第39卷 第1期　　物 理 学 报　　Vol. 39, No. 1
1990年1月　　ACTA PHYSICA SINICA　　Jan., 1990

受激渡越辐射光学速调管

蒋 华 北[1)]
成都电讯工程学院高能电子学研究所，成都，610054

1989年3月10日收到

本文提出一种基于受激渡越辐射的光学速调管新方案．应用著名的 Madey 定理对这种新型的自由电子激光器进行了分析和计算，其中包括自发辐射和受激辐射的分析讨论．结果表明，Madey 定理确能简化复杂的计算，并给出清楚的物理概念；同时计算还表明，受激渡越辐射光学速调管具有大的输出增益．文中对 N 个介质区构成的多级光学速调管情形也进行了讨论．

PACC: 4255T; 4260; 7845

一、引　　言

受激渡越辐射自由电子激光能提供极短波长的光辐射输出[1-5]．它的物理机制是利用周期排列的介质使光波与电子相互耦合而进行能量交换．理论和实验都已证明这种辐射机制是自由电子激光的极佳候选者[6-8]．但是，由于这种激光的光轴与电子注有一交角，因此，光波和电子的路径交叠以及相互作用的长度均受到限制，从而导致器件的小增益(见图1)．

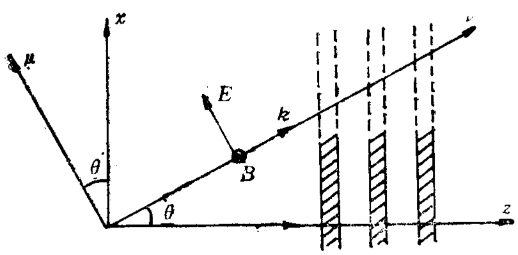

图1　受激渡越辐射自由电子激光

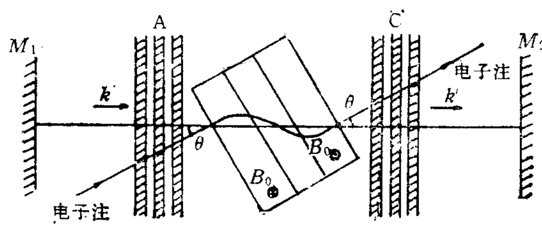

图2　受激渡越辐射光学速调管示意图

本文旨在提供一种增加这种激光的增益和提高光波和电子注交叠程度的有效途径．Piestrup 曾提出在周期性介质中附加上 Wiggler 磁场来解决受激渡越辐射自由电子激光的交叠问题[5]．本文提出的方案如图2所示．两介质区(A和C)由一磁场色散区连接．在A区，一电子注与光波成交角 θ，与通常的速调管及光学速调管一样．在这个区内，电子

1) 现在工作单位：成都科学技术大学物理系．

发生速度调制而与波无净能量交换[9]. 电子在磁场色散区中作漂移运动，导致密度调制. 最后在C区,群聚电子又以角θ与光波相交,并与光波进行能量交换. 这里，磁场色散区有两个作用[9]: 1) 使电子在A和C区与光波有相同的交角θ; 2) 补偿电子注的角向零散. 磁场色散区的实现可以通过放置两方向相反、均垂直于电子运动方向的磁场区(永久磁铁或电流线圈)来获得(如图2中所示).

我们知道，Madey 定理[10]对于自由电子激光的理论和实验研究都非常重要. 定理的表达形式如下:

$$\frac{d^2P}{d\omega d\Omega}=\frac{m^2c\omega^2}{8\pi^2\varepsilon_0E_0^2}\langle\gamma_1^2\rangle, \tag{1}$$

$$\langle\gamma_2\rangle=\frac{1}{2}\frac{d}{d\gamma_i}\langle\gamma_1^2\rangle. \tag{2}$$

其中γ_1和γ_2分别表示相对论因子γ的一阶和二阶扰动量,光波电场

$$\boldsymbol{E}=\boldsymbol{E}_0\cos(\omega t-kz+\phi),$$

符号$\langle\ \rangle$表示对初相ϕ求平均，$d^2P/d\omega d\Omega$ 表示单位频率单位立体角的辐射强度.

这个定理不仅适合于磁 Wiggler 自由电子激光,而且适合一般的情形[11,12],例如受激渡越辐射自由电子激光[4]. 已经证明，Madey 定理能够简化磁 Wiggler 自由电子激光和光学速调管的增益计算[13]. 本文将指出，Madey 定理同样可以应用于受激渡越辐射光学速调管情形,并简化其分析和计算. 在以下的分析中,我们作了如下两个假设: 1)忽略空间电荷效应;2)冷电子注及强相对论.

二、基 本 分 析

在下面的讨论中,我们认为两介质区A和C是相同的,并具有长度L; 磁场色散区将产生一相移δ(δ是$U=\Delta kL/2$的函数)[13]. 考虑电子在A和C区中与光波是同步的. 应用 Madey 定理来计算增益和自发辐射，其方法是先解 Lorentz 运动方程，然后用 Madey 定理计算辐射.

如图2所示，由于不存在静电或静磁场，电子在A区内将以常速v_0并与z轴交θ角运动,假定一平面波沿z轴方向传播.

在A区内,电子满足的 Lorentz 运动方程为

$$mc^2\frac{d\gamma}{dt}=-e\boldsymbol{E}\cdot\boldsymbol{v} \tag{3}$$

其中 $\boldsymbol{E}=\boldsymbol{E}_0\cos(\omega t-kz+\phi)$ 为光波电场,由上式可以得到一阶扰动相对论因子满足的方程为

$$mc^2\frac{d\gamma_1}{dt}=-e\boldsymbol{E}_0\cos(\omega t-kz+\phi)\cdot\boldsymbol{v}_0=eE_0v_0\sin\theta\cos(\omega t-kv_0t+\phi), \tag{4}$$

在A区，[0, L] 对时间积分,得到

$$\gamma_1|_A=\frac{eE_0\sin\theta}{mc^2}\cdot\frac{\sin(\Delta kL+\phi)-\sin\phi}{\Delta k} \tag{5}$$

其中 $\Delta k = (\omega/v_0 - k\cos\theta)$.

电子在色散区内的相移为 δ，因此，电子与光波间在C区的初相变为 $(\phi+\delta)$，在(5)式中用 $(\phi+\delta)$ 替换 ϕ，即可得到C区内一阶扰动相对论因子为

$$\gamma_1|_{C} = \frac{eE_0\sin\theta}{mc^2}\cdot\frac{\sin(\Delta kL+\phi+\delta)-\sin(\phi+\delta)}{\Delta k}. \tag{6}$$

A，C 两区内的一阶扰动量相加就得到总的一阶扰动量，所以，由(5)和(6)式，有

$$\gamma_1|_{总} = \gamma_1|_{A} + \gamma_1|_{C} = \frac{eE_0\sin\theta}{mc^2}\cdot\left[\frac{\sin(\Delta kL+\phi)-\sin\phi+\sin(\Delta kL+\phi+\delta)-\sin(\phi+\delta)}{\Delta k}\right]. \tag{7}$$

对 γ_1 平方并对 ϕ 求平均，得到

$$\langle\gamma_1^2\rangle|_{总} = \left(\frac{\sqrt{2}\,eE_0L\sin\theta}{mc^2}\right)^2\cos^2\frac{\delta}{2}\,\mathrm{sinc}^2U. \tag{8}$$

其中 $U = \Delta kL/2$，$\mathrm{sinc}(x) = \sin(x)/x$.

现在即可用 Madey 定理(1)式及上面导出的 $\langle\gamma_1^2\rangle$ 求出自发辐射，将(8)式代入(1)式，得到自发辐射的功率密度为

$$\frac{d^2P}{d\omega d\Omega} = \frac{(e\omega L\sin\theta)^2}{4\pi^2\varepsilon_0c^3}\cos^2\frac{\delta}{2}\,\mathrm{sinc}^2U. \tag{9}$$

下面计算受激辐射．为此，必须解出二阶扰动相对论因子 γ_2，应用 Madey 定理(2)式有

$$\begin{aligned}\langle\gamma_2\rangle &= \frac{1}{2}\frac{d}{d\gamma}\langle\gamma_1^2\rangle \\ &= \left(\frac{eE_0L\sin\theta}{mc^2}\right)^2\left(\cos^2\frac{\delta}{2}\cdot\frac{d\,\mathrm{sinc}^2U}{dU}\cdot\frac{dU}{d\gamma} - \mathrm{sinc}^2U\sin\delta\frac{d\delta}{d\gamma}\right).\end{aligned} \tag{10}$$

将 U 代入(10)式，利用 v_z，p_z 和 γ 之间的关系，通过一些计算后，可得

$$\langle\gamma_2\rangle = -\left(\frac{eE_0L\sin\theta}{mc^2}\right)^2\left(\frac{c^2\omega L(1-\beta^2\cos^2\theta)}{2\gamma v_0^3\cos^3\theta}\cos^2\frac{\delta}{2}\cdot\frac{d\mathrm{sinc}^2U}{dU} + \mathrm{sinc}^2U\sin\delta\frac{d\delta}{d\gamma}\right). \tag{11}$$

其中 $\beta = v_0/c$.

根据能量守恒原理，可以求得增益为

$$\begin{aligned}\mathrm{gain} &= -\frac{\langle\gamma_2\rangle mc^2\dfrac{I}{e}}{\dfrac{1}{2}\varepsilon_0E_0^2cA} \\ &= \frac{2e(L\sin\theta)^2I}{\varepsilon_0mc^2A}\left(\frac{c^2\omega L(1-\beta^2\cos^2\theta)}{2\gamma v_0^3\cos^3\theta}\cos^2\frac{\delta}{2}\cdot\frac{d\mathrm{sinc}^2U}{dU} + \mathrm{sinc}^2U\sin\delta\frac{d\delta}{d\gamma}\right).\end{aligned} \tag{12}$$

其中 I 为电子注电流，A 为光波的截面积，δ 和 $d\delta/d\gamma$ 一般为负值，即电子相位超前于光波，从(12)式，可以看到为了得到最大增益，δ 必定为 $(-\pi/2)$，这个结果与光学速调管的情形一致[13]。

以上光学速调管是由一色散区和两介质区构成，现在再来考察由相同的色散区连接的 N 个同样介质区构成的情形(多级光学速调管)。在这种情形下，由于电子能够得到充分的群聚，所以可望获得更高的增益。

由(5)式，可以得到第一介质区的 γ_1 为

$$\gamma_1|_1 = \frac{eE_0\sin\theta}{mc^2}\left(\frac{\cos\left(\frac{\Delta kL}{2}+\phi\right)\sin\left(\frac{\Delta kL}{2}\right)}{\Delta k}\right). \tag{13}$$

在第 n 个介质区的入口处，与第一介质区相比，电子的相位为 $[(n-1)(\Delta kL+\delta)]$。这是因为每一介质区将引入一相移量 ΔkL，为了求得第 n 介质区内的 γ_1，只需在(13)式中将 ϕ 用 $\{\phi+[(n-1)\cdot(\Delta kL+\delta)]\}$ 代换即可。

$$\gamma_1|_n = \frac{eE_0\sin\theta}{mc^2}\left(\frac{\cos\left(\frac{\Delta kL}{2}+(n-1)(\Delta kL+\delta)+\phi\right)\sin\left(\frac{\Delta kL}{2}\right)}{\Delta k}\right). \tag{14}$$

对所有各区的量相加，就得

$$\begin{aligned}\gamma_1|_{总} &= \frac{eE_0\sin\theta}{mc^2}\left(\sum_{n=1}^{N}\cos\left((n-1)(\Delta kL+\delta)+\phi+\frac{\Delta kL}{2}\right)\right)\left(\frac{\sin\left(\frac{\Delta kL}{2}\right)}{\Delta k}\right)\\ &= \frac{eE_0\sin\theta}{mc^2}\left(\frac{\sin\left(\frac{N}{2}(\Delta kL+\delta)\right)}{\sin\left(\frac{1}{2}(\Delta kL+\delta)\right)}\right)\\ &\quad\cdot\left(\cos\left(\Delta kL+\phi+\left(\frac{N-1}{2}\right)(\Delta kL+\delta)\right)\right)\left(\frac{\sin\frac{\Delta kL}{2}}{\Delta k}\right).\end{aligned} \tag{15}$$

对 γ_1 平方，并对 ϕ 求平均，可得

$$\langle\gamma_1^2\rangle|_{总} = \left(\frac{\sqrt{2}\,eE_0L\sin\theta}{mc^2}\right)^2\operatorname{sinc}^2U\left(\frac{\sin^2\left(\frac{N}{2}(\Delta kL+\delta)\right)}{\sin^2\left(\frac{1}{2}(\Delta kL+\delta)\right)}\right). \tag{16}$$

与前面的计算一样，我们用 Madey 定理(1)可直接求出自发辐射的密度为

$$\frac{d^2P}{d\omega d\Omega} = \frac{(e\omega L\sin\theta)^2}{4\pi^2\varepsilon_0c^3}\operatorname{sinc}^2U\left(\frac{\sin^2\left(\frac{N}{2}(\Delta kL+\delta)\right)}{\sin^2\left(\frac{1}{2}(\Delta kL+\delta)\right)}\right). \tag{17}$$

而增益为

$$\text{gain} = \frac{2e(L\sin\theta)^2 I}{\varepsilon_0 m c^3 A}\left[\left(\frac{d}{d\gamma}\,\text{sinc}^2 U\right)\left(\frac{\sin^2\left(\frac{N}{2}(\Delta k L+\delta)\right)}{\sin^2\left(\frac{1}{2}(\Delta k L+\delta)\right)}\right)\right.$$

$$\left.+\ \text{sinc}^2 U\left(\frac{d}{d\gamma}\frac{\sin^2\left(\frac{N}{2}(\Delta k L+\delta)\right)}{\sin^2\left(\frac{1}{2}(\Delta k L+\delta)\right)}\right)\right]. \tag{18}$$

从(18)式可以明显看出：1)当 $\delta=0$，即不存在色散区时，我们提出的结构退化为长度为 NL 的渡越辐射自由电子激光；2)在 $N=2$，即光学速调管情形，(18)式变为(12)式.

三、结　论

我们提出了一种受激渡越辐射光学速调管方案；同时，也应用了一种分析这种新方案的直接方法，这种分析方法比通常所用的方法[14]要简便得多. 因为我们仅需求解一阶扰动 Lorentz 方程，而直接求解二阶扰动 Lorentz 方程通常是困难的.

由于应用了磁场色散区，因此，电子能够得到充分的群聚，从而提高了器件的增益.这可以从(12)和(18)式明显看到. 本文分析表明，我们的新方案为发展高增益、极短波长自由电子激光提供了一条有效的途径.

[1] M. A. Piestrup and P. F. Finman, *IEEE J. Quantum Electron.*, **QE-19** (1983), 357.
[2] S. Datta and A. E. Kaplan *Phys. Rev.*, **A31** (1985), 790.
[3] G. Bekefi *et al.*, *Phys. Rev.*, **A34** (1986), 1228.
[4] S. Yan, *IEEE J. Quantum Electron.*, **QE-23** (1987), 1642.
[5] M. A. Piestrup, *IEEE J. Quantum Electron.*, **QE-24** (1988), 591.
[6] M. A. Piestrup *et al.*, *Phys. Rev.*, **A32** (1985), 917.
[7] M. A. Piestrup *et al.*, *IEEE J. Quantum Electron.*, **QE-19** (1983), 1771.
[8] M. J. Moran *et al.*, *Phys. Rev. Lett.*, **57** (1986), 1223.
[9] D. Y. Wang *et al.*, *IEEE J. Quantum Electron.*, **QE-19** (1983), 389.
[10] J. M. J. Madey, *Nuov. Cim.*, **50B** (1979), 64.
[11] P. Luchini and S. Solimeno, *IEEE J. Quantum Electron.*, **QE-21** (1985), 952.
[12] D. A. G. Deacon and M. Xie, *IEEE J. Quantum Electron.*, **QE-21** (1985), 939.
[13] L. K. Grover and R. H. Pantell, *IEEE Quantum Electron.*, **QE-21** (1985), 944.
[14] 刘盛纲，相对论电子学，北京，科学出版社，(1987).

A STIMULATED TRANSITION RADIATION OPTICAL KLYSTRON

JIANG HUA-BEI

Institute of High Energy Electronics Chengdu Institute of Radio Engineering, Chengdu, 610054

(Received 10 March 1989)

ABSTRACT

A new scheme of an optical klystron based on stimulated transition radiation is proposed. Calculations on spontaneous and stimulated emission are made for such a device using Madey's theorem in free electron lasers (FEL). The analysis in this paper shows that Madey's theorem can really simplify the calculations and give clear physical concepts. The case of N medium sections cascaded through magnetic field dispersive sections is also discussed.

PACC: 4255T; 4260; 7845