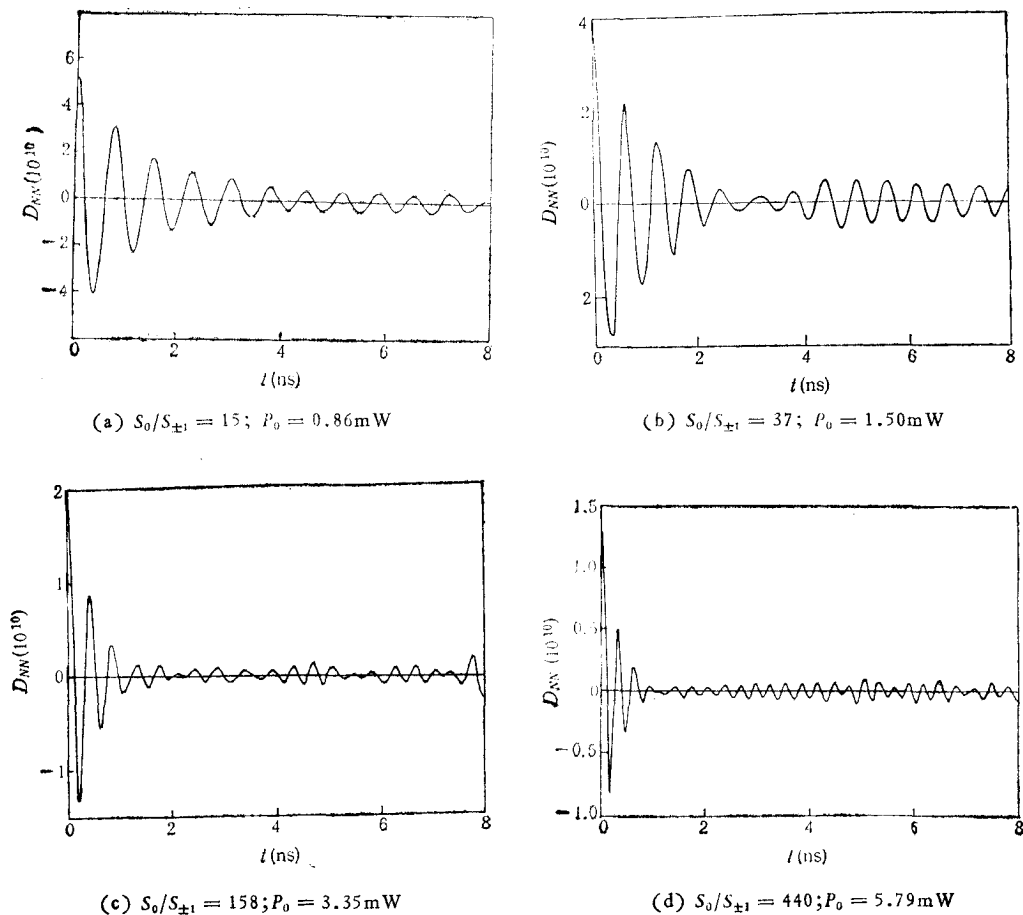


图 3 模式线宽 $\Delta\nu$ 与激光功率倒数 P_0^{-1} 的关系
 $T = 200 \text{ns}; \gamma = 5 \times 10^{-6}$

2. 三模情况 ($m = 0, \pm 1$)

设模式增益差 $g_0 - g_{\pm 1} = 0.02 \text{cm}^{-1}, P_0 = 1 \text{mW}$ 时, $g_m^{(3)} = g_{mm}^{(3)} = -0.1 \text{cm}^{-1}$, 并取 $g_{mk}^{(3)} = \frac{4}{3} g_{mm}^{(3)} (m \neq k)$ 表示增益抑制作用, $\gamma = 5 \times 10^{-6}$, 其它参数同前. 图 4 为在主模比 $S_0/S_{\pm 1} = 15$ 和 158 时, 各模和总模光子数几率分布 $P(S)$ 的对数随光子数的变化. 可见主模和总模几率分布的最大值出现在其光子数的平均值附近, 而次模的几率最大值则出现在 $S_e = 0$ 处. 这表明次模属于非激射模. 图 4(a) 中在 $S_e = 0.4-0.5$ 处, 主模和次模的几率分布曲线几乎相交, 而且在较低几率处可能已相交. 随着光功率和主次模比的上升, 主次模的光子数分布曲线都不断变窄, 而越来越趋近于 $S_e = 0$ 和 $\bar{S}_e$.

图 5 为取 $T = 200 \text{ns}, \Delta t = 1 \times 10^{-3} \text{ns}$ 得出的 $S_0/S_{\pm 1} = 15, 37, 158$ 和 440 时的相关函数 $D_{NN}(t)$. 可见, 在主模比较小时 $D_{NN}(t)$ 衰减很慢, 这是由于主次模增益差较小, 导致涨落量衰减较慢的缘故^[5]. 与单模情况一样, $D_{NN}(t)$ 在趋于零后往往又振荡起来.

图4 光子数几率分布的对数 $\lg P(S)$ 与归一化光子数关系图5 载流子相关函数 $D_{NN}(t)$ 与时间关系

由于 $D_{NN}(t)$ 衰减较慢, 不能象单模情况那样利用(7)式。直接采用(5)式计算得出的 $\langle \Delta \phi_m^2(t) \rangle$ 随时间变化关系如图6所示。可见, $\langle \Delta \phi_m^2(t) \rangle$ 并不总是正比于 t , 特别是在 t 较小时, 高频涨落对 $\langle \Delta \phi_m^2(t) \rangle$ 有较大贡献。由 $\langle \Delta \phi_m^2(t) \rangle$ 的线性项所决定的模式线宽

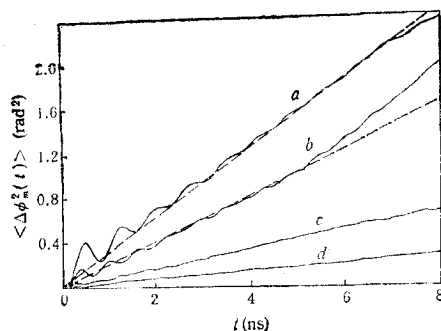


图 6 $\langle \Delta \phi_m^2(t) \rangle$ 与时间关系曲线 a, b, c, d 分别对应图 (a), (b), (c) 和 (d)
 ----为 $\langle \Delta \phi_m^2(t) \rangle = 2\pi \Delta \nu t$

表 1

$P_0(\text{mW})$	0.86	1.5	3.35	5.79
$S_0/S_{\pm 1}$	15	37	158	440
$\Delta \nu(\text{MHz})$	53	34	15	6.6
$\Delta \nu(\text{MHz})$ (单模小信号近似)	47	27	12	6.9

(图中用虚线表示)如表 1 所示。表 1 中最后一行为单模小信号解析近似结果。可见, 边模作用使得主模线宽有所增加, 与小信号理论相比, 增加最多的是 $S_0/S_{\pm 1} = 37$ 时, 增大了 30%, 远远小于 Miller 的 Monte-Carlo 法所得^[8]。表 1 中最后一列数值模拟结果反而略小于小信号近似。这是由于三阶增益对载流子涨落抑制较强所致。由于 $D_{NN}(t)$ 是振荡衰减的。因此 $D_{NN}(t)$ 衰减速度的减缓对线宽的影响并不大。Miller^[8] 以低于谐振峰的频率涨落谱平均值确定线宽。但实际上决定线宽的主要是低频涨落^[7], 因此, 其取平均的方法不恰当地引进高频贡献, 得出过大的线宽^[8]。

对应于表 1 条件的次模($S_{\pm 1}$)得出其线宽 $\Delta \nu_1$ 与次边模输出功率 P_1 关系为

$$\Delta \nu_1 = 100 \text{ MHz} + \frac{18.5 \text{ MHz} \cdot \text{mW}}{P_1(\text{mW})} \quad (10)$$

这结果与实验得出的非激励模或多模情况的模式线宽^[2]基本一致。这时 $\Delta \nu_1$ 的贡献主要来自自发辐射引起的相位涨落 $\sin \theta_{mi}/\sqrt{S_m}$, 由于这些模式的光子数几率分布在 $S_m = 0$ 处最大, 结果自发辐射引起的相位涨落远大于载流子涨落的影响。由此可见, 小信号解析理论不适于多模情况。

- [1] M. M. Choy, P. L. Liu, S. Sasaki, *Appl. Phys. Lett.*, **52**(1988), 1762.
- [2] W. Elsasser, E. O. Gobel, *IEEE J. Quantum Electron.*, **QE-21**(1985), 687.
- [3] D. Marcuse, *IEEE J. Quantum Electron.*, **QE-20** (1984), 1139; 1148; *ibid.*, **QE-21**(1985), 154, 161.
- [4] M. Ohtsu, Y. Teramachi, T. Miyazaki, *IEEE J. Quantum Electron.*, **QE-24**(1988), 716.
- [5] A. Czylik, *IEEE J. Quantum Electron.*, **QE-25**(1989), 39.
- [6] N. Schunk, K. Petermann, *IEEE J. Quantum Electron.*, **QE-22**(1986), 642; *ibid.*, **EQ-24**(1988), 1242.
- [7] N. Schunk, K. Petermann, *J. Lightwave Tech.*, **LT-5**(1987), 1309.
- [8] S. E. Miller, *IEEE J. Quantum Electron.*, **QE-24**(1988), 750.

- [9] C. H. Henry, *IEEE J. Quantum Electron.*, QE-18(1982), 259.
[10] 郭长志、黄永箴, 物理学报, 35(1989), 699.
[11] 刘德贵等编: FORTRAN 算法汇编, 第2分册, 国防工业出版社, (1984), 474页.
[12] R. Y. Rubinstein, *Simulation and the Monte Carlo Method*, New York, Wiley, (1981).

EFFECT OF THE MODAL INTERACTION ON THE SPECTRAL LINEWIDTH IN THE NEARLY SINGLE MODE SEMICONDUCTOR LASERS

GUO CHANG-ZHI HUANG YONG-ZHEN

Department of Physics, Peking University, Beijing, 100871

(Received 6 September 1989)

ABSTRACT

A statistical numerical simulation method is proposed, and by which the accumulation of phase fluctuation and the spectral linewidth in semiconductor lasers are investigated theoretically. In the case of single mode, the result is quite in agreement with that by small signal approximation instead of being its 4 times. In the case of nearly single mode, the linewidth of the main mode is increased somewhat but not too seriously by the side mode. The overestimation and its cause of the results obtained by a Monte Carlo method used by other author recently is noted, and a power independent linewidth component of the side mode of the order of 100 MHz agreed with experiment is obtained where the small signal approximation is not applicable.

PACC: 4255P; 7860; 4250